Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro

Análise de Investimentos com Opções Reais IND 2072

Parte 1: Conceitos Básicos

Marco Antonio Guimarães Dias
Professor Adjunto (tempo parcial)

Rio de Janeiro, 1º Semestre de 2008

Visão Geral do Curso

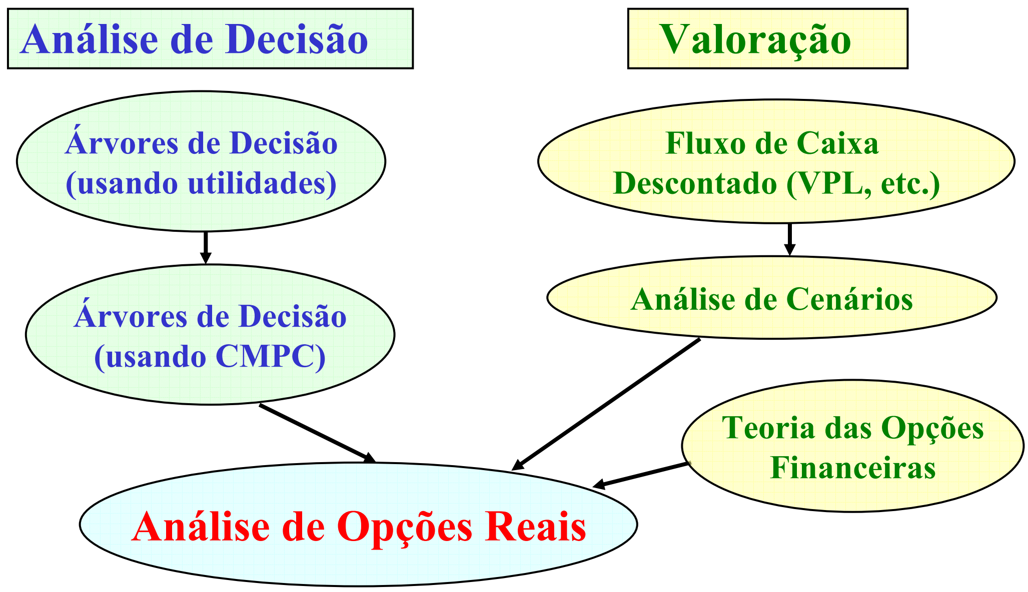
- Terças-feiras de 18:30 às ~21:10 hrs. Sala 952 L.
- Pasta com materiais do curso: "xerox dos homens", Pasta 76.
  - Website do curso: http://www.puc-rio.br/marco.ind/ind2072.html
- Livro-texto: DP = Dixit & Pindyck (1994): "*Investment under Uncertainty*". Livro clássico, vale a pena comprar.
  - Os slides e notas são + importantes: enviarei por e-mail e/ou pasta 76.
- Programa: ver a ementa do curso no website.
- Avaliação: a princípio duas provas (P1 pesa 40% e P2 pesa 60%).
- Professor Adjunto, tempo parcial, Marco Antonio Guimarães Dias:
  - Duas teses de opções reais (OR) na PUC-Rio (mestrado e doutorado).
  - Experiência de mais de 25 anos na Petrobras, sendo mais de 19 anos em análise econômica de projetos na sede da Petrobras (onde continua)
  - Instrutor de OR na Petrobras desde 1996.
  - Cursos e seminários de OR no MIT, PUC-Rio, UFRJ, Unicamp, etc.
  - Criou o primeiro website de OR (1995): www.puc-rio.br/marco.ind/
  - Advisor do *Real Options Group*. E-mail: marcoagd@pobox.com

Conceito de Opções

- **Opção é o oposto de obrigação. Opção é direito, é liberdade de decisão, é flexibilidade gerencial.**
- **Histórico sumário da teoria das opções financeiras:**
  - **1900: tese de Bachelier: opções usando modelo aritmético Browniano.**
  - **1973: Início de negociação de opções na CBOE (Chicago); ano de publicação dos artigos seminais de Black & Scholes e de Merton.**
  - **1997: Prêmio Nobel em Economia p/ Scholes & Merton (Black faleceu em 1995): referência explícita às aplicações em projetos (opções reais).**
- **Três conceitos de opções na literatura:**
  - ***tradição financeira*, que enfatiza o cálculo do valor da opção, como no modelo de Black & Scholes & Merton;**
  - ***tradição econômica*, que enfatiza a regra de decisão (irreversibilidade de uma decisão), como em Arrow & Fisher (1972) e de Henry (1974); e**
  - **escola de Schmalensee, Bohm e Graham, ênfase na escolha econômica, mas a opção pode ser negativa. Sem interesse prático para nós.**
  - **Vamos combinar os conceitos financeiro e econômico.**

