Investimento sob Incerteza com a Teoria das Opções Reais: Conceitos Básicos

Seminário de Derivativos Financeiros

Departamento de Matemática – PUC-Rio

Rio de Janeiro, 04 de setembro de 2007

Por: Marco Antonio Guimarães Dias (marcoagd@pobox.com)
http://www.puc-rio.br/marco.ind/
Professor Adjunto, tempo parcial – PUC-Rio/D.E.I.
Consultor Sênior e Eng. de Petróleo Sr. – Petrobras

Conceito de Opções e Histórico

- <u>Opção é o oposto de obrigação</u>. Opção é direito, é liberdade de decisão, é flexibilidade gerencial.
  - Ex.: você não é obrigado a investir num projeto; você pode adiar o investimento (opção de espera); você pode abandonar um projeto que se revele perdedor, etc.
- Pequeno histórico:
  - 1973: Início de negociação de opções na CBOE (Chicago); ano de publicação dos artigos de Black & Scholes e de Merton.
  - 1977 (S. Myers): Projetos e ativos reais corporativos como OR.
  - 1979: 1º modelo de OR foi do brasileiro Tourinho, tese de Ph.D., University of California, Berkeley (recursos naturais).
  - 1994: 1º livro-texto: Dixit & Pindyck, Investment under Uncertainty. Hoje existem dezenas de livros.
  - 1997: Prêmio Nobel para Scholes & Merton (Black faleceu em 1995): referência explícita às aplicações em projetos (OR).

Visão Gerencial de Opções Reais (OR)

- **OR é uma metodologia moderna para análise econômica de projetos e decisões de investimento sob incerteza**
  - **OR *complementa* (não *substitui*) as ferramentas corporativas (ainda)**
  - **Difusão corporativa de OR toma tempo e treinamento**
    - **Há uma grande demanda por bons pós-graduados que quantifiquem OR**
- **Considera as incertezas e as opções (*flexibilidades gerenciais*) relevantes e dá duas respostas:**
  - **O *valor da oportunidade de investimento* (o *valor da opção*)**
  - **A *regra de decisão ótima* (*gatilho*)**
- **Pode ser visto como um problema de <u>otimização</u>:**
  - **Maximizar o VPL (função objetivo típica) através do gerenciamento ótimo das opções (flexibilidades gerenciais) relevantes, sujeito a:**

a) **Incertezas de mercado (exs.: preço do óleo, demanda de produto);**

b) **Incertezas técnicas (exs.: reserva de óleo, sucesso em P&D);**

c) **Incerteza nas ações de outros *players* (ex.: competição em leilões).**

Fluxo de Caixa Descontado e VPL

- **O método do *fluxo de caixa descontado* (FCD) estabelece que devemos calcular o *valor presente líquido* (VPL) através do desconto dos fluxos de caixa *esperados* com uma *taxa ajustada ao risco* de mercado do projeto (μ). No caso de tempo discreto:**

número de períodos

valor esperado do fluxo de caixa líquido no período k

$$\text{VPL} = \sum_{K=0}^{N} \frac{E[FC_K]}{(1+\mu)^K}$$

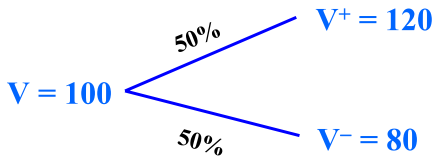
taxa de desconto ajustada ao risco

- **No caso de *tempo contínuo* se trabalha com integral (em vez de somatório) e é usado $e^{-\mu k}$ no lugar de $(1 + \mu)^{-k}$.**

  - **Aqui será conveniente separar os fluxos de caixa de investimento, dos demais fluxos de caixa (receitas, custos operacionais e impostos)**
  - **Dessa forma, a nossa equação básica do FCD é: VPL = V – I, onde:**
    - **V = valor presente das receitas líquidas de custos operacionais e impostos.**
    - **I = valor presente do fluxo de investimentos líquidos de benefícios fiscais.**

Exemplo Comparativo Opções Reais x FCD

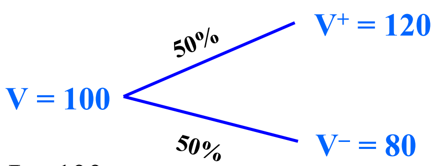
- Uma firma tem uma patente que pode ser desenvolvida a um custo de investimento I = 100 (em milhões). Esse projeto geraria um valor presente de receitas líquidas esperadas de V = 100.
  - Assim, o VPL = V – I = 100 – 100 = zero.
  - No entanto, o valor de V é incerto: se a firma esperar um ano, ela terá uma boa idéia se o produto terá uma grande demanda V^+ ou uma pequena demanda V^-, com 50% de chances em cada cenário.



- Pelo FCD, a patente nada valeria, pois E[V] continua sendo 100 [= (50% x 120) + (50% x 80)] ⇒VPL = E[V] – I continua = zero
- No entanto, esqueceu-se que o investimento é opcional:
  - No cenário V^+ se exerce a opção ganhando $VPL^+ = 120 – 100 = 20$, mas no cenário V^- não é ótimo exercer a opção ⇒ OR = Máx[VPL^-, 0] = 0.

Exemplo Comparativo Opções Reais x FCD

- Assim, o valor da patente daqui a um ano é igual a 10 milhões $ e não o valor igual a zero dado pelo FCD que usa E[V]:



$VPL^+ = 120 – 100 = 20$ ⇒ Exercer a opção.

I = 100

$VPL^- = 80 - 100 = - 20$. Entretanto, é uma opção!
⇒ NÃO exercer a opção, pois Máx[VPL^- , 0] = 0

Logo, valor da OR nessa data é: OR = 50% x Máx[VPL^+, 0] + 50% x Máx[VPL^-, 0]
⇒ OR = 50% x 20 + 50% x 0 ⇒ OR = 10.

- Conforme Ho & Lee (Oxford Guide to Financial Modelling, 2004, cap.13), "*a principal diferença entre o método de OR e o do FCD é que em OR os riscos são explicitamente modelados; ele claramente distingue os cenários favoráveis dos não favoráveis*."
  - Pode-se acrescentar que em OR se considera a *ação ótima em cada cenário* distinto (aqui, exercer ou não a opção de investir).

