Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro

IND 2072: Análise de Investimentos com Opções Reais e Jogos de Opções

Parte 6: Equilíbrio Dinâmico de Mercado. Competição Perfeita e Imperfeita. Teoria dos Jogos.

Marco Antonio Guimarães Dias,
Professor Adjunto, tempo parcial

Rio de Janeiro, 1º Semestre de 2005

Indústria Competitiva Dinâmica

- **Nos casos anteriores as firmas eram só *tomadoras de preços* e detinham o *monopólio da opção* de investir.**
  - **Não foi considerado que a *competição* pode afetar o valor da opção real e a regra de decisão. Isso será feito agora.**
  - **Antes a competição era *exógena* e se refletia nos preços do produto. Agora ela será modelada de forma endógena.**
- **A análise com ferramentas de opções reais (processos estocásticos, otimização sob incerteza) permite estender a teoria microeconômica tradicional sobre a competição, para uma *realidade dinâmica, com incertezas* e *opções*.**
- **Iremos começar com o caso de competição perfeita.**
  - **Veremos que nessa indústria o prêmio da opção vai a zero (i.é, valor da opção = VPL de exercício), mas o gatilho de exercício da opção é a mesma do caso anterior de monopólio!**
    - **Essa é a chamada “miopía ótima de Leahy”.**

Competição Perfeita (D&P, cap. 8.2)

- **Seja um grande número de firmas iguais formando uma indústria em competição perfeita. Cada firma produz uma unidade de um produto com preço P.**
  - **Assim, a produção total da indústria Q é igual ao número de firmas ativas no mercado.**
  - **As firmas são tomadoras de preços *infinitesimais*, mas a indústria "enxerga" uma *curva de demanda inversa* P = D(Q), com preços menores quanto maior for Q.**
- **Além disso, existe <u>incerteza na demanda</u> correlacionada com os *movimentos gerais da economia*, modelada assim:**
  - **O preço é dado pela <u>*demanda estocástica*</u> P = Y D(Q), onde o choque estocástico Y segue um MGB: $dY/Y = \alpha\, dt + \sigma\, dz$.**
  - **Um aquecimento na economia (aumento de Y) significa preços maiores, mas significa também um <u>aumento na probabilidade de entrada de novas firmas no mercado</u>, derrubando os preços.**

Valor da Firma em Competição Perfeita

- **Uma firma inativa pode entrar no mercado pagando um <u>investimento</u> irreversível I para produzir <u>uma</u> unidade em *perpetuidade*. Seja V(P) o <u>valor de uma firma ativa</u>.**
  - **O valor da firma inativa que exerce a opção é V(P) – I.**
  - **Seja o custo operacional = 0. <u>Se não tivesse competição</u> e nem opções após a entrada da firma, em perpetuidade $V(P) = P/\delta$.**
  - **O efeito da competição irá reduzir o valor da firma: $V(P) < P/\delta$**
- **Em P = Y D(Q) o preço do produto seria *linear* em Y <u>se</u> D(Q) não se alterasse, i.é, se não houvesse competição.**
  - **Com a competição, aumenta a chance de Q aumentar quando Y aumenta e, logo, D(Q) diminuir com Y. Assim, um aumento em Y provoca um <u>aumento menos que proporcional em P</u>.**
  - **Assim, <u>P é uma função côncava de Y</u>, ao contrário dos casos anteriores onde opção era uma função *convexa* do preço.**
    - **Assim, pela *desigualdade de Jensen*, um aumento da incerteza na demanda (em Y) <u>reduz</u> o valor esperado de P e, logo, de V(P).**

Equilíbrio em Expectativas Racionais

- **O conceito de equilíbrio dinâmico é o chamado de *equilíbrio em expectativas racionais* (Nobel em 1995)**
  - **<u>Cada firma toma como exógeno o mesmo processo estocástico da demanda</u>. Assim, cada firma reage (oferta) racionalmente a esse processo e o equilíbrio dinâmico oferta x demanda determina o preço P(t) a cada instante.**
- **Uma firma inativa observa a demanda através do sinal dado pelos preços de mercado P.**
  - **Essa firma entra racionalmente (investe I) se os preços atingem um nível suficientemente alto P^*.**
    - **Como aqui as firmas são homogêneas, um grande número de firmas entram no mercado quando P aumenta para P^*.**
  - **Mas quando essas firmas entram, aumenta Q e, portanto, o preço é reduzido (refletido para baixo) devido a D(Q).**
  - **Assim, o gatilho P^* é uma *barreira refletora superior* $\overline{P}$**

Barreira Refletora e o Processo P(t)

- **A barreira refletora superior faz com que exista um "teto" para os preços em competição perfeita.**
  - **Sob *expectativas racionais* as firmas demandam um alto P^*, pois todas elas sabem que outras firmas também irão entrar.**
- **Enquanto que o processo estocástico Y(t) é um MGB sem restrição, a barreira refletora dos preços em $P = P^*$ faz o processo estocástico P(t) ser dividido em dois casos:**
  - **Para $P < P^*$, Q é constante $\Rightarrow$ $dP/P = \alpha\, dt + \sigma\, dz$.**
    - **Pois P é proporcional a Y se D(Q) é constante e assim P também segue um MGB com os mesmos parâmetros (α, σ e δ) de Y.**
  - **Para $P = P^*$, Q$\uparrow$ e os preços são refletidos para baixo. Um novo MGB se reinicia com um valor de P um pouco menor que P^*.**
    - **Se após um aumento da demanda Y em que P atinge P^*, a demanda continuar aumentando durante um intervalo finito Δt, então os preços permanecerão no teto P^* durante esse intervalo.**
      - **Durante Δt entrarão um número de firmas suficiente para manter $P = P^*$**

A Equação Diferencial do Valor da Firma

- De forma similar ao visto na parte 4, o valor da firma ativa V como derivativo de P, o qual segue um MGB na região P < P*, deve considerar que <u>V tem fluxo de caixa</u>.
  - A diferença aqui é que assumimos custo operacional C = 0.
  - Logo, usando o *método do contingent claims*, obtém-se a EDO:

$$\tfrac{1}{2}\,\sigma^2 P^2 V_{PP} + (r - \delta)\, P\, V_P - r\,V + P = 0$$

  - Mais uma vez, a solução é a soma da *solução geral* do tipo $B\,P^{\beta}$ (parte homogênea, em vermelho) com a *solução particular* do tipo P/δ (devido à parte não-homogênea, em azul):

$$V(P) = B\,P^{\beta_1} + P/\delta$$

  - Já foi suprimido o termo $B_2\,P^{\beta_2}$ com a raiz negativa (β_2) por ter coeficiente igual a zero (cc.: se $P \to 0$, é necessário que $V \to 0$).
- Para determinar a constante B e o gatilho P*, devemos ver as condições de contorno em P = P*.
  - Como foi dito que V(P) é côncava em P, devemos obter $B < 0$.

Condição em P* e o Valor da Firma

- Para obter B e P* devemos colocar cc. em P = P*.
- Usaremos primeiro uma propriedade similar ao *contato suave*, que <u>vale para barreiras refletoras em geral</u>:
  - Se V(P) é uma função escrita sobre um processo de difusão de P que tem uma barreira refletora em P*, então a derivada de V(P) no ponto P = P* deve ser igual a zero. Ou seja, V(P*) é um máximo ou um mínimo. Logo:
  - $V_P(P^*) = 0 = \beta_1\, B\, (P^*)^{\beta_1 - 1} + 1/\delta \;\Rightarrow\; B = -\,(P^*)^{1-\beta_1} / (\beta_1\,\delta)$
  - Logo, B é negativo e V(P) é côncava, como indica a intuição.
- Substituindo B, podemos achar o valor da firma:

$$V(P) = \frac{P}{\delta} - \frac{P^{\beta_1}\,(P^*)^{1-\beta_1}}{\delta\,\beta_1}$$

  - Interpretação da equação acima: o 1º termo representa o valor da firma se não houvesse competição, enquanto que o 2º termo é o efeito da competição erodindo o seu valor.

Condição de Equilíbrio para Obter P*

- **Aqui será usada uma condição de equilíbrio para achar o gatilho: no caso (limite) de *competição perfeita*, a condição de entrada da firma é que o excesso de lucro *esperado* deve ser *zero*, numa visão dinâmica de expectativas racionais.**
  - **Dessa forma, quando as firmas entram em P = P*, o valor da firma ativa V(P) deve ser igual ao investimento de entrada I. Assim, igualando a eq. anterior de V(P) com I, obtém-se P*:**

$$P^* = \frac{\beta_1}{1 - \beta_1} \delta I$$

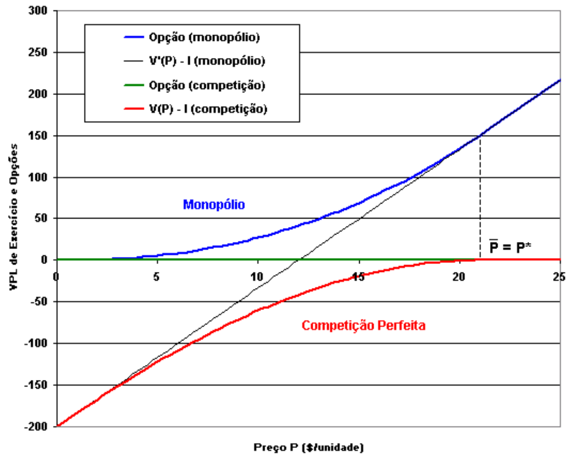
- **Note que esse gatilho é exatamente o mesmo do caso de monopólio! Isso é chamado de *miopia ótima de Leahy*:**
  - **Em competição perfeita, cada firma age (regra de decisão P*) de forma míope, como se ela detivesse o monopólio de investir no projeto. Isso coincide com o ótimo não-míope.**
  - **Assim, cada firma entra *como se fosse a última firma a entrar*, ignorando a futura entrada de competidores.**

Miopia Ótima e Valor da Firma

- **Apesar dos gatilhos serem os mesmos (*miopia ótima*) nos casos da competição perfeita e de monopólio, os valores da firma V(P) e da opção F(P) em competição perfeita são muito diferentes (menores) do caso de monopólio.**
  - **O valor esperado da firma V(P) em P = P* é igual ao investimento I no caso de competição perfeita, enquanto que no monopólio V(P*) é (bem) maior que I.**
- **No caso de monopólio, a opção F(P) de investir no projeto é estritamente positiva se P > 0.**
- **DP (p.257-258) mostram que, no caso de *competição perfeita* (CP), o valor da opção de investir f(P) vale zero.**
  - **Isso é intuitivo, já que em P* a firma investe com VPL = 0.**
    - **O valor da capacitação técnica numa indústria em CP é ≤ 0.**
  - **Assim, um aumento de volatilidade aumenta P* p/ compensar o aumento do valor presente das perdas competitivas.**

Competição Perfeita x Monopólio

- **O gráfico mostra os VPLs de exercícios e os valores das opções para os casos de *competição perfeita* e *monopólio*.**
  - **Em *competição perfeita*, V(P) - I ≤ 0 (vermelho). Note que a *opção* vale sempre *zero* no caso de *competição perfeita* (verde), enquanto que para o caso de monopólio (azul) ela é positiva.**