Raízes da Análise por Opções Reais

- **Esta é a visão do Prof. Triantis (palestra em Chicago, 2000)**



A Evolução da Teoria de Opções Reais

- S. Myers (1977): Projetos e ativos reais corporativos como OR.
- Primeiro modelo de OR (1979): foi do *brasileiro* Tourinho, tese de Ph.D., University of California, Berkeley (recursos naturais).
- Artigos mais importantes da década de 80:
  - Kester (1984), opções de crescimento; McDonald & Siegel (1986), o valor da opção de espera; Brennan & Schwartz (1985): opções de abertura e fechamento duma mina; Paddock & Siegel & Smith (1988), valoração de reservas de petróleo; Dixit (1989), "entry-exit"
- Década de 90: rápido crescimento na academia e indústria.
  - Artigos importantes: Pindyck (1993); Trigeorgis (1993) e outros.
  - Primeiro livro texto de OR em 1994: Dixit & Pindyck.
    - Depois Trigeorgis (1996); e mais de uma dezena de livros.
  - Graham & Harvey (2001): pesquisa com 392 CFO's dos EUA e Canadá: 26,6% já usam "sempre ou quase sempre" as OR.
  - "Bolha" da internet: muita gente usando sem saber os conceitos.

Pesquisa de Graham & Harvey (2001)

- Maior pesquisa já feita sobre práticas corporativas, com 392 CFO's dos EUA e Canadá: crescimento surpreendente de OR.
  - Journal of Financial Economics, vol.60, 2001, pp.187-243

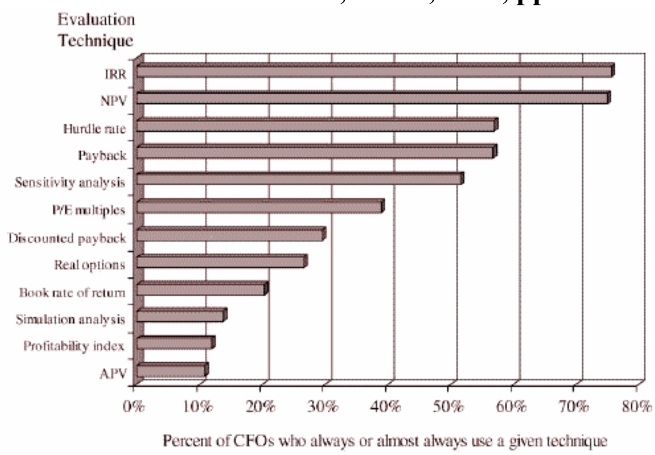


Fig. 2. Survey evidence on the popularity of different capital budgeting methods. We report the percentage of CFOs who always or almost always use a particular technique. IRR represents internal rate of return, NPV is net present value, *P/E* is the price-to-earnings ratio, and APV is adjusted present value. The survey is based on the responses of 392 CFOs.

Conferência Internacional de Opções Reais

- **Esse ano será no Rio de Janeiro (Hotel Sofitel?), co-organizada pela PUC-Rio (Marco Antonio e Luiz Brandão) , 9-12 de julho:**
- **"12th Annual International Conference on Real Options – Theory Meets Practice" – ver http://www.realoptions.org/**
  - **Primeira vez fora do eixo Europa-EUA-Canadá.**
- **Consiste de duas conferências: conferência gerencial e conferência acadêmica. Tem um dia de interposição.**
  - **Ingresso para estudantes na acadêmica da ordem de US$ 500.**
  - **Artigos de alto nível na conf. acadêmica e casos reais em empresas na conf. gerencial. Ver papers de anos anteriores no site acima.**
  - **Mesas redondas temáticas e gerais. Muito debate/discussão técnica.**
- **Sugestões: 1) Assistir a conferência acadêmica esse ano; 2) Quem tiver interesse no tema que prepare um paper para a próxima edição ("call of papers" do Rio já encerrou) em 2009.**

Visão Gerencial de Opções Reais (OR)