Valor da Opção e Incerteza em Funções Convexas

- A análise econômica tradicional diz que devemos fazer um projeto se o VPL for positivo. No exemplo anterior, em t = 1:

  Valor do projeto(t = 1) = Máx{ E[VPL]; 0} = Máx{E[V] – I; 0]

  - No exemplo anterior o investimento é determinístico (mas poderia também ser estocástico) e o resultado seria = 0, pois E[V] = 100.
- Mas vimos que, se a decisão é adiada para t = 1, o investidor irá saber o cenário i de V que foi revelado e irá investir se $VPL_i > 0$.
- Assim, o valor do projeto na verdade será:

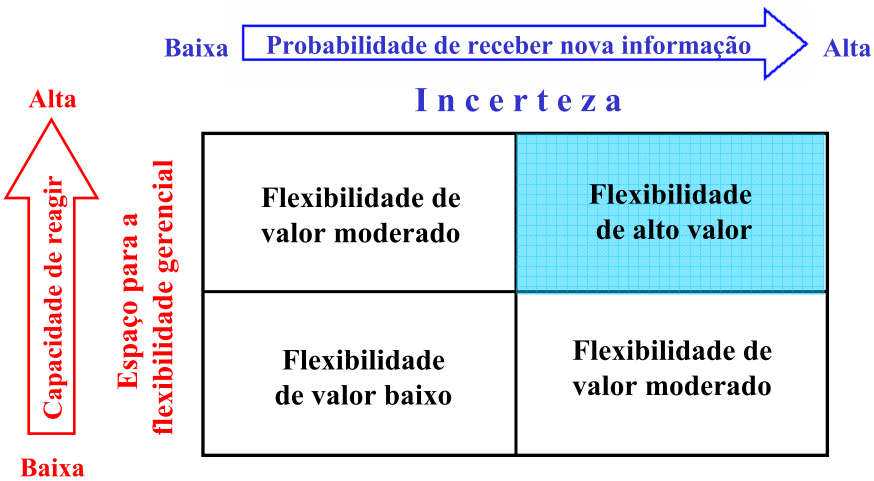
  Valor do projeto(t = 1) = E[Máx{VPL; 0}] > Máx{ E[VPL]; 0}
- Isso ocorre porque a função W = valor do projeto é uma função convexa de V e pela desigualdade de Jensen sabemos que se f(x) é uma função estritamente convexa, e x é var. aleatória, então:

$$E[f(x)] > f(E[x])$$

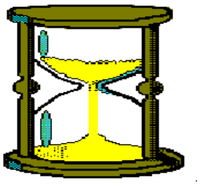
- Geralmente quanto maior a variância, maior o “ganho” de possuir a opção, isto é, maior será a diferença E[f(x)] – f(E[x]).

Quando as Opções Reais São Valiosas

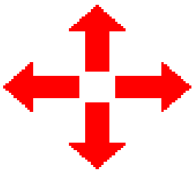
- Baseado no livro “Opções Reais” de Copeland & Antikarov
  - Opções reais tem valor quanto maior for a incerteza e a flexibilidade de reação.



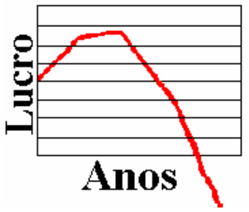
Principais Tipos de Opções Reais



- **Opção de Espera (de "Timing")**
  - **Aguarda novas informações e aprende, antes de investir. Espera proativa.**



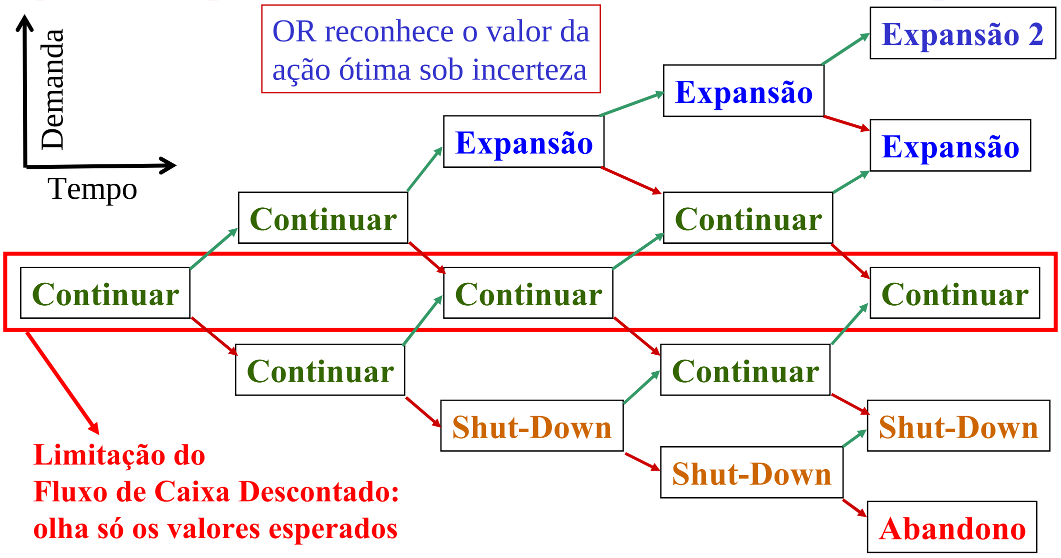
- **Opção Seqüencial e de Expansão**
  - **Valora o aspecto "estratégico" do projeto de forma consistente.**



- **Opção de Parada Temporária e Abandono**
  - **Gerentes não são obrigados a seguir um plano de negócios, se ele se tornar não-lucrativo.**
  - **O programa de investimento seqüencial pode ser parado temporariamente ou abandonado se ocorrerem notícias (inform.) desfavoráveis.**

Cenários, Opções e Contraste FCD x OR

- **A figura mostra os *cenários de demanda ao longo do tempo de uma firma*. Dependendo do cenário serão exercidas as *opções de parada temporária (shut-down)*, ou de *abandono*, ou *de expansão*.**



Outros Tipos de Opções

- **Opções de mudança de uso (*switch-use*), baseadas na múltipla aplicabilidade de um ativo ou capacidade; e opções de mudança de insumo (*switch-input*). Exemplos:**
  - **O navio P.P. Moraes construído para viagens domésticas, foi convertido p/ viagens internacionais, depois foi convertido em unidade de processo na Bacia de Campos e agora produz petróleo em águas profundas;**
  - **Automóveis "flex-fuel" (dois ou + combustíveis): OR para o consumidor;**
  - **Terreno com casa pode ser redesenvolvido (edifício, shopping); e**
  - **Unidade industrial bicombustível (carvão e óleo combustível).**
- **Opções de modificação: capacidade de mudar a escala, a locação ou as características de um projeto. Exs.:**
  - **Campanha publicitária do Banco do Brasil (Guga, seleção de vôlei) pode ser ampliada, reduzida ou modificada ao longo do tempo.**
  - **Geradoras térmicas móveis (barcaças, containers, caminhões), em geral de ~100 MW. Existem 7000 MW no mundo (O Globo, 22/7/01).**
  - **Terceirização de parte da mão de obra permite eventual contração da escala produtiva (em caso de baixa demanda) a um custo menor.**

Opções Reais Seqüenciais em Exploração e Produção de Petróleo

Fator de chance (FC) p/ achar petróleo/gás

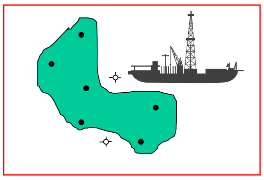
Volume esperado de reservas = B

⇒ **Bloco (prospecto): Opção de perfurar o pioneiro**

Investimento em Exploração

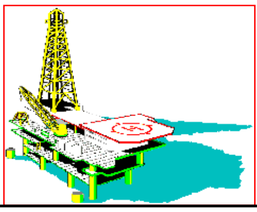
⇒ **Campo Não Delimitado: Opção de delimitar**