Planilha

Competição Imperfeita e Teoria dos Jogos

- **Quando a quantidade de firmas não é suficientemente alta para zerar o lucro esperado (VPL) de entrada das firmas, a competição é dita *imperfeita* ou *oligopolista*.**
  - **Veremos que o prêmio da opção de investir (VPL de exercício) no oligopólio diminui com o aumento do número de firmas.**
- **A ferramenta neo-clássica para análise de competição imperfeita é a *teoria dos jogos* ("game theory").**
  - **A teoria dos jogos ganhou o Nobel de Economia em 1994 com Nash (equilíbrio básico), Harsanyi (equilíbrio com informação incompleta) e Selten (equilíbrio perfeito em jogos dinâmicos).**
- **A teoria dos jogos também permite analisar interações estratégicas de *cooperação* entre as firmas.**
- **Do ponto de vista da firma, a teoria dos jogos permite *modelar de forma endógena* os efeitos da competição e das oportunidades de cooperação.**

OR e Jogos: Teorias Complementares

- **Em *jogos de opções reais*, o problema de maximização de valor da firma que analisa um investimento, deve considerar a presença de outras firmas como *jogadores*:**
  - **Os "players" reagem otimamente aos processos estocásticos relevantes (exógeno) e às ações das outras firmas (endógeno).**
    - **Onde "endógeno" significa que depende do nosso controle ótimo e "exógeno" não depende (entra como restrição na otimização).**
    - **A teoria dos jogos é necessária e entra nas *condições de contorno* (principalmente), com considerações sobre o *equilíbrio do jogo*.**
- **As teorias dos jogos e de OR são teorias *complementares*:**
  - **A teoria dos jogos tradicional sozinha ignora os avanços da teoria de finanças sobre risco-retorno e sobre o valor da flexibilidade gerencial sob incerteza (opções reais).**
  - **A teoria das opções reais tradicional sozinha ignora o fato que o exercício de opções por parte de outras firmas pode alterar o valor da sua opção real. *Conceitos de equilíbrio* são requeridos.**

Teoria dos Jogos: Origens e Conceitos

- **A *moderna* teoria dos jogos começa com Nash em 1950's**
  - **O chamado *equilíbrio de Nash* é o conceito mais importante e mais aceito da teoria dos *jogos não-cooperativos*.**
    - **É a base de outros equilíbrios (perfeito, Bayesiano, etc.)**
    - **Nash também formulou a mais importante solução em *jogos cooperativos*: a *solução de Nash para jogos de barganha*.**
    - **Conceitos antigos de equilíbrio, como o *minimax* (Von Neumann, 1928) vem perdendo o interesse na literatura econômica.**
- **Algumas definições básicas de teoria dos jogos.**
  - **Defini-se *estratégia* s_i do *jogador* i como uma regra de decisão ou plano contingente completo que descreve as ações a serem tomadas em cada possível evolução do jogo onde o jogador i é chamado a jogar. Se a estratégia for determinística, é chamada de *estratégia pura*, se probabilística é chamada *estratégia mista*.**
  - **As estratégias dos *outros jogadores* são denotadas por s_{-i}.**
  - **Um *jogo* é descrito especificando os *jogadores*, as *regras*, os *possíveis resultados* e os *valores* ("payoffs") desses resultados.**

Conceitos Básicos de Teoria dos Jogos

- Regras do jogo: quem joga e quando? O que ele sabe (conjunto de informação) na sua vez de jogar? Quais as ações possíveis?
  - Os lances dos jogadores podem ser *simultâneos* ou *alternados*.
- Resultados e payoffs: para cada conjunto de estratégias, qual é o resultado do jogo? Quanto vale (payoff) esse resultado?
- Um jogo pode ser cooperativo ou não-cooperativo:
  - No jogo cooperativo é permitido aos jogadores fazerem acordos entre si. No jogo não-cooperativo, não é permitido.
  - Jogos não-cooperativos são mais adequados p/ modelar a competição no mercado (microeconomia). Jogos cooperativos são mais adequados para modelar contratos e acordos sociais.
- Os jogos podem ser apresentados em dois formatos:
  - Na *forma normal* (ou *estratégica*, usando matrizes), denotada por Γ_N, ou mais detalhadamente, na *forma extensiva*, denotada por Γ_E, através de uma *árvore de jogos*. Árvore de jogos é uma *árvore de decisão generalizada* para *múltiplos* decisores.

Exemplo na Forma Normal ou Estratégica

- Exemplo: jogo do par ou ímpar com aposta de 1 R$

Estratégias puras para o jog. 1

Jogador 2 (ímpar)

Estratégias puras para o jog. 2

Jogador 1 (par)	par	ímpar
par	1; 0	0; 1
ímpar	0; 1	1; 0

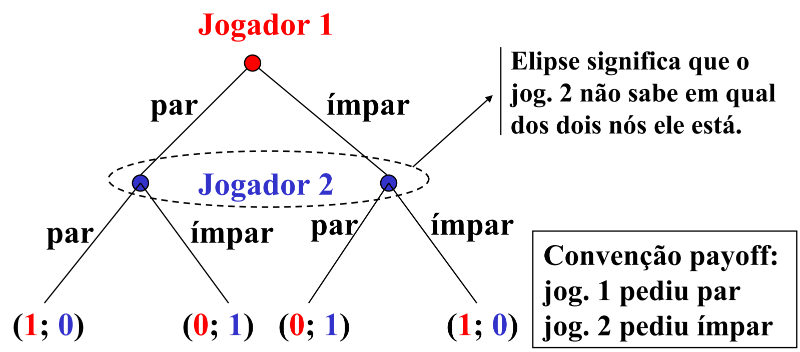
Payoff do jog. 1

Payoff do jog. 2

- Veremos que o único equilíbrio do jogo do par ou ímpar é o *equilíbrio probabilístico* ou em *estratégias mistas*: cada jogador joga "par" com 50% de chance e "ímpar"com 50% chances.
- Dado um conjunto de estratégias puras $\mathcal{S}_i$, uma estratégia mista para um jogador i é uma função σ_i: $\mathcal{S}_i \rightarrow [0, 1]$, que assinala a cada estratégia pura $s_i \in \mathcal{S}_i$, uma probabilidade $\sigma_i(s_i) \geq 0$. A soma dos σ p/ todos s_i é = 1

Jogo do Par ou Ímpar na Forma Extensiva

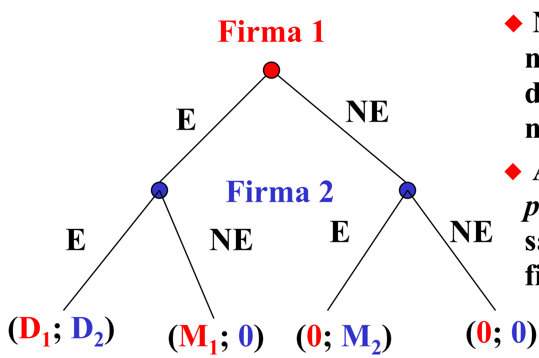
- A *forma extensiva* é mais usada para *jogos dinâmicos*, com *lances seqüenciais*. Mas pode ser usada também p/ jogos com *lances simultâneos*, como no jogo do par ou ímpar:



- Nos jogos simultâneos ou de *informação imperfeita*, se usa uma elipse circundando os nós do mesmo *conjunto de informação*.
  - Se o jogo fosse de lances alternados, o jogador 2 saberia em que nó ele estaria e poderia ganhar $1 com a melhor resposta.

Jogos Dinâmicos de Opção

- Jogos dinâmicos envolvem seqüências de ações. Constitui a maioria dos jogos de opções reais.
- Ex.: jogo de opção real com *duas firmas*. Elas decidem de forma seqüencial se exercem (E) ou não exercem (NE) uma opção de entrar. Os payoffs são valores de opções.
  - ➡ D_i = valor em duopólio da firma i e M_i = valor em monopólio de i.



- Note que na *forma normal* não se poderia capturar a dinâmica do jogo. Por isso é necessária a *forma extensiva*.
- Aqui o jogo é de *informação perfeita*, pois a firma 2 decide sabendo o lance jogado pela firma 1.

Conceitos Básicos de Teoria dos Jogos

- Um jogo é dito de *informação perfeita* se cada conjunto de informação só contém um nó de decisão da árvore.
  - Caso contrário é dito de *informação imperfeita*. Ex.: pôquer.
  - Já o *jogo de xadrêz* é exemplo de jogo de informação *perfeita*.
- Algumas premissas usais na teoria dos jogos:
  - O jogo é assumido ser de *memória perfeita* ("perfect recall"), i. é, uma jogadora nunca esquece a informação que sabia antes de chegar até aquele estágio do jogo.
  - Também se assume *conhecimento comum* ("common knowledge"), i. é, os jogadores conhecem a estrutura do jogo (inclusive os valores) e sabem que os outros conhecem, que sabem que os outros sabem que ele conhece, etc.
- Um *perfil de estratégias puras* de um jogo com J jogadores é um vetor $s = (s_1, s_2, \ldots s_J)$ em que s_i é escolhida pelo jogador i. Pode ser escrito como (s_i , s_{-i}) para ressaltar o ponto de vista de i em relação aos J – 1 outros jogadores.

Estratégia Dominante e o Dilema dos Prisioneiros

- *Estratégia dominante* é uma estratégia que é ótima para um jogador independentemente da(s) estratégia(s) escolhida(s) pelo(s) outro(s) jogador(es) (s_{-i}).
  - *Equilíbrio com estratégias dominantes* é quando cada jogador possui e joga a sua estratégia dominante. Ex. clássico a seguir.
- O *dilema dos prisioneiros* é um jogo clássico que ilustra a não-cooperação como equilíbrio com estratégia dominante.
  - Dois ladrões são presos e colocados em salas separadas. Para cada ladrão, o detetive propõe que ele confesse o crime e sirva de testemunha contra o outro. Se um dos ladrões confessar o crime e o outro não, aquele que confessou será posto em liberdade e o outro cumprirá pena de 10 anos. Se os dois confessarem, ambos ficarão presos por 3 anos. Se nenhum dos dois confessarem, a penalidade será de apenas um ano. Qual o resultado mais provável do jogo?
  - Note que <u>se</u> eles pudessem se comunicar e fazer *acordos críveis de serem cumpridos*, a estratégia cooperativa (não-confessar) seria a melhor para ambos. Sem acordo, só há o incentivo de trair o outro.