- **OR é uma metodologia moderna para análise econômica de projetos e decisões de investimento sob incerteza**
  - **OR *complementa* (não *substitui*) as ferramentas corporativas (ainda)**
  - **Difusão corporativa de OR toma tempo e treinamento**
    - **Há uma grande demanda por bons pós-graduados que quantifiquem OR**
- **Considera as incertezas e as opções (*flexibilidades gerenciais*) relevantes e dá duas respostas:**
  - **O *valor da oportunidade de investimento* (o *valor da opção*)**
  - **A *regra de decisão ótima* (*gatilho*)**
- **Pode ser visto como um problema de otimização:**
  - **Maximizar o VPL (função objetivo típica) através do gerenciamento ótimo das opções (flexibilidades gerenciais) relevantes, sujeito a:**

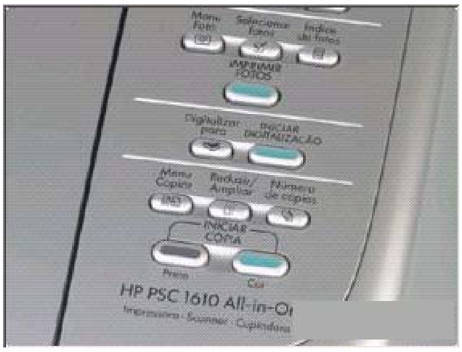
  a) **Incertezas de mercado (exs.: preço do óleo, demanda de produto);**

  b) **Incertezas técnicas (exs.: reserva de óleo, sucesso em P&D);**

  c) **Incerteza nas ações de outros *players* (ex.: competição em leilões).**

Exemplo Qualitativo: HP e Incerteza na Demanda

- **A firma HP (Hewlett-Packard) usa OR desde final dos anos 80 (fonte: conversa com executivo da HP em Chicago, em 2000).**
  - **Aqui vamos ver um caso real descrito no livro de Brigham & Ehrhardt (Financial Management, cap.12, 11º ed., 2005).**
- **A HP vende impressoras e multifuncionais no mercado global e em cada país esses produtos são customizados. Por ex.:**
  - **Leds com mensagens e os escritos do painel (foto) devem ser na língua local:**



- **A HP fazia essa customização de um jeito e mudou com o conceito de OR.**

Exemplo Qualitativo: HP e Incerteza na Demanda

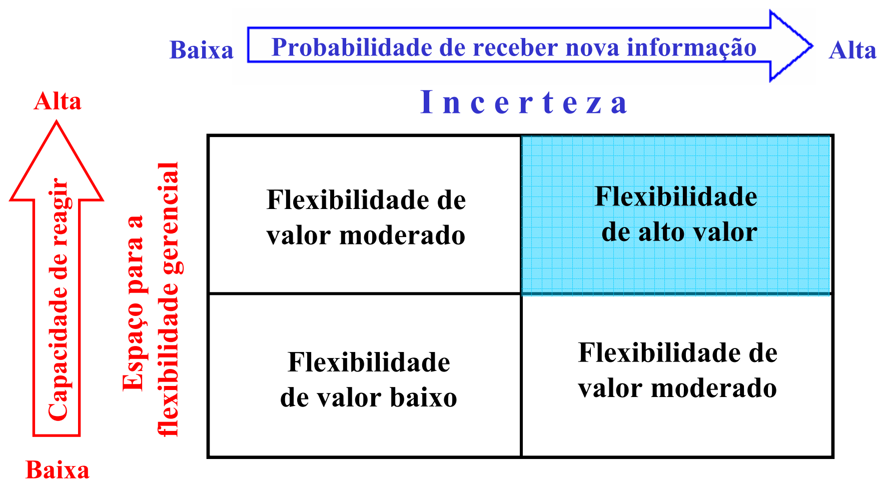
- **Inicialmente a HP centralizava toda a customização para diversos países e mercados em uma grande unidade fabril.**
  - **Essa era e é a solução de menor custo, dada uma demanda prevista.**
  - **O problema é que a demanda é incerta e frequentemente sobrava estoque num país e faltava produto no país vizinho.**
    - **A concorrência, agradecida, supria o mercado em falta …**
    - **O esquema centralizado de menor custo não era o mais ágil e flexível para capturar as oscilações na demanda. Novos conceitos eram necessários.**
- **A HP então *modularizou* mais seus produtos, passando a fabricar de forma *descentralizada* os *módulos customizáveis*.**
  - **Com isso impressoras *quase-prontas* na França poderiam ser enviadas rapidamente para a Alemanha onde seriam customizadas rapidamente no local, a fim de atender a demanda adicional de lá.**
  - **Antes, uma nova impressora, específica para o mercado alemão, teria de ser toda fabricada ("do zero") numa unidade fabril mais distante, mesmo que tivesse sobrando impressoras na França.**
  - **A incerteza fez a flexibilidade ser mais valiosa que o menor custo.**