Investimento em Delimitação



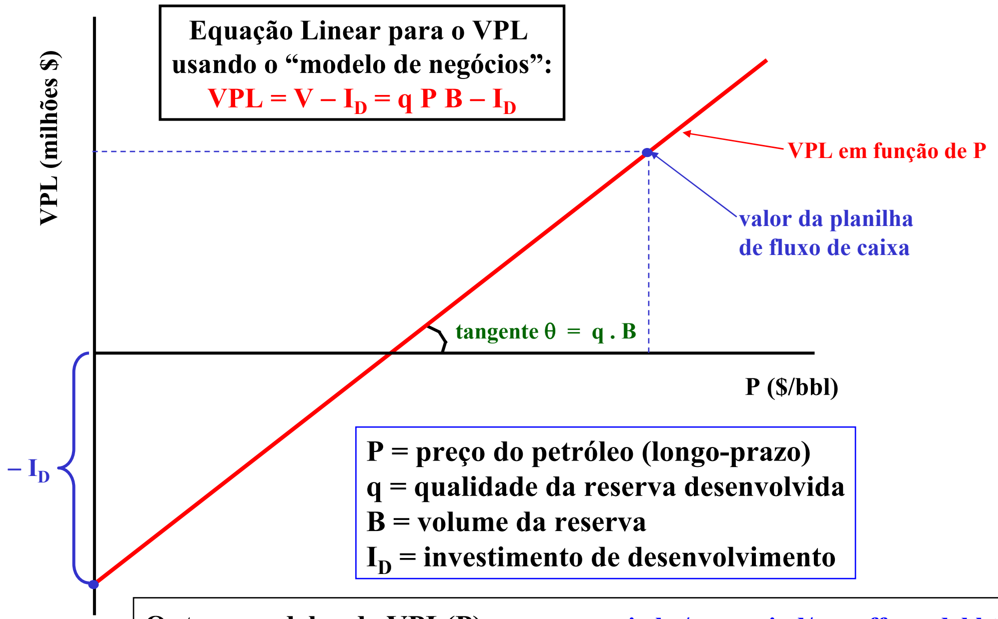
⇒ **Reservas Não-Desenvolvidas: Opção de desenvolver (colocar em produção) a reserva**

Investimento em Desenvolvimento



⇒ **Reservas Desenvolvidas: Opções de expansão (perfurar mais poços, aplicar nova tecnologia); de parar temporariamente e de abandonar**

Uma Função VPL Simples para Produção de Petróleo



Outros modelos de VPL(P): www.puc-rio.br/marco.ind/payoff_model.html

Intuição (1): Incerteza de Mercado e Valor da Opção

- Seja um campo já descoberto. O VPL de desenvolvimento do campo é dado pelo simples *modelo de negócios* visto antes:

$$VPL = V(P) - I_D = q\ B\ P - I_D$$

  - Sejam os dados: $q = 0{,}2$; $B = 500$ (MM bbl); $I_D = 2750$ (MM$)
  - Se em $t = 0$, $P_0 = 27$ \$/bbl $\Rightarrow$ VPL = 0,2 . 500. 27 – 2750 = – 50 MM$
  - Suponha que o investimento pode ser adiado por 1 ano e os <u>preços podem subir ou descer</u> 1 $/bbl (pequena incerteza no preço).
  - A firma X oferece US$ 3 milhões por esse campo de petróleo. Você venderia?

t = 0

$E[P_0] = 27$ /bbl
VPL(t=0) = – 50 MM $

50%

50%

t = 1

$E[P^+] = 28 \Rightarrow VPL^+ = + 50$ MM $

$E[P^-] = 26 \Rightarrow VPL^- = - 150$ MM $

Gerente racional não irá exercer essa opção $\Rightarrow$ Max (VPL^-, 0) = zero

Logo em t = 1, o VPL opcional é positivo: (50% x 50) + (50% x 0) = + 25 milhões $

Intuição (2): Opção de Timing e Valor da Espera

- Suponha o mesmo caso mas com um VPL um pouco positivo (preço inicial um pouco maior).
  - VPL = $q\,B\,P - I_D$ = 0,2 x 500 x 28 – 2750 = + 50 milhões \$.
  - Assuma uma taxa de desconto μ = 10% para um período.
  - O que é melhor: desenvolver agora ou "esperar e ver"?

$E[P_0]$ = 28 /bbl
VPL(t=0) = + 50 MM \$

50% → $E[P^+]$ = 29 $\Rightarrow$ VPL^+ = + 150 MM \$

50% → $E[P^-]$ = 27 $\Rightarrow$ VPL^- = – 50 MM \$
$\Rightarrow$ Não exerce! $\Rightarrow$ Max (VPL^-, 0) = zero

Logo em t = 1, o VPL opcional é: (50% x 150) + (50% x 0) = + 75 milhões \$
Se a *taxa de desconto* = 10%, o valor presente é: VPL_{espera}(t=0) = 75/1,1 = 68,2 > 50

Logo é melhor "esperar e ver", exercendo a opção somente no cenário favorável.
Apesar do VPL positivo, a opção em t = 0 não está madura para o exercício imediato (no jargão de opções, a opção não está "deep-in-the-money").

Intuição (3): Opções "Deep-in-the-Money"

- No exemplo anterior *a espera é mais valiosa*, mesmo com VPL positivo em t = 0. Agora suponha que em t = 0 o preço seja <u>maior</u>, P_0 = 29 \$/bbl $\Rightarrow$ VPL = 0,2 . 500. 29 – 2750 = 150 MM\$
  - Estará a opção madura para o <u>imediato</u> exercício (*deep-in-the-money*)?
  - Suponha que o preço pode subir ou descer 1 \$/bbl em t = 1 e μ = 10%

$E[P_0]$ = 29 /bbl
VPL(t=0) = + 150 MM \$

50% → $E[P^+]$ = 30 $\Rightarrow$ VPL^+ = + 250 MM \$

50% → $E[P^-]$ = 28 $\Rightarrow$ VPL^- = + 50 MM \$
$\Rightarrow$ Exerce do mesmo jeito!

Logo, em t = 1 o VPL esperado é: (50% x 250) + (50% x 50) = 150 milhões \$
O valor presente é: $VPL_{esperar}$(t=0) = 150/1,1 = 136,4 < 150 $\Rightarrow$ exercer em t = 0

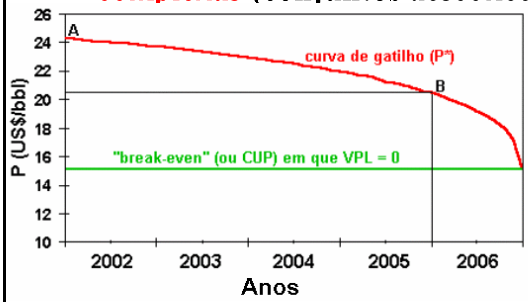
- Nesse caso a opção já está madura e o exercício imediato é ótimo
  - Logo, existe um P*(t = 0) entre 28 e 29 \$/bbl onde a opção fica madura
    - Esse P* é chamado gatilho, que dá a *regra ótima de exercício da opção*