O Jogo Dilema dos Prisioneiros

- **Os payoffs são "anos de cadeia" com sinal negativo. Assim, valores mais próximos de zero são os preferíveis.**

		Prisioneiro 2: confessa (não-coopera)	Prisioneiro 2: não confessa (coopera)
Prisioneiro 1	confessa (não-coopera)	–3; –3	0; –10
Prisioneiro 1	não confessa (coopera)	–10; 0	–1; –1

- **O equilíbrio é em estratégias dominantes (um caso particular de equilíbrio de Nash) e é muito comum em várias situações sociais (ex.: a tragédia dos comuns).**

Dilema dos Prisioneiros: O Jogo da Propaganda

- **Um exemplo de dilema dos prisioneiros na área de decisão de investimentos é o *jogo da propaganda***
  - **Cenário: Duas firmas concorrentes, Firma 1 e Firma 2, têm de decidir quanto gastar em propaganda.**
  - **Estratégias: *muita propaganda*, *pouca propaganda***
  - **Os resultados são mostradas abaixo:**

		Jogador 2: muita	Jogador 2: pouca
Jogador 1	muita	4; 4	10; 1
Jogador 1	pouca	1; 10	6; 6

- **Equilíbrio em *estratégias dominantes*: Nesse jogo, ambas as firmas têm a mesma estratégia dominante. Dessa forma, o resultado do jogo é (4; 4).**
- **Dilema dos prisioneiros: o equilíbrio não é Pareto ótimo, não é o resultado que os jogadores escolheriam *se* eles pudessem cooperar de forma crível**

Estratégia de Melhor Resposta

- **Seja $V_i(\sigma_i, \sigma_{-i})$ o valor da estratégia mista σ_i para o jogador i quando os demais jogam as estratégias mistas σ_{-i}. A estratégia σ_i é a *melhor resposta* de i para o perfil σ_{-i} de J – 1 estratégias mistas dos outros jogadores se:**

$$V_i(\sigma_i, \sigma_{-i}) \geq V_i(\sigma_i', \sigma_{-i}) \ , \text{ para qualquer } \sigma_i' \in \Delta(\mathcal{S}_i)$$

  - **$\Delta(\mathcal{S}_i)$ é o *conjunto simplex* do conjunto das estratégias puras $\mathcal{S}_i$. O simplex é uma extensão do conjunto de estratégias puras $\mathcal{S}_i$ que assinala probabilidades a todas as M estratégias puras disponíveis para o jogador i.**
  - **A definição de estratégia *pura* de *melhor resposta* é similar.**
  - **A estratégia pura pode ser vista como uma estratégia mista *degenerada* (prob. = 1 p/ uma estratégia e zero para as demais)**
- **O conceito de melhor resposta é importante, pois será visto que o equilíbrio de Nash pode ser visto como um *ponto fixo* de *estratégias de melhor resposta simultânea*.**

Equilíbrio de Nash

- **O perfil de estratégias s = (s_1, s_2, … s_J) é um *equilíbrio de Nash* (EN) em estratégias puras de um jogo se, <u>para *todo* jogador</u> i = 1, 2, …, J, vale a desigualdade:**

$$V_i(s_i, s_{-i}) \geq V_i(s_i', s_{-i}) \ , \text{ para qualquer } s_i' \in \mathcal{S}_i$$

  - **O EN implica que as estratégias que fazem parte desse equilíbrio são <u>simultaneamente as *melhores respostas* para todos os jogadores</u>. Esse é um resultado fundamental.**
  - **Dessa forma, <u>não há incentivo para nenhum jogador desviar</u> desse equilíbrio, <u>unilateralmente</u>. Ex.: dilema dos prisioneiros.**
  - **Para saber se é equilíbrio de Nash, basta fazer a seguinte pergunta *a cada* jogador separadamente: mudando a sua estratégia você ficaria melhor (aumentaria V_i)? Se as respostas de *todos* os jogadores forem negativas, então é um EN.**
  - **A definição de <u>EN para estratégias *mistas*</u> é similar à apresentada.**
  - **Para se testar se o perfil σ é EN, basta testar desvios de σ p/ as estratégias *puras* s. Se não houver incentivo para desviar, σ é EN.**

Equil. de Nash: Jogo Batalha dos Sexos

- **Uma versão do jogo clássico da batalha dos sexos é:**
  - **Um casal tem de decidir o que fazer na sexta-feira à noite.**
  - **Eles concordam em ir ao cinema, mas ele prefere assistir um filme de ação e ela prefere assistir um romance.**
  - **Ir ao cinema sozinho é o pior resultado (menor utilidade).**
  - **As utilidades são mostradas abaixo. Quais os EN do jogo?**
    - **Dica: ver as melhores respostas simultâneas dos jogadores.**

		ELA	
		Ação	**Romance**
ELE	**Ação**	$\underline{2}; \overline{1}$	0; 0
	Romance	0; 0	$\underline{1}; \overline{2}$

Resposta:
Os EN em estratégias puras são dois: {ação; ação} e {romance; romance}. Tem um EN em estratég. mistas que é jogar uma estratégia com probabilidade de 2/3 e a outra com prob. 1/3. Ver material anexo.

Tópicos em EN e Estratégias

- **O valor de uma estratégia mista é um valor esperado dos valores ("payoffs") das estratégias puras ponderados pelas probabilidades em que serão jogadas.**
  - **Na teoria dos jogos *tradicional*, que em muitos casos analisa as *decisões de indivíduos* e não de firmas, usa-se a *função utilidade esperada*. Para *firmas*, recomenda-se usar a *moderna teoria de finanças corporativas*, que se apóia em *valores de mercado*.**
  - **As probabilidades das estratégias mistas *não são exógenas* (estimativas de estados da natureza) e *nem advindas de preferências* dos jogadores. Elas são <u>resultados da análise de equilíbrio</u>. Será visto mais tarde um exemplo em jogos de opções.**
- **<u>Existência de EN</u>: todo jogo tem pelo menos um EN se:**
  - **Puder jogar *estratégias mistas* e se houver um *número finito* de estratégias puras no conjunto de estratégias de cada jogador;**
  - **No caso do jogo só permitir *estratégias puras*, a existência de EN só é garantida em casos especiais, ex., com conjuntos tendo um contínuo de estratégias (infinitas estratégias, ex.: preço).**

Competição Internacional e Subsídios

- **Embraer x Bombadier no mercado de jatos executivos**
  - **Suponha que sem subsídios para a Bombadier, a matriz de payoffs para a fabricação de um novo modelo de jato é:**

		Bombadier	
		Desenvolve	Não Desenvolve
Embraer	Desenvolve	–10; –10	100; 0
	Não Desenvolve	0 ; 100	0; 0

- **Ou seja, dois EN em estratégias puras (e um EN em estratégias mistas). Na prática, existem os riscos de ambos desenvolverem o jato e terem prejuízo, ou não investirem.**

Mercado de Jatos Executivos com Subsídios

- **Agora suponha que o governo do Canadá dá $ 20 de subsídio para a Bombadier para desenvolver jatos executivos (ex.: taxas de juros abaixo do mercado).**
  - **A nova matriz de payoffs mostra a mudança do EN:**

		Bombadier	
		Desenvolve	Não Desenvolve
Embraer	Desenvolve	–10; +10	100; 0
	Não Desenvolve	0; 120	0; 0

- **Ou seja, o subsídio fez com que a estratégia investir (desenvolver o projeto de jato executivo) se tornasse estratégia dominante para a Bombadier. O único EN é a Bombadier sozinha no mercado.**

Competição com Projetos de P&D

- **Mesmo com apenas duas firmas no mercado (duopólio), a competição pode ser muito intensa.**
- **Em indústrias maduras, é freqüente a *competição em preços* através de *inovações de redução de custo*.**
  - **O gasto em P&D para reduzir custos pode não ser *Pareto ótimo* para as firmas, mas freqüentemente é a estratégia dominante para ambas as firmas (*dilema dos prisioneiros*):**

		Firma 2: P&D	Firma 2: Não-P&D
Firma 1	P&D	20 ; 10	40 ; –10
	Não-P&D	–10 ; 30	30 ; 20

- **A estratégia de P&D nesse contexto cria barreiras de entradas para novas firmas interessadas nesse mercado.**
- **Ocorre mais se a *demanda é mais elástica* com o preço.**
- **Uma alternativa ao P&D (não analisada) é reduzir custos com *ganhos de escala*.**

Jogos Repetidos: Cooperação é Possível

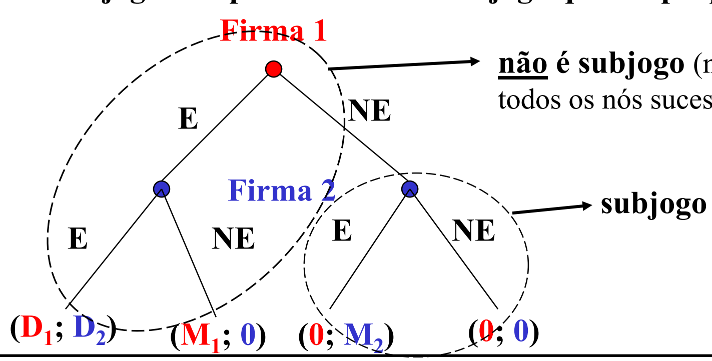
- **No dilema dos prisioneiros foi visto que {cooperar; cooperar}, mesmo sendo Pareto ótimo, não é equilíbrio.**
  - **No entanto, foi assumido que o jogo é jogado apenas uma vez.**
- **Existem casos em que o jogo pode ser *repetido* pelas firmas e o resultado {cooperar; cooperar} pode ser EN.**
  - **Com a repetição, cada firma pode criar *reputação* sobre o seu comportamento e aprender sobre o comportamento dos rivais.**
    - **Ocorre no caso de poucas firmas, com demanda e custos estáveis.**
- **Estudos experimentais tais como "*torneios de repetidos dilema de prisioneiros*", mostra que a estratégia "*tit-for-tat*" (retribuição/retaliação) pode sustentar a cooperação**
  - **Tit-for tat: estratégia é cooperar no instante inicial e continuar cooperando enquanto o outro coopera. Retaliar (não cooperar) se o outro não-coopera. Voltar a cooperar se o outro o fizer.**
  - **Teoremas populares ("folk theorems") para jogos repetidos infinitamente, mostram que a cooperação pode ser EN.**

Refinamentos do EN: Equilíbrio Perfeito

- **O grande problema prático do EN é que geralmente se têm <u>múltiplos</u> ENs. Isso é freqüente em jogos dinâmicos.**
  - **A pergunta natural é: qual o equilíbrio que deve prevalecer?**
- **Em jogos dinâmicos, o conceito de EN não consegue eliminar várias estratégias não-críveis. É necessário adicionar uma *racionalidade seqüencial* no caminho do equilíbrio.**
  - ***Princípio da racionalidade seqüencial*: a estratégia de um jogador deve especificar ações ótimas em todos os pontos da árvore de jogos.**
- **Selten introduziu o conceito de *equilíbrio de Nash perfeito em subjogos* (ENPS) para jogos dinâmicos.**
  - **ENPS usa o princípio da racionalidade seqüencial e o conhecido processo de otimização *backwards* (retro-indução):**
    - **Estabelece primeiro as estratégias ótimas nos nós terminais e depois vai estabelecendo as estratégias ótimas nos nós anteriores.**
    - **Zermelo foi precursor: seu teorema (1913) pode ser enunciado assim "todo jogo finito de informação perfeita tem um EN em estratégias puras que pode ser obtido através de retro-indução".**

Equilíbrio de Nash Perfeito em Subjogos

- **Para definir o ENPS é necessário definir *subjogo*:**
  - **Subjogo é um subconjunto do jogo Γ_E com as propriedades: (a) começa num conjunto de informação que contém apenas um nó de decisão e contém todos os nós sucessores; (b) não há conjuntos de informação quebrados, i. é, se o nó de decisão x está no subjogo, então cada nó x' $\in$ H(x) (i. é, o conjunto de informação onde está x) também estará no subjogo.**
  - **Todo jogo tem pelo menos um subjogo que é o próprio jogo.**

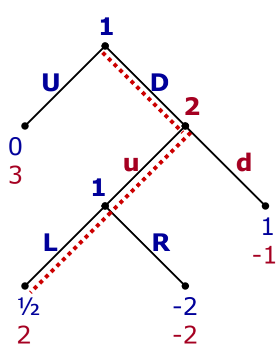


Equilíbrio de Nash Perfeito em Subjogos

- **O perfil de estratégias $\sigma = (\sigma_1, \sigma_2, \ldots \sigma_J)$ no jogo na forma extensiva Γ_E é um *equilíbrio de Nash perfeito em subjogos* se ele induz um EN em cada subjogo de Γ_E.**
  - **No jogo finito com informação perfeita, o Teorema de Zermelo assegura que existe o ENPS. Ele pode ser obtido backwards.**
  - **O ENPS é *único* caso nenhum jogador tenha os mesmos payoffs em nós terminais quaisquer.**
  - **Existe uma ligação estreita óbvia entre o conceito de ENPS e o de programação dinâmica: ambos usam *otimização backwards*.**
    - **Para determinar o ENPS inicia-se procurando o(s) EN nos nós terminais, substitui-se esse subjogo pelos payoffs do EN e analisa o sujogo predecessor, procurando o EN, etc., até chegar ao início.**
    - **Iremos fazer um exemplo numérico para ilustrar.**
    - **Nos casos de jogos infinitos, a definição de ENPS permanece no sentido de que induz EN em todos os subjogos, apesar de não ter a "última data" para trabalhar backwards. Na programação dinâmica vimos que é fácil trabalhar com horizonte infinito.**