Aplicações de Opções Reais (OR) em Firmas

- Triantis & Borison (2001) resumiram em três classes as técnicas ou processos de OR usadas nas firmas pesquisadas:
  - Opções reais como uma maneira de pensar.
    - Nesse caso OR é usada como linguagem, ajudando de forma *qualitativa* nas decisões.
  - Opções reais como uma ferramenta analítica.
    - Modelos matemáticos são usados especialmente para análise de projetos bem definidos para a aplicação de OR.
  - Opções reais como um processo organizacional.
    - Aqui OR é parte de um processo mais amplo, é uma ferramenta gerencial para identificar e tirar proveito de opções estratégicas.
- Tipicamente a adoção de OR muda o processo organizacional
  - OR *reforça a visão multidisciplinar das equipes* por demandar mais análise do projeto; *aumenta a ênfase no valor do acionista*, em oposição a métricas intermediárias como produção, market-share, etc.; e dá grande *ênfase em dinâmica e aprendizagem*.

Quando as Opções Reais São Valiosas

- Baseado no livro "Opções Reais" de Copeland & Antikarov
  - Opções reais tem valor quanto maior for a incerteza e a flexibilidade de reação.



Fluxo de Caixa Descontado e VPL

- O método do *fluxo de caixa descontado* (FCD) estabelece que devemos calcular o *valor presente líquido* (VPL) através do desconto dos fluxos de caixa *esperados* com uma *taxa ajustada ao risco* de mercado do projeto (μ). No caso de tempo discreto:

número de períodos

valor esperado do fluxo de caixa líquido no período k

$$VPL = \sum_{K=0}^{N} \frac{E[FC_K]}{(1+\mu)^K}$$

taxa de desconto ajustada ao risco

- No caso de *tempo contínuo* se trabalha com integral (em vez de somatório) e é usado $e^{-\mu k}$ no lugar de $(1+\mu)^{-k}$.

  - Aqui será conveniente separar os fluxos de caixa de investimento, dos demais fluxos de caixa (receitas, custos operacionais e impostos)
  - Dessa forma, a nossa equação básica do FCD é: VPL = V – I, onde:
    - V = valor presente das receitas líquidas de custos operacionais e impostos.
    - I = valor presente do fluxo de investimentos líquidos de benefícios fiscais.

Exemplo Comparativo Opções Reais x FCD

- Uma firma tem uma patente que pode ser desenvolvida a um custo de investimento I = 100 (em milhões). Esse projeto geraria um valor presente de receitas líquidas esperadas de V = 100.
  - Assim, o VPL = V – I = 100 – 100 = zero.
  - No entanto, o valor de V é incerto: se a firma esperar um ano, ela terá uma boa idéia se o produto terá uma grande demanda V^+ ou uma pequena demanda V^-, com 50% de chances em cada cenário.

$$V = 100 \begin{cases} \xrightarrow{50\%} V^+ = 120 \\ \xrightarrow{50\%} V^- = 80 \end{cases}$$

- Pelo FCD, a patente nada valeria, pois E[V] continua sendo 100 [= (50% x 120) + (50% x 80)] ⇒ VPL = E[V] – I continua = zero
- No entanto, esqueceu-se que o investimento é opcional:
  - No cenário V^+ se exerce a opção ganhando $VPL^+ = 120 - 100 = 20$, mas no cenário V^- não é ótimo exercer a opção ⇒ $OR = Máx[VPL^-, 0] = 0$.

Exemplo Comparativo Opções Reais x FCD

- Assim, o valor da patente daqui a um ano é igual a 10 milhões \$ e não o valor igual a zero dado pelo FCD que usa E[V]:

$V = 100$ — 50% → $V^+ = 120$ — $VPL^+ = 120 - 100 = 20 \Rightarrow$ Exercer a opção.