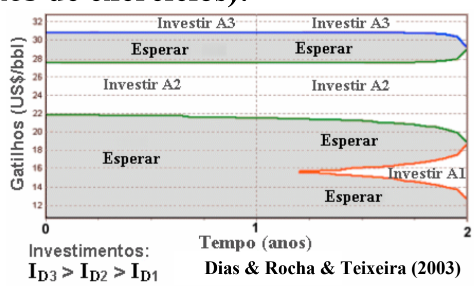
Opção Real "Deep-in-the-Money" e Gatilho

- Para que valor do preço de longo-prazo P* se ficaria <u>indiferente entre esperar e investir</u> no exemplo anterior?
  - Esse preço P* é chamado de gatilho ou valor crítico da opção.
- Ver planilha Excel gatilho.xls. Usar a função "atingir metas".
  - O gatilho nesse exemplo é P* = 28,33 \$/bbl (já o preço de "break-even", que zera o VPL é 27,5 \$/bbl).
    - No exemplo a incerteza é particularmente pequena. Mas a idéia de gatilho para exercício da opção é um conceito geral.
    - A diferença entre o gatilho da opção e o preço de "break-even" (regra do VPL) é maior quanto maior for a incerteza.
- Note que o valor da opção e a regra de decisão (gatilho) estão ligados.
  - Quando a opção está "deep-in-the-money" ($P \geq P^*$), o valor da opção é igual ao VPL do imediato exercício. Caso contrário, é o valor presente esperado da alternativa "esperar".
- <u>Exercício</u>: O que ocorre com o gatilho se aumentarmos a incerteza? Na planilha, aumente a variação de preços de ± 1 para ± 2 \$/bbl.

Curva de Gatilhos: Tipos e Como Calcular

- A curva de gatilhos dá a regra de decisão para exercício ótimo das opções reais (OR). Ela depende da incerteza de mercado.
  - Essa regra de exercício ótimo pode ser *simples* (curva de gatilhos) ou *complexas* (conjuntos *desconectados* de exercícios):





- No caso simples é conhecida como "fronteira livre" (*free-boundary*).
- A curva ou regiões de gatilho podem ser obtidas de vários modos:
  - <u>Tradicional</u>: resolve um equação diferencial parcial (EDP) através de diferenças finitas ou aproximações analíticas
  - Simulação de Monte Carlo + método de otimização (mais recente).

Principais Características de uma Decisão de Investimento

- **Algumas características importantes na tomada de decisão de investimentos ou de alocação de recursos:**
  - **Irreversibilidade parcial ou total: o comprometimento de recursos (investimento) é em geral irreversível. Já a espera (adiar a decisão, manter a "opção viva") é reversível.**
  - **Sujeito a incertezas diversas (especialmente nos benefícios)**
  - **Graus de liberdade gerencial (opções) especialmente o "timing": em geral não se é obrigado a investir imediatamente. Raramente uma oportunidade é do tipo "agora ou nunca"**
- **As palavras chaves são:**

Irreversibilidade, Timing e Incerteza

Timing: Tempo de Expiração da Opção

- **Raramente um investimento é do tipo "agora-ou-nunca". Pode-se esperar e observar o mercado.**
- **Em P & D, as patentes tem uma duração estabelecida pela lei. No Brasil a duração é de 20 anos, depois cai em domínio público.**
  - **Um *desenho industrial* tem proteção de 10 + 15 anos (prorrogação)**
- **No caso de concessões de exploração de petróleo é estabelecida em lei (geralmente de 5 a 10 anos).**
  - **No caso de regime de monopólio do petróleo, o tempo era infinito (oportunidade perpétua). Agora é até 9 anos.**
- **Concessões de longa duração (> 10 anos) geralmente podem ser tratadas como opções perpétuas. Ex.: direitos autorais (lançar um disco dos "maiores sucessos"), vida do autor + 70 anos.**
- **Em muitos casos o tempo é estimado considerando a entrada de novos concorrentes que podem até destruir sua opção de investimento (Kester, 1984).**

Modelos Mais Rigorosos de Opções

- **Para calcular o valor presente de um ativo de risco precisamos saber a taxa de desconto ajustada ao risco do mesmo.**
  - **Uma opção (ou qualquer derivativo) F é um ativo de risco. Sendo função de um ativo básico estocástico (ex.: V), o risco do derivativo F(V) está vinculado ao risco de V, mas esses riscos não são iguais!**
  - **Isso implica que a taxa de desconto ajustada ao risco da opção é diferente da taxa ajustada ao risco do ativo básico.**
  - **Além disso, mesmo que a taxa ajustada ao risco de V seja constante a taxa ajustada ao risco de F(V, t) varia com V e com o tempo t.**
- **A taxa de desconto da opção é um problema difícil, mas pode-se "by-passar" esse problema através de métodos tais como:**
  - **Construção de um portfólio sem risco, formado pelo ativo básico V e por n unidades do derivativo F, onde n é tal que o portfólio é sem risco.**
    - **Se o portfólio é sem risco, a taxa de desconto adequada é a livre de risco.**
  - **Método da neutralidade ao risco: penaliza-se o valor esperado futuro de V *subtraindo-se um prêmio de risco* de sua tendência (mudança de medida).**
    - **Prova-se que assim pode-se usar a taxa de desconto livre de risco para F(V).**

O Problema Clássico da Opção Real

- **O problema clássico de opção real W é o *momento ótimo* de investir I num projeto de valor V. Ele pode ser visto como análogo ao caso da *opção americana de compra*.**
  - **Uma das formulações é a da E.D.P. de W(V, t) obtida pelo método *contingent claims* que, caso V siga um M.G.B., é:**

$$\frac{1}{2}\sigma^2 V^2 \frac{\partial^2 W}{\partial V^2} + (r - \delta) V \frac{\partial W}{\partial V} - r W + \frac{\partial W}{\partial t} = 0$$

  - **Essa EDP tipo *Black-Scholes-Merton* descreve W enquanto não há exercício. As *condições de contorno* dirão se a OR é européia ou americana, de compra ou de venda, etc., além das condições de exercício ótimo no gatilho V* (*continuidade* e *contato suave*).**
  - **Uma <u>outra</u> formulação p/ uma opção americana é o *problema de parada ótima* representado pelo seguinte *envelope de Snell*:**

$$W(V, t) = \sup_{\tau \in [t, T]} \mathbb{E}^Q\{ e^{-r(\tau - t)} (V_\tau - I)^+ \mid V_t \}$$

com $t^* = \inf\{\tau \in [t, T] \mid W(V_\tau, \tau) = (V_\tau - I)^+\}$

- **Onde $E^Q[.]$ é expectativa sob *medida equival. de martingale*.**
- **T é o tempo legal (ANP) de expiração do direito de investir**

OR com Incertezas Técnicas e de Mercado

- **Um problema importante de OR em petróleo foi analisado na minha tese, considerando incertezas técnicas e de mercado.**
- **O valor da OR de desenvolvimento $W(P, t; q, B)$ dum campo descoberto é função de várias variáveis com incertezas:**
  - **De mercado, tais como o preço do petróleo P (ex.: segue o MGB); do tempo t (opção expira em T); e de parâmetros com incerteza técnica, ex., a *qualidade da reserva* q e o *volume da reserva* B.**
- **Vejamos o caso da OR de desenvolvimento que tem <u>várias alternativas de investimento em informação</u>.**
- **Vamos considerar uma equação simples para o VPL de desenvolver o campo (= payoff de exercício da opção):**