Equilíbrio de Nash Perfeito em Subjogos

- **Exemplo mostra que existem dois EN e um ENPS no jogo abaixo. Mostra ele também na forma normal.**



1 \ 2	u	d
UL	0, 3	0, 3
UR	0, 3	0, 3
DL	½, 2	1, -1
DR	-2, -2	1, -1

- **Dois EN em estratégias puras**
- **Um ENPS em estratégias puras: (DL ; u)**

Equilíbrio de Markov

- **Em jogos estocásticos em geral e em jogos de opções, em particular, a introdução de uma variável de estado seguindo um processo estocástico nos faz ficar interessados num tipo de ENPS: o *equilíbrio de Markov*.**
  - **Esse tipo de equilíbrio é função apenas do estado corrente (ex., preço atual do petróleo) o qual segue um processo de Markov.**
    - **MGB e reversão à média são exemplos de processos de Markov.**
  - **Esse estado corrente sumariza o efeito do passado no jogo. O equilíbrio não depende diretamente da história do jogo.**
  - **É também chamado de *equilíbrio espaço-estado* ("state-space equilibrium") e de *equilíbrio perfeito de Markov* (EPM).**
  - **Equilíbrios de Markov são também perfeitos em subjogos.**
  - **É um equilíbrio adequado para os complexos *jogos estocásticos* onde o payoff em um dado instante depende desse estado e das ações que podem ser tomadas nesse instante.**
  - **EPM existe em jogos estocásticos com nº finitos de ações e estados**

Competição por Quantidades em Duopólio

- **Duas firmas dividem um mercado geográfico de um produto.**
- **<u>Equilíbrio de Cournot</u>: simultaneamente e de forma independente os jogadores escolhem as quantidades, e o preço é tal que o total ofertado é igual a demanda. É um EN.**
  - **<u>Função de reação</u> de Cournot: especifica a <u>produção ótima</u> de uma firma em função das possíveis produções da outra firma.**
- **<u>Equilíbrio de Stackelberg</u>: primeiro uma firma (líder) estabelece sua produção e depois a outra firma (seguidor), observando o líder estabelece a sua própria produção.**
  - **A produção e o lucro no modelo de Stackelberg são maiores para o líder e menores para o seguidor (vantagem de jogar primeiro). O líder maximiza o lucro dado a função de reação do seguidor.**
  - **Esse equilíbrio tem problemas de *consistência temporal*: não é EN se o jogo continua após a entrada do seguidor (há incentivo p/ desviar).**
- **No duopólio, as firmas têm como dado uma função demanda inversa $p = f(Q_T)$: o preço do produto é função da produção da indústria $Q_T = q_1 + q_2$. As estratégias das firmas são q_1 e q_2.**

Competição por Quantidades em Duopólio

- **Considere uma (por enquanto determinística) <u>curva de demanda inversa linear</u>, dada pela equação: $p = 30 - Q_T$**
  - **Por simplicidade, seja o custo variável igual a zero, ou, de forma alternativa, considere p a *margem* de lucro operacional.**
- **A função lucro π_i da firma i é a margem vezes as vendas:**

$$\pi_i = p\, q_i = (30 - Q_T)\, q_i$$

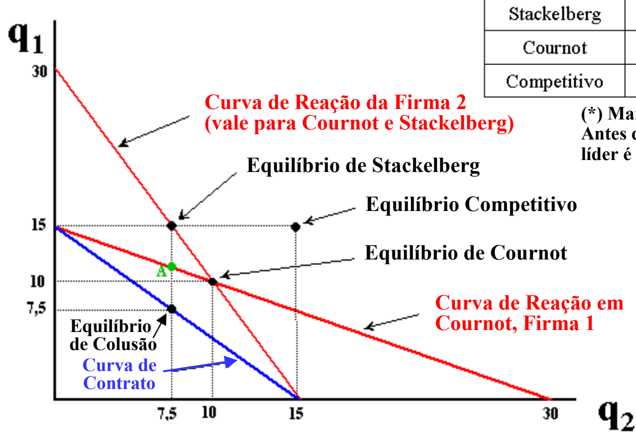
  - **Na *competição perfeita*, as firmas irão produzir até a margem p cair a zero (logo, produzirão $q_1 = q_2 = 15 \Rightarrow Q_T = 30 \Rightarrow p = 0$);**
  - **No *monopólio*, a única firma escolhe Q_T p/ maximizar o lucro (derivada do lucro π em relação à produção = 0 $\Rightarrow Q_T = 15$); e**
  - ***Colusão* é quando as firmas se juntam e agem como monopólio**
- **No duopólio (comp. imperfeita), o equilíbrio de Cournot é simplesmente o EN desse jogo de quantidades.**
  - **A função reação da firma i é obtida pela maximização $\partial\pi_i / \partial q_i = 0$, a qual dá as funções melhor resposta $q_i = f(q_j)$ p/ cada jogador.**
  - **O cruzamento dessas funções é o EN de Cournot.**

Duopólio: Possíveis Resultados

- **Para entender os possíveis equilíbrios, serão plotadas as *curvas de reação* das duas firmas, i. é, as *funções melhor resposta* dos dois jogadores dada as estratégias das outras firmas.**

Equilíbrios	Lucros		Margem
	Firma 1	Firma 2	Unitária P
Colusão	112,5	112,5	15
Stackelberg	112,5	56,25	7,5 (*)
Cournot	100	100	10
Competitivo	0	0	0

(*) Margem depois da entrada do seguidor. Antes da entrada do seguidor a margem do líder é p = 30 – 15 = 15 = margem da colusão.



Jogos Evolucionários e Equilíbrios Estáveis

- **A *teoria dos jogos evolucionários* nasceu na biologia para modelar o comportamento dos animais em conflito e, em especial, a *evolução das espécies* como *jogos repetidos*.**
- **Uma *estratégia evolucionária estável* ("evolutionary stable strategy", ESS) é:**
  - **Uma estratégia tal que, se todos os membros da população adotá-la, nenhuma estratégia mutante pode invadí-la.**
  - **Tem sido usado em economia para selecionar o melhor ENPS**
    - **Por serem *dinamicamente estáveis*, são os resultados (equilíbrios) mais prováveis no *longo prazo*.**
  - **No dilema dos prisioneiros repetidos, a estratégia "sempre cooperar" não é ESS, pois uma estratégia mutante de não cooperar estaria em vantagem e se proliferaria no jogo.**
    - **Já "nunca cooperar" é ESS nesse jogo repetido, pois um "cooperador mutante" sozinho não teria vantagem.**

Estratégia Evolucionária Estável

- **Definição: Uma estratégia mista σ é ESS se e somente se:**
  - **a) É a melhor resposta para si mesma; e**
  - **b) Para qualquer estratégia alternativa (*mutante*) melhor resposta σ' para σ, ela é melhor do que σ' é contra si mesma, i.é., para todas as estratégias disponíveis $\sigma' \neq \sigma$ com lucros (ou payoffs) $\pi_1(\sigma', \sigma) = \pi_1(\sigma, \sigma)$, deve-se ter $\pi_1(\sigma, \sigma') > \pi_1(\sigma', \sigma')$.**
  - **A condição (a) simplesmente diz que um ESS tem de ser EN consigo mesmo e a condição (b) é a *condição de estabilidade* contra a invasão de estratégias mutantes.**
- **Nos jogos com dois jogadores, o ESS é também um *equilíbrio perfeito em subjogos* (ENPS).**
  - **Mas mesmo em jogos finitos a existência de um ESS não é garantida (enquanto que sempre existe um ENPS).**
  - **ESS é uma condição mais robusta que o ENPS.**
- **Da literatura de biologia advém dois importantes jogos: o *jogo do medroso* ("chicken") e a *guerra de atrito* ("war of attrition").**

Jogos de Espera: o Jogo do Medroso

- O *jogo do medroso* (“chicken”, ou *galinha*) é uma variante estática do jogo de espera “guerra de atrito”.
  - Uma versão do “chicken” é: Dois adolescentes dirigem os seus carros em direção do outro. O primeiro a desviar (impedindo a colisão) é o “medroso” e perde o jogo. Ganha o mais *paciente*.
    - Outra versão similar: filme “Rebel without cause” c/ James Dean
  - O primeiro a exercer a opção é chamado de *líder* (L), que aqui perde o jogo. Esperar para ser *seguidor* (F) aqui é mais valioso. Seja S o payoff de exercício simultâneo e W da espera simultânea.

Jogador 1 \ Jogador 2	p_2 exercer	$1 - p_2$ esperar
p_1 exercer	S_1 ; S_2	L_1; F_2
$1 - p_1$ esperar	F_1 ; L_2	W_1; W_2

= Eq. Nash

$F_i > S_i \geq L_i > W_i$; $i = 1, 2$

- Existem dois EN em estratégias puras e um EN em estratégias mistas.
- O único ESS é o EN em estratégias mistas, com p_i:

$$p_i = \frac{L_j - W_j}{L_j - W_j + F_j - S_j}$$

Guerra de Atrito: Jogo Dinâmico da Espera

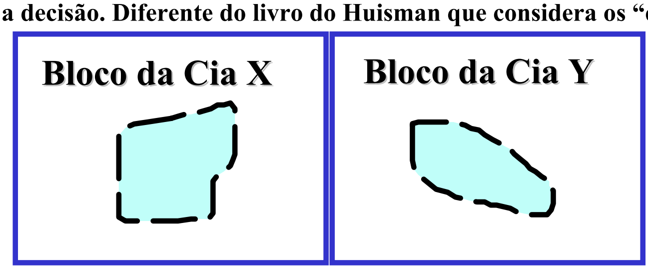
- O jogo de guerra de atrito foi introduzido na literatura de jogos por Maynard Smith (1974), num jogo em que animais lutam por um prêmio (território ou caça).
  - Existe um custo de permanecer lutando e esse custo é crescente com duração do jogo. Se for para parar, é melhor parar logo.
  - Se um animal “parar” ele concede o prêmio ao outro, gerando uma *externalidade positiva* p/ o outro (“*prêmio da espera*”).
  - A guerra de atrito pertence à classe de *jogos de momento* (“*timing games*”) ou *jogos de parada ótima*. É o *jogo da espera*.
- Guerra de atrito tem muitas aplicações em economia:
  - Em economia industrial, um exemplo é o exercício da *opção de abandono* em duopólios de *indústrias declinantes*. Nesse tipo de indústria, a saída (ou abandono) de uma firma beneficia a outra firma, pois a firma remanescente torna-se *monopolista*.
  - Em exploração de petróleo, companhias de petróleo esperam as outras perfurarem primeiro p/ obterem informações grátis.