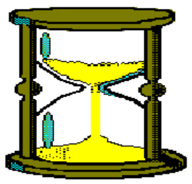
$V = 100$ — 50% → $V^- = 80$ — $VPL^- = 80 - 100 = -20$. Entretanto, é uma opção! $\Rightarrow$ NÃO exercer a opção, pois $Máx[VPL^-, 0] = 0$

$I = 100$

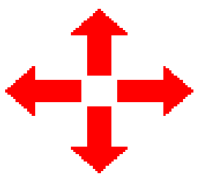
Logo, valor da OR nessa data é: $OR = 50\% \times Máx[VPL^+, 0] + 50\% \times Máx[VPL^-, 0]$
$\Rightarrow OR = 50\% \times 20 + 50\% \times 0 \Rightarrow OR = 10$.

- Conforme Ho & Lee (Oxford Guide to Financial Modelling, 2004, cap.13), "*a principal diferença entre o método de OR e o do FCD é que em OR os riscos são explicitamente modelados; ele claramente distingue os cenários favoráveis dos não favoráveis*."
    - Pode-se acrescentar que em OR se considera a *ação ótima em cada cenário* distinto (aqui, exercer ou não a opção de investir).

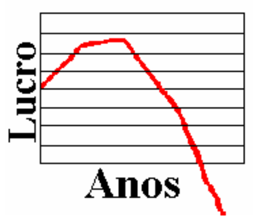
Principais Tipos de Opções Reais



- Opção de Espera (de "Timing")
    - Aguarda novas informações e aprende, antes de investir. Espera proativa.



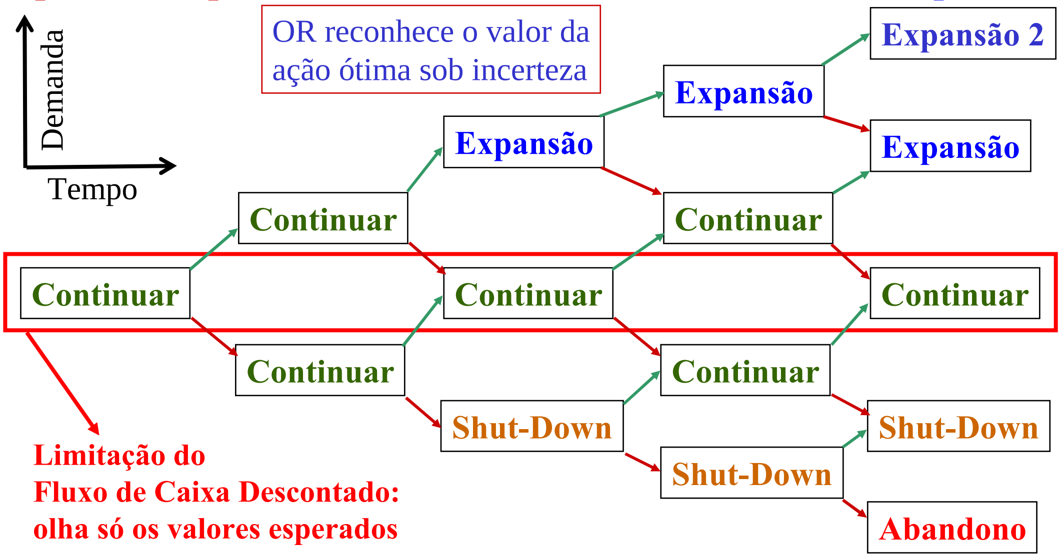
- Opção Seqüencial e de Expansão
    - Valora o aspecto "estratégico" do projeto de forma consistente.



- Opção de Parada Temporária e Abandono
    - Gerentes não são obrigados a seguir um plano de negócios, se ele se tornar não-lucrativo.
    - O programa de investimento seqüencial pode ser parado temporariamente ou abandonado se ocorrerem notícias (inform.) desfavoráveis.

Cenários, Opções e Contraste FCD x OR

- A figura mostra os *cenários de demanda ao longo do tempo de uma firma*. Dependendo do cenário serão exercidas as *opções de parada temporária (shut-down)*, ou de *abandono*, ou *de expansão*.