  $VPL_{\text{desenvolvimento da produção}} = V(P; q, B) - I_D \rightarrow VPL_{DP} = q\,B\,P - I_D$
  - **Antes de desenvolver o campo pode-se exercer uma *opção de aprendizagem*, cujo resultado é a variável aleatória S (de *sinal*).**
  - **A *escala ótima* de investimento $I_D(B)$ é uma função linear de B.**

Alternativa Ótima de Aprendizagem

- **<u>Proposição</u>: incluindo a alternativa k = 0 (= não investir em informação), a melhor alternativa de aprendizagem é:**

$$k^* = \underset{k \in \{0, 1, 2, \ldots, K\}}{\arg\max} \; W_k$$

- **Onde W_k é o valor da jazida não-desenvolvida (OR) usando a alt. k, que tem custo C_k, tempo t_k de aprendizagem e emite sinal S_k:**

$$W_k = -C_k + E\left[\max_{t^* \in [t_k, T]} \left\{ E^Q\left[e^{-r\,t^*} \left(\tilde{q}\,\tilde{B}\,P(t) - I_D(\tilde{B}, t)\right)\right]\right\} \mid S_k \right]$$

- **Onde E^Q significa *expectat. neutra ao risco* e t* é o *tempo ótimo de exercício*:**

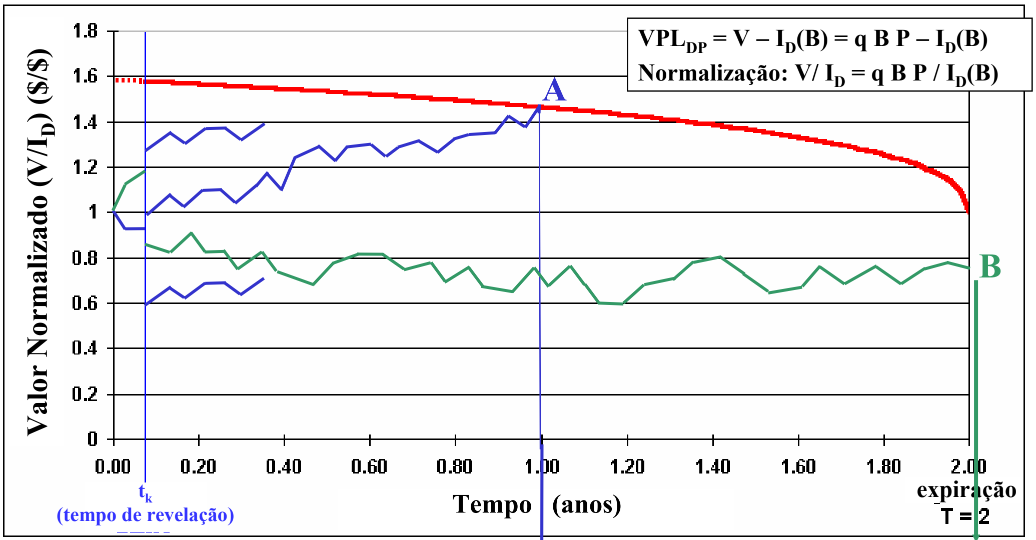
$$t^* = \inf\left\{ t \in [t_k, T]: \frac{q\,B\,P(t)}{I_D(B,\ t)} \geq \left(\frac{V}{I_D}\right)^*(t) \right\}$$

- **Sendo que W_k pode ser aproximado de uma forma simples, através de simulação de Monte Carlo, usando distribuições de revelações para q e B e um fator para trabalhar como se q e B fossem independentes:**

$$W_k = -C_k + E\left[\max_{t^* \in [t_k, T]} \left\{ E^Q\left[e^{-r\,t^*} \left(E[q|S_k]\; E[B|S_k]\; P(t) - I_D(E[B|S_k], t)\right)\right]\right\}\right] \psi_{F\,|\,S_k}$$

Combinação de Incertezas Técnicas e de Mercado em OR

- Combinação de *incertezas de mercado* (MGB neutro ao risco) com *dist. de revelações*:



$W(t = 0) =$
$= W(t^*=1) . \exp(- r\ t^*)$

Valor Presente (t = 0)

Opção $W(t^* = 1) = V - I_D$

$W(t = 2) = 0$

Expirou
Sem Valor

Conclusão

- Foi dada uma idéia do que são opções reais através de exemplos simples, a maioria em petróleo.
  - Na visão tradicional, se hoje o VPL é negativo, o projeto não tem valor. Na ótica de OR, o direito de investir (opção) tem valor devido a incerteza: existem chances do projeto vir a ter VPL > 0.
  - Na visão tradicional, se hoje o VPL > 0, o projeto deve ser feito. Na ótica de OR, pode ser vantajoso postergar projetos de VPL > 0.
    - O projeto tem de estar “deep-in-the-money” ⇒ conceito de gatilho.
- O ganho de ter uma opção (em vez de uma obrigação) num ambiente de incertezas, pode ser vista através do efeito da desigualdade de Jensen sobre funções convexas.
  - Em geral, quanto maior a incerteza, maior o valor da opção.
- Foi dada uma idéia de modelos mais complexos em que o valor da opção é dada por uma EDP e suas condições de contorno.
- Também vimos um caso de opções de aprendizagem, com a combinação de incertezas técnicas com incerteza de mercado.

MATERIAL ANEXO

Os anexos nos materiais do curso contém slides que <u>reforçam os conceitos teóricos</u> e, em alguns casos, apresentam <u>exemplos adicionais</u> que não serão discutidos em sala de aula, mas que podem ser úteis para um melhor entendimento de conceitos apresentados.

Pesquisa de Graham & Harvey (2001)

- **Maior pesquisa já feita sobre práticas corporativas, com 392 CFO's dos EUA e Canadá: crescimento surpreendente de OR.**
  - **Journal of Financial Economics, vol.60, 2001, pp.187-243**

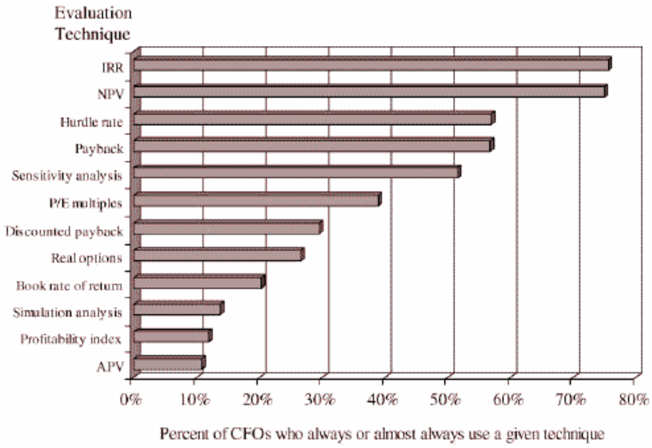
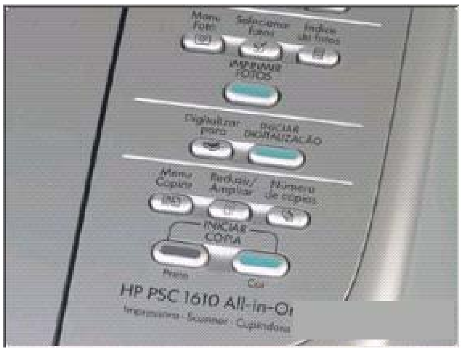


Fig. 2. Survey evidence on the popularity of different capital budgeting methods. We report the percentage of CFOs who always or almost always use a particular technique. IRR represents internal rate of return, NPV is net present value, P/E is the price-to-earnings ratio, and APV is adjusted present value. The survey is based on the responses of 392 CFOs.