Jogo de Guerra de Atrito: Definição

- **Seja o caso de maior interesse de apenas dois jogadores.**
- **As <u>estratégias puras</u> são mapas do conjunto de datas t da ação {parar}, i.é, são *tempos de parada* (ou tempos t* de exercício de uma opção real).**
  - **As <u>estratégias mistas</u> são distribuições acumuladas de probabilidade sobre as estratégias puras, i.é, $G_i(t)$ para $t \in [0, \infty)$ (p/ jogo infinito)**
    - **$G_i(t)$ é a probabilidade do jogador i parar antes ou exatamente em t**
- **Sejam os valores de ser líder $L_i(t)$, de ser seguidor $F_i(t)$, e o de exercício simultâneo $S_i(t)$, conforme o *tempo de parada t_i***
  - **Valor do jogador i = $L_i(t_i)$ se $t_i < t_j$ (j é o outro jogador)**
  - **Valor do jogador i = $F_i(t_i)$ se $t_i > t_j$**
  - **Valor do jogador i = $S_i(t_i)$ se $t_i = t_j$**
- **As seguintes premissas <u>caracterizam a guerra de atrito</u>:**
  - **$F_i(t) > L_i(t)$ para $t \in (0, T)$, sendo T a expiração da opção**
  - **$F_i(t) > S_i(t)$ para $t \in [0, T)$ (exclui *efeitos de rede* de Huisman)**
  - **$L_i(t)$ é estritamente decrescente em $t \in [0, T)$**

Jogo da Espera na Perfuração

- **Exploração de petróleo: com duas ou poucas companhias explorando uma bacia é um caso clássico de guerra de atrito.**
  - **Analisado principalmente por Hendricks (na visão tradicional) e no contexto de jogos de opções reais foi analisado primeiro por Dias (1997)**
  - **Duas companias X e Y com blocos vizinhos e prospectos de petróleo correlacionados: perfuração de um revela informação para o outro.**
    - **Se Y perfura e descobre petróleo, o fator de chance FC de X aumenta para FC^+. Se o prospecto Y se revelar seco, X revisa para FC^-, etc.**
    - **Nesse caso a presença do competidor *aumenta* o valor da espera.**
    - ***Informação incompleta* sobre como a outra firma avalia os prospectos.**
    - **Exercício simultâneo não é vantajoso pois a informação revelada não muda a decisão. Diferente do livro do Huisman que considera os "efeitos de rede".**



Jogos de Barganha

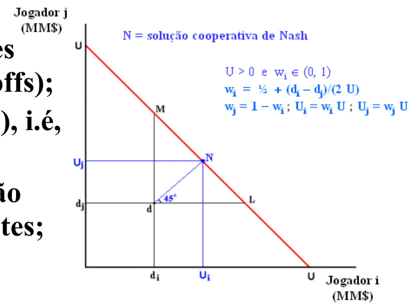
- Barganha é a característica básica da interação social e de grande importância empresarial (contratos, etc.)
- Barganha é caracterizada por duas propriedades:
  - O payoff total para as partes em concordância é maior que a soma dos payoffs individuais sem acordo.
    - Se não houvesse ganho ("surplus") o jogo não teria muito sentido
  - A barganha é um jogo ganha-ganha (não é jogo de soma zero).
    - Quando existe um surplus, a negociação é como dividí-lo.
- A literatura da *teoria de jogos de barganha* divide-se em:
  - Jogos de barganha não-cooperativos: modelo de Rubinstein (1982), com ofertas alternadas. Acha-se um único ENPS.
  - Jogos de barganha cooperativos: solução de Nash (1950, 1953) é a mais popular. Usa-se axiomas para determinar a solução.
  - Jogos de barganha evolucionários: é mais recente e baseada na teoria dos jogos evolucionários. Busca equilíbrios estáveis ESS.

Barganha Cooperativa x Não-Cooperativa

- Enquanto a barganha não-cooperativa especifica os detalhes do *processo* de barganha, a solução cooperativa é mais simples e independe do processo de negociação.
  - No entanto, se for permitido um pequeno risco de desistência da negociação ("breakdown") depois da rejeição de qualquer oferta, *a solução de barganha não-cooperativa* de Rubinstein (ENPS) *converge para a solução cooperativa de Nash* quando a probabilidade de desistência vai para zero (Binmore, 1987).
- O *jogo cooperativo de barganha* é definido pelo *par* (*S*, d), onde *S* é o *conjunto factível* de resultados da barganha e d é o *ponto de desacordo* (*disagreement point*).
  - Se as firmas não conseguirem chegar a um acordo, se teria um *desacordo* e as firmas voltariam a jogar o jogo não-cooperativo
  - Esse seria o ponto de status-quo da negociação. Na minha tese, d = $\{d_i, d_j\}$ é um ENPS de uma guerra de atrito com 2 players.
- Veremos agora a solução de Nash p/ o caso de 2 players.

Barganha Cooperativa: Solução de Nash

- Sejam 2 firmas i e j, cuja união de ativos (surplus) é U, barganham as participações (*working interests*) w_i e w_j:
  - Os valores das firmas são $U_i = w_i\ U$ e $U_j = w_j\ U$
  - A solução de Nash dá a partilha de U, $\{w_i\ ;\ w_j\}$, com $w_j = 1 - w_i$, usando 4 axiomas, é única: $w_i = ½ + (d_i - d_j)/(2\ U)$
- Os 4 axiomas são:



❶ *Invariância* em relação a transformações lineares (não depende da escala de payoffs);

❷ Resultado *Pareto ótimo* (linha vermelha), i.é, *todo* o ganho mútuo é explotado;

❸ *Independência de contração*, i.é, a solução não varia se remover soluções irrelevantes;

❹ Simetria (linha de 45º), i.é, não muda a solução se permutar os jogadores (a habilidade de negociar não conta).

- Matematicamente é a solução de:

$$N(S, d) = \text{argmax}\{(U_i - d_i)\ (U_j - d_j)\ |\ (U_i, U_j) \in S, U_i \geq d_i, U_j \geq d_j\}$$

Jogos de Informação Incompleta

- Em muitos jogos é mais realista considerar que existe informação incompleta sobre os payoffs dos rivais.
  - Nesses jogos, cada firma só recebe informações parciais sobre os valores do jogo, representadas por *distribuições de probabilidades a priori* sobre os possíveis cenários dos payoffs.
- Um dos jogos dessa classe mais importantes é o *jogo de informação assimétrica*, em que existe uma parte informada e outra parte não (ou menos) informada.
  - Assimetria de informação já deu 5 prêmios Nobel em economia
  - Iremos ver alguns casos clássicos, como os *jogos de sinalização*.
- O método geral para resolver os jogos de informação incompleta é o *método Bayesiano* (Harsanyi, 1967-68).
  - O jogo original é transformado num *jogo equivalente de Bayes* com informação completa, embora *imperfeita*.
  - Harsanyi desenvolveu o conceito de *equilíbrio Bayesiano*.

Informação Incompleta e Equilíbrio Bayesiano

- **Nesse jogo de informação incompleta, a natureza faz o primeiro lance escolhendo a realização de θ_i, a variável aleatória (v.a.) sobre o valor ou "tipo" de cada jogador i.**
  - **Cada jogador i tem uma função valor $V_i(s_i, s_{-i}, \theta_i)$, onde $\theta_i \in \Theta_i$ é uma v.a. escolhida pela natureza, só observada pelo player i.**
  - **É assumido, como premissa, que a *distribuição conjunta* dos payoffs (valores) dos jogadores são de *conhecimento comum*.**
  - **Estratégia pura p/ o jogador i é a regra de decisão ou função $s_i(\theta_i)$ que dá a escolha para cada realização do seu tipo θ_i.**
  - **O *valor esperado condicional* do jogador i é dado por:**

$$\tilde{V}_i\,(s_1(.),\, s_2(.),\, \ldots,\, s_J(.)) \;=\; E[V_i(s_1(\theta_1),\, s_2(\theta_2),\, \ldots,\, s_J(\theta_J)) \mid \theta_i\,]$$

- **O *equilíbrio Bayesiano de Nash* (EBN) é definido de forma similar ao EN, mas para *valores esperados condicionais*.**
  - **Um perfil de estratégias puras s = $(s_1, s_2, \ldots s_J)$ é EBN se, para *todos* os J jogadores:** $\tilde{V}_i\,(s_i, s_{-i}) \;\geq\; \tilde{V}_i\,(s_i', s_{-i})\;,\; \forall\, s_i' \in \mathcal{S}_i$

Falha do Mercado: Assimetria de Informação

- **Mas-Colell et al. (*Microeconomic Theory*, 1995, p.436):**
  - **Uma das premissas dos Teoremas Fundamentais do Bem-Estar é que as <u>características de todos os bens são observáveis para todos os participantes do mercado</u>.**
  - **Sem isso, não é válida a premissa de *mercado completo.***
- **No livro, os autores estão preocupados com o papel da assimetria da informação como sendo falha do mercado**
  - **Como caracterizar o equilíbrio de mercado nesse caso?**
  - **Existem possibilidades de intervenção no mercado visando aumento de bem-estar por parte do governo?**
    - **Eles definem o conceito de "*constrained Pareto optimal allocation*", para alocações que não podem ser melhoradas no sentido de Pareto pelo governo.**
  - **Como o mercado pode se adaptar para reagir aos problemas de assimetria de informação?**
    - **Sinalização, screening, etc., serão analisados de forma sumária.**

Caso da Enron: Auditoria, Consultoria e Incentivos

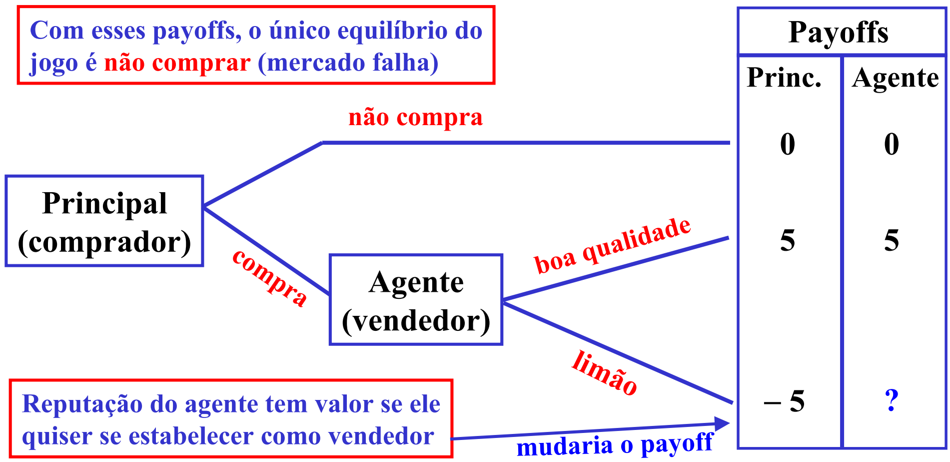
- **Vejamos o debate provocado pela falência da Enron analisado por Stiglitz (*Valor Econômico*, 17/02/2002), a respeito das companhias "independentes" de auditoria:**
  - **A empresa de auditoria tem o incentivo da *reputação* para prestar um serviço honesto aos investidores.**
  - **No entanto, quando a mesma empresa que audita presta a consultoria, aparece outro (e perverso) incentivo: "*agradar os clientes que não gostam de relatórios desfavoráveis*".**
    - **A auditora da Enron em 2001 chegou ao cúmulo de ajudar a destruir diversos documentos (supostas provas de irregularidades).**
    - **A. Levitt, ex-presidente da SEC, tentou no passado proibir a mistura de atividades de auditoria e consultoria pela mesma empresa, pois entende que "*incentivos são importantes, mas que mercados deixados a si próprios não podem oferecer os incentivos corretos*", pelo menos neste caso.**
  - **Stiglitz critica também a "porta giratória" (movimento descontrolado de passagem de funcionários do governo para a iniciativa privada e vice-versa)**
  - **Stiglitz argumenta que "*a questão central de nossa época é encontrar o equilíbrio certo entre governo e mercado*".**
    - **Mesmo com essas imperfeições no mercado, Stiglitz adverte: "*precisamos resistir a tentação de ir para o extremo oposto*".**