Outros Tipos de Opções

- Opções de mudança de uso (*switch-use*), baseadas na múltipla aplicabilidade de um ativo ou capacidade; e opções de mudança de insumo (*switch-input*). Exemplos:
  - O navio P.P. Moraes construído para viagens domésticas, foi convertido p/ viagens internacionais, depois foi convertido em unidade de processo na Bacia de Campos e agora produz petróleo em águas profundas;
  - Automóveis "flex-fuel" (dois ou + combustíveis): OR para o consumidor;
  - Terreno com casa pode ser redesenvolvido (edifício, shopping); e
  - Unidade industrial bicombustível (carvão e óleo combustível).
- Opções de modificação: capacidade de mudar a escala, a locação ou as características de um projeto. Exs.:
  - Campanha publicitária do Banco do Brasil pode ser ampliada (2002: Guga; agora é o vôlei), reduzida ou modificada ao longo do tempo.
  - Geradoras térmicas móveis (barcaças, containeres, caminhões), em geral de ~100 MW. Existem 7000 MW no mundo (O Globo, 22/7/01).
  - Terceirização de parte da mão de obra permite eventual contração da escala produtiva (em caso de baixa demanda) a um custo menor.

Investimento e Retorno

- **Definição de investimento (Dixit & Pindyck):**

  É o ato de incorrer em custos imediatos na expectativa de futuros benefícios.

- **Retorno do Investimento = Ganho de Capital + Dividendos**
  - **Taxa de retorno total = taxa de ganho de capital + taxa de dividendos**

$$\mu = \alpha + \delta$$

- **Retorno dum ativo de risco num mercado em equilíbrio: CAPM → retorno total esperado (ou demandado) = taxa ajustada ao risco, i.é:**

$$\mu = r + \beta\,(r_m - r)$$

prêmio de risco (π)

Onde: r = taxa livre de risco; r_m = retorno do mercado

β = "beta" do projeto (ou do ativo) = medida de covariância

Noções de Finanças em Tempo Contínuo

- **Uma maneira de passar de tempo discreto para tempo contínuo é dividir um intervalo de tempo em um nº muito grande (m) de sub-intervalos e tomar o limite.**

$$\lim_{m \to \infty} [1 + (r/m)]^m = e^r$$

- **Assim, investindo R$ 1 a uma taxa r continuamente composta, após T anos se obtém e^{rT}.**
- **Numa transação deve ser especificada se a taxa é contínua ou discreta. Mas tendo uma, se tem a outra.**
- **O *fator de desconto* em tempo contínuo é $\exp(-r_{cont}\,T)$. Em tempo discreto esse fator de desconto é $(1 + r_{disc})^{-T}$.**
- **Logo, p/ obter o mesmo fator de desconto, dada a taxa r_{disc}: $\exp(-r_{cont}\,T) = (1 + r_{disc})^{-T} \Rightarrow r_{cont} = \ln(1 + r_{disc})$.**
  - **Ex.: se r_{disc} = 10% aa. ⇒ r_{cont} = 9,53% aa.**

Finanças em Tempo Contínuo

- Outra maneira de ver: para uma taxa anual de 10%, um montante $M_0 = 100$ valerá $M_1 = 110$ daqui a 1 ano (retorno de 10 = 10% x 100):

$$\frac{\Delta M}{\Delta t} = \frac{M_1 - M_0}{t_1 - t_0} = \frac{110 - 100}{1 - 0} = 10\% \times 100 = r\,M$$

- O caso discreto vira contínuo se Δt for infinitesimal (dt):

Discreto	Contínuo
$\frac{\Delta M}{\Delta t} = r\ M$	$\frac{d\,M}{d\,t} = r\ M$

- Integrando dM desde o instante genérico t até um instante futuro T, obtemos o fator de desconto contínuo: $M(t) = M(T)\, e^{-r\,(T-t)}$

Finanças em Tempo Contínuo

- Em resumo, o fator de atualização (de desconto) em tempo contínuo é uma exponencial:

Número de Períodos	Fator em Tempo Discreto	Fator em Tempo Contínuo
1	$1/(1+r)$	$1/e^{r}$ (ou e^{-r})
2	$1/(1+r)^{2}$	$1/e^{2r}$ (ou e^{-2r})
n	$1/(1+r)^{n}$	$1/e^{nr}$ (ou e^{-nr})

- Lembre que os fatores de desconto são diferentes se a taxa de desconto r for a mesma.

Exemplo em Tempo Contínuo

- Seja V o valor unitário de um projeto implantado, isto é, V = receita líquida de custos operacionais e impostos, por unidade produzida, ou margem líquida unitária.
- É *esperado* que V cresça exponencialmente a uma taxa α, mas existe incerteza: V vale atualmente V_0 e futuramente $\tilde{V}(t)$. Para atualizar com a taxa de desconto ajustada ao risco μ um fluxo de caixa proveniente da produção Q(t), o que importa é a diferença δ (= $\mu - \alpha$) e não μ ou α em si.