Exemplo Qualitativo: HP e Incerteza na Demanda

- **A firma HP (Hewlett-Packard) usa OR desde final dos anos 80 (fonte: conversa com executivo da HP em Chicago, em 2000).**
  - **Aqui vamos ver um caso real descrito no livro de Brigham & Ehrhardt (Financial Management, cap.12, 11º ed., 2005).**
- **A HP vende impressoras e multifuncionais no mercado global e em cada país esses produtos são customizados. Por ex.:**
  - **Leds com mensagens e os escritos do painel (foto) devem ser na língua local:**



- **A HP fazia essa customização de um jeito e mudou com o conceito de OR.**

Exemplo Qualitativo: HP e Incerteza na Demanda

- **Inicialmente a HP centralizava toda a customização para diversos países e mercados em uma grande unidade fabril.**
  - **Essa era e é a solução de menor custo, dada uma demanda prevista.**
  - **O problema é que a demanda é incerta e frequentemente sobrava estoque num país e faltava produto no país vizinho.**
    - **A concorrência, agradecida, supria o mercado em falta …**
    - **O esquema centralizado de menor custo não era o mais ágil e flexível para capturar as oscilações na demanda. Novos conceitos eram necessários.**
- **A HP então *modularizou* mais seus produtos, passando a fabricar de forma *descentralizada* os *módulos customizáveis*.**
  - **Com isso impressoras *quase-prontas* na França poderiam ser enviadas rapidamente para a Alemanha onde seriam customizadas rapidamente no local, a fim de atender a demanda adicional de lá.**
  - **Antes, uma nova impressora, específica para o mercado alemão, teria de ser toda fabricada ("do zero") numa unidade fabril mais distante, mesmo que tivesse sobrando impressoras na França.**
  - **A incerteza fez a flexibilidade ser mais valiosa que o menor custo.**

Aplicações de Opções Reais (OR) em Firmas

- **Triantis & Borison (2001) resumiram em três classes as técnicas ou processos de OR usadas nas firmas pesquisadas:**
  - **Opções reais como uma maneira de pensar.**
    - **Nesse caso OR é usada como linguagem, ajudando de forma *qualitativa* nas decisões.**
  - **Opções reais como uma ferramenta analítica.**
    - **Modelos matemáticos são usados especialmente para análise de projetos bem definidos para a aplicação de OR.**
  - **Opções reais como um processo organizacional.**
    - **Aqui OR é parte de um processo mais amplo, é uma ferramenta gerencial para identificar e tirar proveito de opções estratégicas.**
- **Tipicamente a adoção de OR muda o processo organizacional**
  - **OR *reforça a visão multidisciplinar das equipes* por demandar mais análise do projeto; *aumenta a ênfase no valor do acionista*, em oposição a métricas intermediárias como produção, market-share, etc.; e dá grande *ênfase em dinâmica e aprendizagem*.**

Quando as Opções Reais São Mais Valiosas

- **A flexibilidade (opções reais) tem mais valor quando:**
  - **Grande incerteza em relação ao futuro**
    - **Grande chance de obter novas informações relevantes ao longo do tempo. Informações podem ser obtidas a um custo ou grátis.**
  - **Muito espaço para a flexibilidade gerencial**
    - **Permite à gerência responder adequadamente a esta nova informação (exs.: investindo numa capacidade mais adequada; expandir ou contrair o projeto; etc.)**
  - **O VPL sem flexibilidade está próximo de zero**
    - **A opção (flexibilidade) de mudar os rumos do projeto tem mais chance de ocorrer nesse caso**
- **Sob as condições acima, a diferença entre o VPL e o valor de opções reais é substancial (Tom Copeland)**

Teorias e Ferramentas Tradicionais

- **CAPM: taxas de desconto ajustadas ao risco**
  - **Teoria é válida mas insuficiente e mais restritiva**
  - **Problemas práticos: cálculo do(s) beta(s)**
  - **Taxas de desconto podem variar na presença de opções**
- **Simulação de Monte Carlo**
  - **Ferramenta de simulação, <u>não é de otimização</u>**
    - **Simulação é "forward", otimização é "backward".**
    - **Precisa de otimizador ou algoritmo complementar de otimização**
  - **Calcula valor esperado e distribuição de probabilidade**
  - **Tem sido cada vez mais usada no cálculo de opções reais**
    - **MC + otimização para opções *americanas* é tema relativamente recente**
- **Árvore de Decisão**
  - **Explicita as ações gerenciais e as incertezas**
  - **Com a correta taxa de desconto + probabilidades, é a teoria das opções em *tempo discreto*. Se resolve "backwards".**

Recordação de Taxa de Desconto

- **Num mercado em equilíbrio, risco e retorno são ligados**
  - **A taxa ajustada ao risco é o retorno esperado (ou exigido) pelos acionistas. Quanto maior o risco *sistemático* (risco correlacionado com a economia), maior é o retorno exigido pelo mercado.**
  - **Em mercados competitivos, qualquer redução desse risco é compensada por uma redução do retorno**
- **A taxa ajustada ao risco é composto de duas parcelas, a taxa livre de risco r_f (ajuste do valor do dinheiro no tempo) mais uma parcela de prêmio de risco, conforme o CAPM (Capital Asset Pricing Model):**

$$\mu = \underbrace{r_f}_{\text{Prêmio temporal (adiamento de consumo)}} + \underbrace{\beta (r_m - r_f)}_{\text{Prêmio de risco}}$$

As Regras do FCD e as Opções Reais

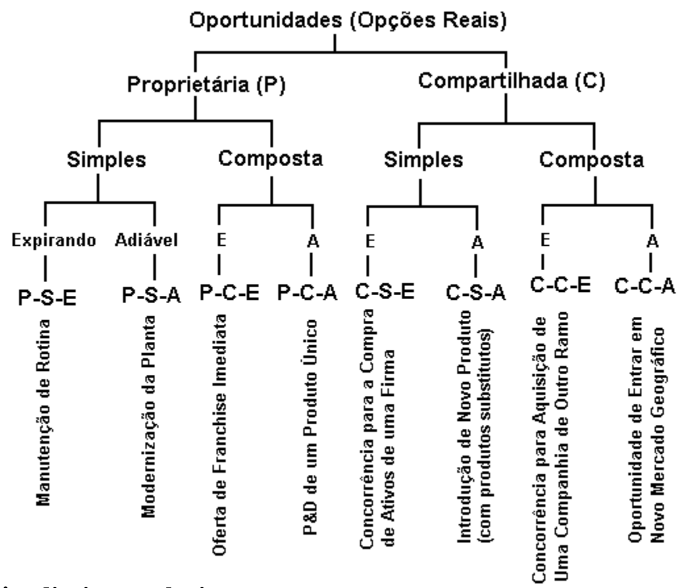
- **O Fluxo de Caixa Descontado (FCD) estabelece:**
  - **Investir em todos os projetos com VPL > 0.**
    - **Opções: Investir só quando o projeto está “deep in the money”.**
  - **Rejeitar projetos com VPL < 0.**
    - **Opções: Pode recomendar projetos “estratégicos” (ex: com opção de expansão) e iniciar investimentos em projetos seqüenciais que *revelem informações*.**
  - **Entre dois projetos mutuamente exclusivos, escolher o de maior VPL.**
    - **Opções: Muitas vezes escolhe projetos menores mas que estão “deep in the money” ou que tem *maior flexibilidade*.**
- **“*A verdadeira dificuldade está não em aceitar idéias novas, mas em livrar-se das idéias antigas*”.**

John Maynard Keynes (1883-1946), famoso economista.