Teoria da Informação Assimétrica

- **Teoria de mercados sob informação assimétrica através de três Prêmios Nobel em Economia (2001):**
  - **Seleção Adversa: George Akerlof**
  - **Sinalização: Michael Spence**
  - ***Screening*: Joseph Stiglitz**
- **Teoria de incentivos sob informação assimétrica com outros dois Prêmios Nobel (1996):**
  - **James Mirrless (ótima taxação de renda)**
  - **William Vickrey (leilões)**
- **Teoria de Agência vs. Assimetria de Informação**
  - **Teoria de Agência: analisa problemas devido a conflitos de *agente* e *principal*, com informação assimétrica ou não.**
    - **"Common Agency": vários principais, ver Dixit et al (1997)**
  - **Assimetria de Informação: o agente é a parte *mais informada* e o *principal* é a parte *menos informada*.**

Prejuízo Moral e Reputação

- Para entender o problema de seleção adversa, vamos antes ver o conceito de <u>prejuízo moral</u> (*moral hazard*) e o conceito de <u>valor de reputação</u> como antídoto
  - Seja um comprador (principal) e um vendedor (agente):



Jogos Repetidos e Reputação

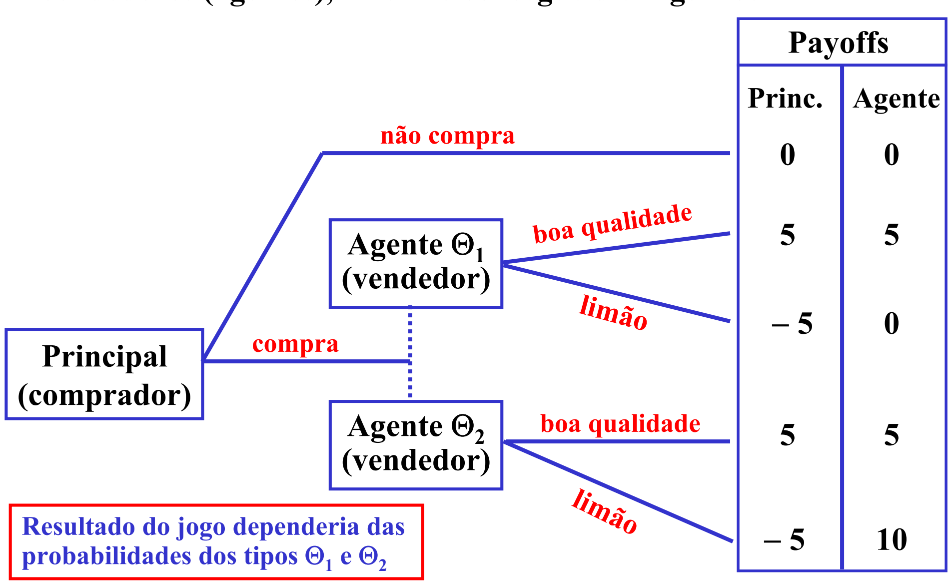
- O valor de reputação aparece em jogos repetidos.
- Se a figura anterior é apenas um <u>estágio de um superjogo</u> (esquema se repete) e <u>se os compradores podem se comunicar</u>, então a reputação tem valor.
  - Reputação aqui significa o sacrifício de benefício de curto prazo na expectativa de maior benefício no longo prazo.
- Assim, *construir uma reputação* pode ser vista como uma <u>decisão de investimento</u>, gastar hoje (ou sacrificar ganhos de curto prazo) visando futuros benefícios.
- Nesse caso, a intuição e testes de laboratório (ver Dobson, 1993) indicam que o equilíbrio desse jogo será (Comprar, Boa Qualidade).
  - Assim, a reputação é um candidato viável para resolver problemas de prejuízo moral (mas não para seleção adversa).

Seleção Adversa e os Antídotos

- **Akerlof, Spence e Stiglitz formularam a base teórica da teoria de mercados com informação assimétrica.**
  - **Mirrless e Vickrey focaram em incentivos e aplicações.**
- **Akerlof mostrou que a informação assimétrica cria imperfeições no mercado: Seleção Adversa.**
  - **Cria sérias distorções e limitações no mercado, punindo e afastando os produtos e serviços de melhor qualidade e/ou criando custos adicionais para minorar as imperfeições.**
- **Antídoto 1: Sinalização (Signaling)**
  - **Spence mostrou que o problema pode ser combatido através da sinalização, em geral a um certo custo.**
- **Antídoto 2: Screening**
  - **Stiglitz mostrou que o mercado pode voltar a ser eficiente através de auto-seleção, oferendo um *menu de alternativas*.**

Seleção Adversa Inviabilizando o Mercado

- **Aqui o comprador (principal) sabe que existem dois tipos de vendedores (agentes), mas não consegue distinguí-los:**



Jogos de Sinalização: Motivação

- **A parte mais informada (agente) pode querer revelar a sua informação para a parte menos informada (principal) se isso for vantajoso para ela.**
  - **Mas a parte menos informada pode encarar isso de forma cética, pois a outra parte pode estar mentindo.**
    - **Exs.: no mercado de trabalho o postulante ao cargo pode dizer que é altamente competente; no caso de seguro, ele pode dizer que é extremamente cuidadoso com o carro.**
    - **O agente verdadeiramente competente (ou cuidadoso) tem de achar *ações observáveis* que os menos habilitados tenham muita dificuldade (alto custo) ou impossibilidade de imitar.**
    - **Essas ações observáveis são os chamados "sinais".**
  - **Um *sinal é crível* somente se o custo do sinal for diferente o suficiente para diferentes tipos de emissores.**
    - **O sinal (uma ação ou decisão) deve impor maiores custos à firma (ou indivíduo, etc.) de menor valor e menor custo para a mais valiosa.**
    - **Assim é mais provável que a firma de *maior valor* emita aquele sinal.**

Jogos de Sinalização

- **O agente emite um *sinal crível* para convencer o principal sobre o valor ou a qualidade de seu produto, de forma a reduzir o problema da seleção adversa, por ex.**
  - **Em vez de produto, pode ser também um serviço, uma firma, ou mesmo um indivíduo, dependendo da aplicação.**
- **Exemplos de sinalização:**
  - **Na literatura moderna de finanças, a "política de dividendos" assim como a *escolha da estrutura de capital da firma* são muitas vezes vistas e analisadas sob a ótica de sinalização.**
  - **Firmas com produtos de alta-qualidade sinalizam com garantias mais longas ou "*satisfação garantida ou seu dinheiro de volta*".**
    - **Sinais críveis pois a imitação desses sinais seria de alto custo (ou de custo maior) para as firmas de produtos de menor qualidade.**
  - **Firma incubente pode deter a entrada de um concorrente com um sinal de que é uma *firma de baixo custo*, vendendo por um preço mais baixo antes da entrada do rival.**
    - **Se a incubente fosse de alto custo, esse sinal menos provável de ocorrer, já que ela poderia ter prejuízo ou margem demasiadamente baixa.**

Sinalização em Política Monetária

- **A política de *metas de inflação* é um *jogo de sinalização* jogado nas reuniões do COPOM que com a sua decisão sobre a taxas de juros emite um *sinal ao mercado* de sua visão a respeito da inflação e da atividade econômica.**
- **Isso foi modelado por Vickres (1986), em dois períodos:**
  - **A natureza escolhe o tipo de autoridade monetária (AM), que pode privilegiar a meta de inflação ou a de crescimento.**
    - **Tipo θ pode ser forte (S, combate inflação) ou fraco (W).**
  - **Empresários (ou "mercado") formam a sua expectativa π^e_1 sobre a inflação para o primeiro período (Brasil: usa o boletim Focus).**
  - **A autoridade observa π^e_1 e escolhe a corrente inflação do primeiro período π_1 (sinal), através da taxa de juros.**
    - **Empresários observam π_1 mas não o verdadeiro tipo (S ou W).**
  - **Empresários formam uma crença π^e_2 para a inflação do segundo período e tomam decisões sobre investimento, estoque e preços.**
  - **Autoridade observa π^e_2 e escolhe π_2, a inflação do período 2.**

Stiglitz e a Teoria de Screening

- **Nos modelos de screening, o principal é quem toma a iniciativa de propor contratos aos agentes de forma a reduzir o *rendimento da informação* do agente.**
  - **Já no modelo de sinalização a iniciativa parte do agente.**
- **O contrato é modelado para um *jogo de barganha*, geralmente de um período ("*pegar ou largar*").**
  - **O contrato pode ser visto como um conjunto de regras para um segundo jogo entre o agente e o principal.**
- **O artigo clássico de Rothschild & Stiglitz (1976) versou sobre o equilíbrio no *mercado de seguros*.**
  - **Eles perguntam o que o principal (seguradora) pode fazer para melhorar o seu resultado e evitar a seleção adversa.**
  - **R: A seguradora oferece um *menu* de diferentes combinações de prêmios e franquias e, sob certas condições, os agentes escolhem a combinação desejada pelo principal para o seu tipo.**

Stiglitz, Screening e Mercado de Seguros

- Sejam dois agentes, um tipo *alto risco* e o outro tipo *baixo risco*. Ambos tem a mesma renda x e querem segurar uma parte de sua renda $d < x$.
  - A probabilidade de sinistro com o tipo alto risco é p^H
  - A probabilidade de sinistro com o tipo baixo risco é $p^L < p^H$
  - O contrato de seguro (a, b) especifica o prêmio a e o valor b a ser pago em caso de sinistro. Logo, franquia = d – b
  - Se o contrato fosse mal feito de forma que todos escolhessem a mesma combinação (a, b), se teria um *equilíbrio agregador.*
    - Rothschild & Stiglitz mostra que *não* irá ocorrer esse equilíbrio, pois a seguradora estará melhor se oferecer contratos em que ocorra o equilíbrio separador, com contratos (a^L, b^L) e (a^H, b^H)
    - O tipo alto risco compra o contrato com $a^H > a^L$ e, por ex., com cobertura total: $b^H = d$; enquanto o tipo baixo risco paga um prêmio menor mas a cobertura é parcial: $b^L < d$
    - A unicidade de equilíbrio é típico em modelos de screening, mas há casos em que não existe nenhum equilíbrio possível.

MATERIAL ANEXO

Os anexos nos materiais do curso contém slides que reforçam os conceitos teóricos e apresentam exemplos adicionais que não serão discutidos em sala de aula, mas que podem ser úteis para um melhor entendimento de conceitos apresentados.

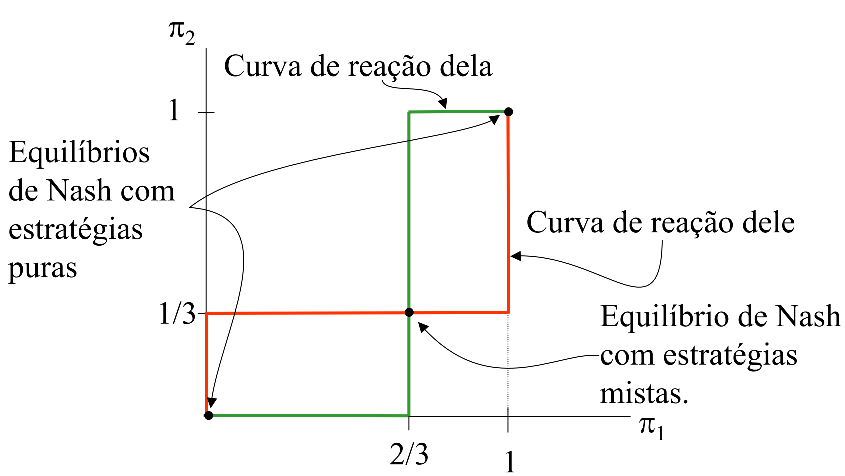
Solução em Estratégias Mistas do Jogo Batalha dos Sexos

- **Sejam π_1 e π_2 as probabilidades com que ele e ela, respectivamente, escolhem "filme de ação".**
- **O payoff esperado dele será dado por:**
  $$2\,\pi_1\,\pi_2 + (1 - \pi_1)\,(1 - \pi_2) = \pi_1(3\,\pi_2 - 1) + 1 - \pi_2$$
- **O payoff esperado dela será dado por:**
  $$\pi_1\,\pi_2 + 2\,(1 - \pi_1)\,(1 - \pi_2) = \pi_2\,(3\,\pi_1 - 2) + 1 - \pi_2$$
- **Funções de reação das firmas 1 e 2:**

$$\pi_1 = \begin{cases} 0 \text{ caso } \pi_2 < 1/3 \\ \text{qualquer valor entre 0 e 1 caso } \pi_2 = 1/3 \\ 1 \text{ caso } \pi_2 > 1/3 \end{cases}$$

$$\pi_2 = \begin{cases} 0 \text{ caso } \pi_1 < 2/3 \\ \text{qualquer valor entre 0 e 1 caso } \pi_1 = 2/3 \\ 1 \text{ caso } \pi_1 > 2/3 \end{cases}$$

Equilíbrio de Nash em Estratégias Mistas Batalha dos Sexos



Procedimento *Backward Induction*

- **O procedimento de retro-indução (backward induction) é:**

1. **Começe nos nós terminais do jogo e identifique quem joga.**
2. **Ache a decisão ótima do jogador nos nós de decisão comparando os payoffs que os jogadores recebem em cada nó terminal.**
   - **Registre essa escolha, ela é parte da estratégia ótima dos jogadores.**
3. **Podar a árvore cortando todos os ramos que se originaram de #1. Atribuir a cada um desses novos nós terminais os payoffs obtidos quando a ação ótima é realizada nesse nó.**
4. **Uma nova árvore de jogo existe e é menor que a original.**
5. **Se não existirem mais nós de decisão, o jogo termina. Se ainda existirem nós de decisão, aplicar os passos #1 a #4 até não haver mais nós de decisão.**
6. **Para cada jogador, selecione as decisões ótimas em cada nó. Esse conjunto de decisões constitem as estratégias ótimas desse jogo.**

- **O resultado é um equilíbrio de Nash perfeito em subjogos.**
  - **O ENPS pode ser único ou não (mesmo payoff em nós de decisão).**

Dilema dos Prisioneiros: Exemplos

- **A <u>Tragédia dos Comuns</u>: dois pescadores e um único lago têm incentivo de fazer pesca predatória, embora o melhor para ambos (Pareto ótimo) seja a pescaria leve:**

	Estratégias	Pescador 2: Pescaria Leve	Pescador 2: Pescaria Intensa
Pescador 1	Pescaria Leve	32, 32	28, 35
Pescador 1	Pescaria Intensa	35, 28	30, 30

- **<u>Bens Públicos</u>: contribuição para uma construir uma ponte: ninguém contribui se for opcional (que é pior para ambos).**

	Estratégias	Contribuinte 2: Contribui	Contribuinte 2: Não Contribui
Contribuinte 1	Contribui	32, 32	28, 35
Contribuinte 1	Não Contribui	35, 28	30, 30

Características das Estratégias

Estratégias		Contribuinte 2: Contribui	Contribuinte 2: Não Contribui
Contribuinte 1	Contribui	32, 32	28, 35
	Não Contribui	35, 28	30, 30

- Dominância de Pareto: nenhum jogador está pior e pelo menos um está melhor. Ex.: (32, 32) Pareto domina (30, 30).
  - (35, 28) domina (30, 30)? Não, pois 28 < 30.
  - (32, 32) é dito *Pareto Ótimo*, pois só se pode melhorar o valor de um às custas do prejuízo do outro.
- Free Rider (benefício grátis): No caso de (35, 28), dizemos que o contribuinte 1 está sendo um *free rider*, pois tem o benefício da ponte mas nada paga por ela.
- Externalidade Negativa: o jogador 1 passando de pagante para não-pagante gera uma externalidade negativa para o jogador 2, pois reduz o valor do jogador 2, que arcará com uma maior contribuição. Conflito individual x social. Sonegadores prejudicam os pagantes.

Evolução da Teoria Econômica da Informação

- A primeira abordagem dos economistas foi modelar a informação como uma "commodity".
  - Nesse caso as abordagens de estatística sobre o "valor da informação" poderia dar direções sobre como estimar a "demanda por informação".
    - Nessa linha houveram alguns avanços, mas uma outra abordagem se mostrou muito mais produtiva: como a disponibilidade e a dispersão da informação poderia afetar o mercado e a alocação de recursos na economia?
- Arrow (1963 e 1970) classificou a assimetria de informações em duas categorias:
  - Ações não-observáveis ("moral hazard" ou "prejuízo moral" no jargão da literatura de seguros).
  - Informação escondida (jargão: "seleção adversa").
- A análise de Arrow foi principalmente informal.

Evolução da Teoria Econômica da Informação

- **Duas maneiras distintas de abordar a assimetria de informação, objetivando reduzir seus problemas:**
  - **Distinguir os casos *com interações de mercado* (ex.: "mercado de limões") das aplicações *sem* esse componente de mercado (ex.: vários casos de *screening*).**
  - **Distingue os casos em função da <u>iniciativa para reduzir o problema</u> é da parte menos informada (exs: monitoramento, *screening*) ou se é da parte mais informada (ex.: *sinalização*)**
- **Pesquisadores de finanças se interessaram pelo tema que surgiu na área de economia: o desenvolvimento em finanças foi praticamente paralelo com os macro/micro economistas.**
  - **Década de 70 com Ross, Leland, Jensen & Meckling; e década de 80 com Myers & Maljuf, são as contribuições mais citadas**
  - **Hoje vários temas da teoria de finanças (estrutura de capital, decisões de financiamento, política de dividendos, relação com investidores, etc.) são analisadas com essa abordagem**

Seleção Adversa e o Mercado de Limões

- **Akerlof em seu artigo seminal de 1970 mostra que a informação assimétrica pode levar à seleção adversa em mercados e isso pode até inviabilizá-los.**
- **Seja o mercado de carros usados e assuma que existam apenas duas qualidades de carros:**
  - **Boa qualidade (proporção λ) e *limão* (proporção $1 - \lambda$).**
  - **Compradores não consegue distinguir a qualidade dos carros mas sabem que existem essas duas qualidades.**
  - **Para os compradores (principal) esses carros valem w_H e w_L, respectivamente, enquanto para os vendedores eles valem v_H e v_L, sendo $w_H > v_H$ e $w_L > v_L$**
- **<u>Se</u> não houvesse informação assimétrica se poderia distinguir H (alta qualidade) e L (limão) e assim haveria *mercado até para os limões* com preços entre v_L e w_L**
  - **Nesse caso o mercado funcionaria e cumpriria o seu papel.**

Seleção Adversa e o Mercado de Limões

- **Com assimetria de informação, não se pode distinguir as qualidades dos carros e os carros "iguais" são vendidos pelo mesmo preço. Qual?**
  - **Suponha que cada carro seja vendido por um preço médio da avaliação do comprador: $E[w] = \lambda\, w_H + (1 - \lambda)\, w_L$**
  - **A expectativa racional do comprador é que o valor de um carro desse mercado é E[w] e se ele é neutro ao risco ou avesso ao risco, ele não pagaria mais do que E[w].**
- **Suponha que o vendedor de carro de boa qualidade avalie seu carro por $v_H > E[w]$.**
  - **Vendedores com carros de boa qualidade não venderiam os seus carros (quanto melhor, menor a chance de ir ao mercado).**
  - **Restariam no mercado apenas carros de má qualidade, os limões. Ou seja, o mercado selecionaria os piores carros.**
  - **Desse jeito existe um incentivo a colocar os piores produtos possíveis no mercado, em vez dos melhores.**

Seleção Adversa: Análise e Outros Exemplos

- **No paper, de forma provocativa, Arkelof conclui que ficando os piores carros no mercado, o preço médio cairia ainda mais, até que ninguém mais toparia colocar o carro no mercado (*colapso do mercado*).**
  - **Dixit & Besley (1997): "muitos mercados sofrem do problema de seleção adversa, mas a maioria não colapsa".**
- **Outros exemplos analisados por Arkelof**
  - **Segregação social no mercado de trabalho.**
  - **Dificuldades de pessoas idosas na compra de seguro saúde.**
  - **Mercado de crédito na Índia nos anos 1960s, com taxas de juros duas vezes mais altas no interior comparado com os juros cobrados em grandes cidades:**
    - **Tentar arbitragem pode levar a grandes perdas se a pessoa não conhecer bem o risco de crédito das pessoas do interior.**
    - **Explica também o caso geral de juros mais altos em países não-desenvolvidos (sistemas de informação precário).**

Spence, Sinalização e Aplicações

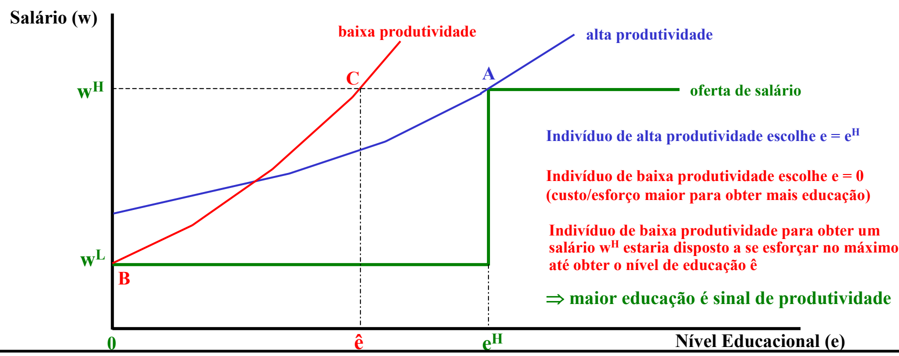
- **O famoso trabalho de Spence na área de *educação como um sinal no mercado de trabalho*, motivou um grande número de diferentes aplicações em teoria dos jogos.**
  - **O próprio Spence desenvolveu aplicações na chamada nova teoria de organização industrial com *jogos de sinalização*.**
    - **Exs.: *competição monopolística* (1976) e *entrada no mercado* (1977).**
- **Sinalização explica porque as firmas distribuem *dividendos* mesmo tendo maior (dupla) tributação do que o ganho de capital em muitos países (clássico: Bhattacharya, 1979).**
  - **O mercado sabe que os gerentes tem informação assimétrica (privilegiada) sobre o futuro da empresa e analisam os sinais.**
  - **Política de dividendos pode atuar como um *sinal crível* de que a firma tem um bom futuro, pois esse sinal seria muito caro se emitido por uma empresa que estivesse com más perspectivas.**
    - **Preços das ações frequentemente sobem com anúncio de dividendos altos**
    - **Somente firmas com projetos de alta qualidade podem sustentar essa política.**
- **Em organização industrial, existem várias aplicações sobre consumidores interpretando *propaganda* e *preços* como sinais.**