Exemplo de Escolha da Melhor Alternativa

- **Um empresário vai fabricar um produto com demanda incerta. Ele tem duas alternativas mutuamente exclusivas, A e B.**
  - **A alternativa A usa uma tecnologia “taylor made”, com máquinas desenhadas para máxima eficiência em fabricar esse produto. Essa tecnologia usa pouca mão de obra (automação).**
    - **Uma análise de FCD mostrou: VPL_A = 500 – 400 = 100 MM$**
  - **A alternativa B usa uma tecnologia menos eficiente, com máquinas padronizadas (tornos, fresas), usa mais mão de obra (mas é mais flexível). VPL_B = 450 – 355 = 95 MM$ < VPL_A.**
- **Pela análise tradicional, a alternativa A seria a escolhida.**
  - **No entanto, não foi computado o valor de reagir à incerteza: a alternativa B tem uma opção de abandono bem mais valiosa do que a da alternativa A. Isso *pode* inverter o valor das alternativas.**
    - **Se a demanda cair (ex.: entrada de um produto substituto melhor ou mais barato), as máquinas da tecnologia A não tem valor. Já as máquinas da alternativa B tem valor no mercado secundário.**

Classificação das Opções Reais (Trigeorgis)

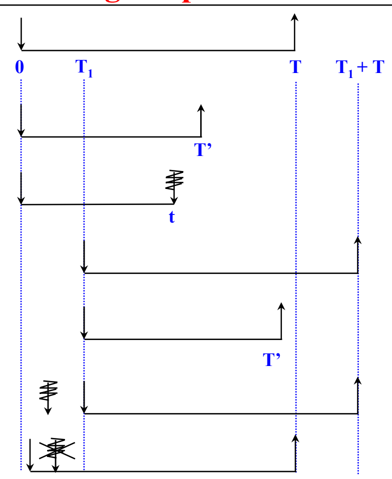


- Opção *proprietária*: direitos exclusivos;
- Opção *compartilhada*: várias firmas a detém

Classificação e Valor das Opções: Alguns Casos

- O valor da opção pode ser vista como a soma do VPL com o valor da(s) opção(ões) e com o efeito competitivo.

Classificação	Estratégia Operacional	Valor da Opção
A) VPL Estático		VPL
B) Método de Opções		
Proprietária-Simples--Expirando		VPL + opção de abandono
Compartilhada-Simples--Expirando		VPL – perda competitiva
Proprietária-Simples--Adiável		VPL + opção de espera
Idem, com abandono		VPL + espera + abandono
Compartilhada-Simples--Adiável		VPL + espera – perda compet.
Idem, entrando antes		Volta a casos anteriores



Legenda: ↓ decisão de investir; ↑ decisão de sair; entrada de competidor (fora de controle);
T = vida esperada do projeto; T_1 = período adiável; T' = abandono antecipado devido ao mercado

Irreversibilidade

- **Irreversibilidade pode ser *total* (ex.: perfuração de um poço) ou *parcial* (aquisição de um torno)**
- **Conceito vem da literatura de economia ambiental (artigos de Arrow & Fischer, e de Henry, ambos de 1974)**
- **Valoriza a espera antes de fazer uma ação irreversível: a espera é reversível**
- **Conceito se aplica a decisões sociais/políticas e até individuais (ex.: casamento, divórcio, suicídio)**
- **Negociação: se você tiver dúvida se deve ou não abrir uma informação, não abra!**
  - **A abertura da informação é irreversível. A espera é reversível, você sempre tem a *opção* de dar a informação depois.**

Tipos de Incertezas

- **Incerteza Econômica ou de Mercado: Correlacionado aos movimentos gerais da economia.**
  - **Valoriza a Espera por Informações Externas ("learning by waiting"). Ex: preço do petróleo; câmbio; juros; demanda de aço.**
- **Incerteza Técnica: Não correlacionado aos movimentos macroeconômicos.**
  - **Incentiva o investimento seqüencial, para revelar o verdadeiro cenário e reduzir a variância da incerteza ("learning by doing").**
  - **Ex.: Volume de petróleo numa jazida; Custo de projeto de P&D.**
- **Incerteza Estratégica: Relacionado à ação de outras empresas no mercado. Será objeto da matéria ELE 2005.**
  - **Pode tanto incentivar como adiar os investimentos.**
  - **Ex.: leilões de privatização/concessões; ameaça de entrada de concorrentes (ou de substitutos); jogo da espera na exploração e/ou revelation; timing-games em P&D.**

Medida Equivalente de Martingale

- **Definição de *medida equivalente* (de probabilidade):**
  - **Sejam duas medidas de probabilidade P e Q do mesmo espaço de probabilidades (Ω, Σ), onde Ω é o espaço amostral (conjunto de possíveis eventos) e Σ é a σ-álgebra de todos os sub-conjuntos de Ω.**
    - **σ-álgebra é uma *família de eventos* $\mathcal{E}$ compreendendo o conjunto vazio $\varnothing$, complementos de conjuntos que pertencem a Σ e uniões contáveis de seqüências de conjuntos $\mathcal{E}_n \in \Sigma$. Notação avançada muito usada em papers.**
  - **P e Q são ditos medidas equivalentes se para todo conjunto A $\in \Sigma$:**

    $P(A) = 0$ se e somente se ($\Leftrightarrow$) $Q(A) = 0$

    - **Em palavras, 2 medidas são equivalentes se atribuem probabilidade zero aos mesmos eventos ou conjunto de eventos. Logo, medidas equivalentes atribuem probabilidades > 0 (embora diferentes) para os mesmos eventos.**
- **Uma variável aleatória X(t) é um martingale sob medida Q se seu valor esperado for o valor corrente: $E^Q[X(t)] = X(0)$, $\forall\ t > 0$.**
- **Definição de *medida equivalente de martingale* (Q): essa medida Q, equivalente à medida *real* P, é tal que o valor esperado sob Q *descontado* dum ativo é um martingale: $E^Q[e^{-r\,t}\, X(t)] = X(0)$.**