Spence e a Teoria da Sinalização

- **O artigo seminal de Spence ("*Job Market Signaling*", 1973) e seu livro de 1974 (*Market Signaling*) focaram no nível educacional como um sinal no mercado de trabalho**
  - **A idéia é que um trabalhador de alta produtividade tem mais facilidade (menor esforço) para alcançar um maior nível educacional do que outro que tenha menor produtividade**
  - **O nível educacional pode ser observado a priori, já a produtividade não é observada a priori**
- **A educação aqui é um *sinal do tipo da pessoa em termos de produtividade*, não se considera o valor intrísico da educação:**
    - **Não se considera que o maior nível educacional permite melhorar a produtividade do trabalhador. Isso seria um efeito adicional.**
    - **Para analisar apenas o efeito de sinalização da educação, Spence isolou o mesmo de outros efeitos para entender o mecanismo de sinalização.**
    - **Spence derivou condições gerais, aplicáveis em outros casos, de compatibilidade com os incentivos que se deseja para reduzir o problema de seleção adversa nos mercados**

Spence e a Teoria da Sinalização

- Um indivíduo (vendedor de mão de obra) pode adquirir educação adicional antes de entrar no mercado de trabalho
  - Seja w^L o salário para o trabalhador de baixa produtividade e w^H o salário para o trabalhador de alta produtividade
  - A firma paga salário w^H se o nível educacional for $\geq e^H$ e paga salário w^L para os trabalhadores com nível educacional menor
  - A figura abaixo mostra a <u>oferta de salário</u> (verde) e as <u>curvas de indiferença</u> dos indivíduos mais e menos produtivos

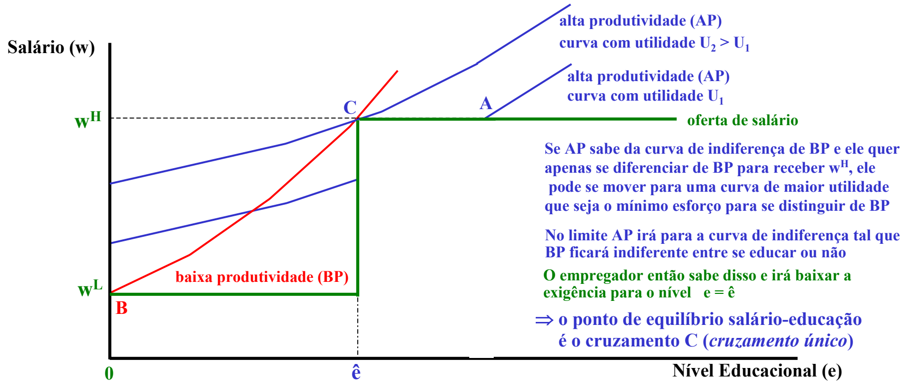


Spence, Sinalização e Equilíbrio

- **Assim em vez da seleção adversa, em que apenas os indivíduos de baixa produtividade permaneceriam no mercado (os outros abririam seu próprio negócio ou iriam embora), os mais produtivos irão adquirir educação para se distinguir dos menos produtivos**
  - Logo, a sinalização reduz ou elimina a seleção adversa
- **Para existir um contínuo de níveis educacionais e seus equilíbrios, a *condição* "*incentivo-compatível*" é tal que:**
  - A expectativa de nível educacional não seja tão alta que mesmo os indivíduos de alta produtividade prefiram não atingí-lo, e nem tão baixa que até os de baixa produtividade queiram atingí-lo
  - O ponto A da figura sempre fica abaixo da curva de baixa produt.
  - O ponto B sempre fica abaixo da curva de alta produtividade
  - Em equilíbrio, o trabalhador maximiza a sua utilidade se adquirir apenas o <u>mínimo necessário</u> de educação <u>para se distinguir</u> do trabalhador de menor produtividade
    - Veremos a seguir que isso leva à *condição "single-crossing"*

Condição *Single Crossing* e Equilíbrio

- A visão de que os mais produtivos terão menores custos para sinalizar (curva de indiferença mais suave) do que os menos produtivos (curva mais inclinada) é também relacionada ao trabalho de Mirrless (1971).
  - É conhecida por *condição de "single-crossing"* (único cruzamento das curvas) ou *condição de Mirrless-Spence*.
    - Na verdade a firma só quer saber de diferenciar produtividade, não está interessada no nível de educação por si só (e o trabalhador sabe disso).

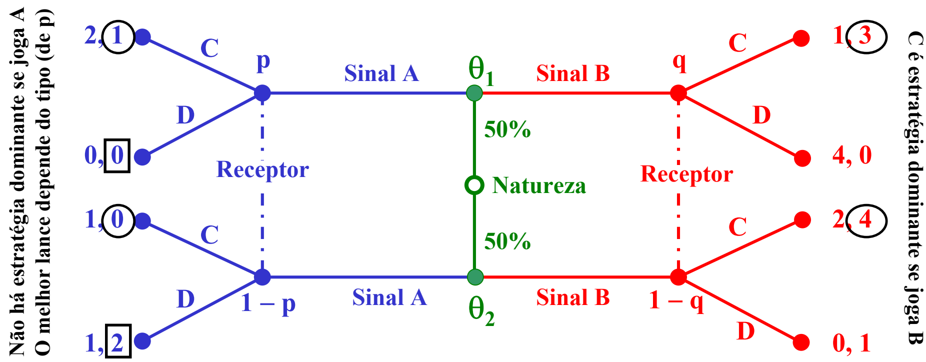


Equilíbrio no Jogo de Sinalização

- Repare que essa solução é um *equilíbrio de Nash* (melhor resposta simultaneamente), pois não existe incentivo para nenhum dos jogadores em se desviar de suas estratégias:
  - Trabalhador de alta produtividade estaria pior se estudasse menos;
  - Já o de baixa produtividade não estaria melhor se estudasse mais; e
  - O empregador não ganharia nada exigindo mais educação para AP.
- Esse é um *equilíbrio separador* ("separating equilibrium"), mas poderiam existir <u>outros equilíbrios de Nash</u> (EN), o *equilíbrio agregador ("pooling equilibrium")* e/ou o *equilíbrio híbrido.*
  - Esses conceitos são devidos a Rothschild & Stiglitz, pois são úteis também em modelos de screening.
- No jogo de Spence, o equilíbrio agregador seria se a firma oferecesse um *salário intermediário* w^M , onde $w^L < w^M < w^H$ para todos os trabalhadores, sem pensar na produtividade.
  - É EN, pois não haveriam incentivos para desvios unilaterais.
  - Mas na visão dinâmica ocorreria o problema de *seleção adversa* pois o salário atrairia trabalhadores BP e afastaria os de tipo AP.

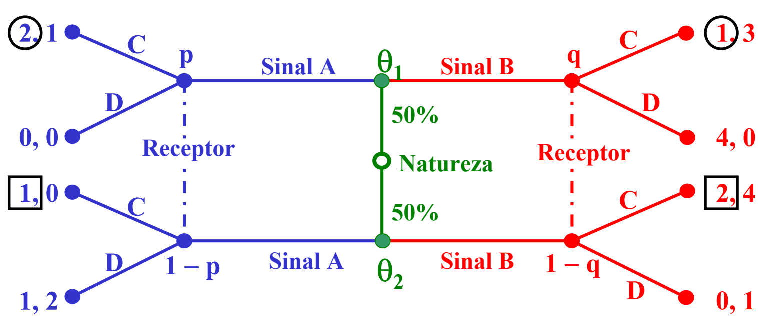
Exemplo de Jogo de Sinalização

- O jogo de sinalização em geral é um *jogo dinâmico (sequencial) de informação incompleta* entre duas classes de jogadores: emissores e receptores do sinal
  - Se quer o *equilíbrio Nash-Bayesiano perfeito em subjogos* (ENBP), onde há probabilidades que os sinais revelem os verdadeiros tipos
  - O objetivo do emissor do sinal é se diferenciar (eq. separador)
  - Considere o jogo abaixo (adaptado de Gibbons, pp.188-190):



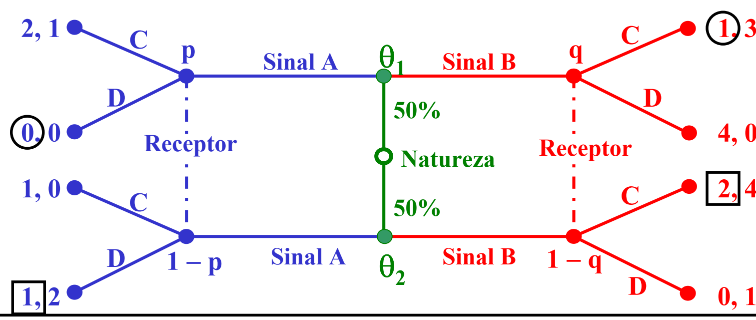
Exemplo de Jogo de Sinalização

- Nesse jogo deve-se examinar os possíveis diferentes equilíbrios
- Examinando os 4 possíveis equilíbrios em estratégias puras (dois equilíbrios separadores e dois agregadores), Gibbons mostra que existem dois equilíbrios, um de cada tipo:
  - O equilíbrio *separador* [(A, B), (C, C), p = 1, q = 0] é um ENBP pois não há incentivo para desviar ⇒ sinal eficiente (diferencía θ)
    - [(A, B), (C, C)] significa que o emissor joga A se é do tipo θ_1 e joga B se é do tipo θ_2. Já o receptor joga C se recebe o sinal A e joga C se recebe o sinal B.
    - p = 1 e q = 0, qualifica de equilíbrio separador, pois o sinal revela o verdadeiro tipo ⇒ equilíbrio separador significa aprendizagem, sinal crível.



Exemplo de Jogo de Sinalização

- O equilíbrio *agregador* [(B, B), (D, C), p ≤ 2/3, q = 1/2] também é ENBP pois não há incentivo a desviar.
  - [(B, B), (D, C)] significa que o emissor joga B tanto se é do tipo θ_1 ou se é se é do tipo θ_2 (por isso agregador, pois todos os tipos escolhem o mesmo sinal).
    - Já o receptor teria de jogar D se recebesse o sinal A e joga a estratégia dominante C se recebe o sinal B. Qual a crença p que faria ele ameaçar jogar D em resposta a A?
  - Indiferença ao sinal A: payoff de jogar C = payoff de jogar D. Logo: (p . 1) + [(1 – p).0] = (p . 0) + (1 – p).2 ⇒ p = 2.(1–p) ⇒ p = 2/3
    - Para descartar esse equilíbrio teria que se acreditar que p > 2/3 (teria de acreditar que sinal A é mais crível), senão esse equilíbrio é possível



Princípio da Revelação

- A *teoria do desenho de mecanismo* combina o *modelo de principal-agente* com o conceito de *equilíbrio Nash-Bayes.*
    - Mecanismo é um jogo (especifica as estratégias possíveis e os payoffs).
- *Mecanismo direto* é aquele que simplesmente pergunta ao agente para revelar a sua informação privada.
    - Estratégias disponíveis são simplesmente reportar sobre o seu tipo.
- Se for ótimo (ENB) para o jogador a revelação da verdade, tal mecanismo é chamado de "incentivo-compatível".
- O *teorema do princípio da revelação* diz que se pode reduzir a busca do mecanismo ótimo para aqueles que sejam *diretos* e *incentivo-compatível* (revelador da verdade).
  - Prova-se que não há perda de payoff em descartar os mecanismos que não atendam ao princípio da revelação.
- O link com jogos Bayesianos é devido a Myerson (1979).
  - *Princípio da Revelação II*: Qualquer equilíbrio Nash-Bayesiano (ENB) de qualquer jogo Bayesiano, pode ser representado por um mecanismo direto incentivo-compatível.