Método da Neutralidade ao Risco

- **O método da neutralidade ao risco <u>não supõe</u> que os investidores são neutros ao risco.**
  - **Vale para avessos ao risco e até para amantes e neutros ao risco.**
  - **Através de "probabilidades adequadas" q e 1 – q, o valor do ativo básico é penalizado (certeza equivalente) e isso permite que se use a taxa de desconto livre de risco para obter o preço correto.**
- **O ponto chave é que essa mudança de probabilidade permite calcular o valor de *qualquer* ativo derivado desse ativo básico V.**
  - **A taxa *ajustada ao risco da opção* não é igual à taxa ajustada ao risco *do ativo básico*. A boa notícia é que não precisamos dela!**
- **Num contexto mais geral, o método da neutralidade ao risco é provado com ajuda do *teorema de Girsanov* (teorema de mudança de medida).**
- **Essa probabilidade q é usada para apreçar opções usando o popular método *binomial* (Cox & Ross & Rubinstein, 1979).**

Método da Medida Neutra ao Risco

- **O método da carteira neutra ao risco parece mais convincente do que o método da probabilidade neutra ao risco, pois é mais intuitivo aceitar o argumento de não-arbitragem (se a carteira sem risco der um retorno diferente da taxa r, gera arbitragem).**
  - **Mas o método da medida neutra ao risco dá igual resultado! O link será formalizado pelo *teorema fundamental de apreçamento de ativos*.**
  - **Se o retorno esperado (sob medida real P) de um ativo *em equilíbrio* é μ, matematicamente podemos mudar o cálculo do retorno esperado (usando uma medida Q) para que o retorno seja a taxa livre de risco r.**
  - **Como uma variável aleatória é um martingale sob medida Q se $E^Q[X(t)] = X(0)$, $\forall\ t > 0$, então queremos que o valor *descontado* por r seja um martingale sob uma certa medida Q. Para quê? Pelo seguinte:**
  - **Seja o ativo básico V com $\delta = 0$ e seja F(V, t) uma função (*derivativo*) de V. Então o martingale abaixo é um preço F(t = 0) livre de arbitragem:**

    $F(t = 0) = E^Q[e^{-r\,t}\, F(V, t)]$ (onde Q é tal que $E^Q[e^{-r\,t}\, V(t)] = V(0)$)

    - **Isso não foi demonstrado, só mostrado no ex. do seguro, mas é bem geral.**
    - **Além disso, tem um teorema que diz que num mercado *completo* existirá uma *única* medida equivalente Q tal que o preço F é livre de arbitragem.**

Teoremas Fundamentais de Preços de Ativos

- **Os dois teoremas fundamentais de precificação de ativos são devidos a Harrison & Kreps (1979) e Harrison & Pliska (1981). Esses teoremas unem os conceitos de arbitragem e martingale:**
  1. **A existência de *alguma* medida neutra ao risco, chamada de medida equivalente de martingale, é igual a ausência de arbitragem. Isto é:**

     Mercado é livre de arbitragem $\Leftrightarrow$ Existe alguma medida equiv. de martingale

     - **O valor descontado (por r) de um ativo é um preço livre de arbitragem se e somente se é um martingale sob essa medida equivalente de probabilid.**
  2. **<u>Quando a medida de martingale é única</u> (para um ativo e seus derivativos), equivale a dizer que o <u>mercado é completo</u>. Ou melhor:**

     Mercado é completo $\Leftrightarrow$ Medida equivalente de martingale Q é única
- **O 1º teorema faz uma ligação fundamental entre *arbitragem* e *martingale*, gerando facilidades matemáticas devido à bem desenvolvida *teoria de integração estocástica de martingales*.**
  - **O nome "*Fundamental Theorem of Asset Pricing*" é devido a Dybvig & Ross (Palgrave Dictionary of Economics, 1987) e é usado amplamente.**
  - **Ver Battig & Jarrow (1999) p/ uma crítica aos teoremas e teoria + geral.**

Distribuições de Revelações: Propriedades

- *Distribuição de revelações:* distrib. de $R_X(S) = E[X \mid S]$
  - Onde X é a *variável de interesse* e S é o *sinal* (informação).
    - ➡ A distribuição de revelações será usada em simulações de Monte Carlo (*neutra ao risco*) combinando várias incertezas.
- Principais propriedades da distribuição de revelações:
  - Limite: em caso de *revelação total*, a distribuição de revelações é igual a distribuição a priori da variável com inc. técnica (X).
  - Média: é igual a média original da distribuição a priori, i. é,
    - ➡ $E[E[X \mid S]] = E[R_X] = E[X]$ (chamada de *lei das expectativas iteradas*)
  - Variância: é igual a *redução esperada de variância* devido a S,
    - ➡ $Var[E[X \mid S]] = Var[R_X] = Var[X] - E[Var[X \mid S]]$ (= redução de variância)
  - Martingale: a seqüência de sinais $\{S_k\}$ gera um *processo de revelação* $\{R_{X,1}, R_{X,2}, R_{X,3}, \ldots\}$ que é um *martingale de Doob* (unifor. integrável).
    - ➡ A seqüência de *exercícios de opções de aprendizagem* gera a seqüência $\{S_k\}$.
- Seja $\eta^2 = Var[R_X] / Var[X]$. Note que ela é a *medida de redução % esperada de variância*: ela será nossa *medida de aprendizagem*.

Medida de Aprendizagem η^2 e Propriedades

- A medida de aprendizagem proposta é a *redução percentual esperada de variância* η^2, que também é a *variância normalizada da distribuição de revelações* de X dado o sinal S:

$$\eta^2(X \mid S) = \frac{Var[X] - E[Var[X \mid S]]}{Var[X]} = \frac{Var[E[X \mid S]]}{Var[X]} = \frac{Var[R_X]}{Var[X]}$$

- Proposição: propriedades da medida de aprendizagem η^2
  a) $\eta^2(X \mid S)$ existe sempre que $Var[X] > 0$ (não-trivial) e $Var[X]$ for finito;
  b) Essa medida é, em geral, assimétrica, $\eta^2(X \mid S) \neq \eta^2(S \mid X)$;
  c) Ela é definida no intervalo unitário, i. é, $0 \leq \eta^2 \leq 1$;
  d) Se X e S são *independentes* $\Rightarrow \eta^2(X \mid S) = \eta^2(S \mid X) = 0$; em adição, vale a expressão: $\eta^2(X \mid S) = 0 \Leftrightarrow Var[R_X(S)] = 0$;
  e) $\eta^2(X \mid S) = 1 \Leftrightarrow$ dependência funcional, i. é, $\exists$ v.a. g(S), tal que $X = g(S)$;
  f) Ela é invariante sob transformações lineares de X, i. é, se a e b são números reais, com $a \neq 0$, $\eta^2(a X + b \mid S) = \eta^2(X \mid S)$;
  g) Ela é invariante sob transformações lineares e não-lineares de S se g(S) for uma função 1-1, i. é, $\eta^2(X \mid g(S)) = \eta^2(X \mid S)$, se g(s) é função 1-1;
  h) Se as v.a. $Z_1, Z_2, \ldots$ são iid e $S = Z_1 + \ldots + Z_j$ e $X = Z_1 + \ldots + Z_{j+k} \Rightarrow \eta^2(X \mid S) = \frac{j}{j+k}$