Valor do projeto implantado =

$$E\left[\int_{t=0}^{t=T} Q(t)\tilde{V}(t)\, e^{-\mu t}\, dt\right] = \int_{t=0}^{t=T} Q(t)\left(V_0\, e^{\alpha t}\right) e^{-\mu t}\, dt$$

$\Rightarrow$ Valor do projeto implantado = $\int_{t=0}^{t=T} Q(t)\, V_0\, e^{-\delta t}\, dt$

Exemplo (contin.). Conceitos de Incertezas.

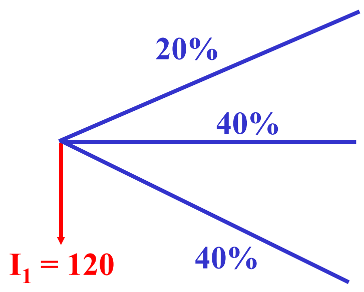
- O exemplo anterior ilustra um aparente paradoxo que vai aparecer também na fórmula do Black-Scholes-Merton:
  - O valor do projeto independe do crescimento esperado (α) da margem? Cadê a taxa de desconto ajustada ao risco (μ)?
  - Resp: os dois estão lá, mas na forma de diferença $\mu - \alpha = \delta$.
- INCERTEZAS: Mercado (exógena) x Técnica (endógena).
  - No curso iremos trabalhar principalmente com a incerteza exógena, que chamaremos de *incerteza de mercado* ou de *incerteza econômica*. Em geral elas são correlacionadas com os movimentos gerais da economia / flutuações dos mercados.
    - ➡Nesse caso a espera por um cenário mais favorável pode ser ótimo.
  - Outro tipo de incerteza que veremos a seguir é a incerteza endógena, que chamaremos de *incerteza técnica*. Elas são em geral independentes dos movimentos da economia/mercado.
    - ➡Nesse caso só o investimento em informação pode mudar o cenário.

OR e Incerteza Técnica: Projeto de Filme

- No caso de <u>incerteza técnica</u> pode ser ótimo fazer um investimento inicial, mesmo com VPL negativo, se o mesmo *revelar informações* <u>e</u> se tivermos *opções*.
- Vejamos um exemplo de um <u>projeto de um filme</u>:
  - Uma firma detém os *direitos cinematográficos* sobre um super-herói dos quadrinhos que permite fazer até 2 filmes.
  - Existe uma incerteza técnica sobre as preferências/gostos do público, de forma que existem <u>três cenários</u> que podem ocorrer com a exibição do primeiro filme:
    - Cenário otimista (20% chances): um grande sucesso!
    - Cenário intermediário (40 % chances): um pequeno lucro.
    - Cenário pessimista (40% chances): um grande fracasso!
  - Esses <u>cenários só podem ser revelados se investir no 1º filme</u>! A espera nada revela <u>nesse caso</u> (típico da inc. técn.)

OR e Incerteza Técnica: Projeto de Filme

- Suponha que o VPL esperado do 1º filme é negativo: $VPL_1 = E[V] - I_1 = 116 - 120 = -4$ (em milhões), pois:



Otimista: $V^+ = 200$
$VPL^+ = 200 - 120 \Rightarrow VPL^+ = 80$

Intermediário: $V^= = 130$
$VPL^= = 130 - 120 \Rightarrow VPL^= = 10$

Pessimista: $V^- = 60$
$VPL^- = 60 - 120 \Rightarrow VPL^- = -60$

  - Onde V é o valor presente das receitas líquidas, usando uma taxa de desconto ajustada ao risco do negócio.
- Assim, pela teoria tradicional, não devemos investir.

OR e Incerteza Técnica: Projeto de Filme

- Mas ainda não consideramos que podemos fazer depois um segundo filme, ou seja, temos uma *opção seqüencial*.
- Suponha que o 2º filme tenha o mesmo investimento I_2 = 120 e que o valor de V revelado no 1º filme se mantenha no 2º filme, por ex., se for revelado V^- no 1º filme, então ocorrerá com certeza V^- no 2º filme.
  - Nesse caso novamente a teoria tradicional não recomendaria fazer o filme, pois o $VPL_2 = VPL_1 = -4$.
- Mas essa análise esquece que o investimento é opcional!
  - Se o cenário revelado for V^- (40% chances) a investidora não é obrigada a fazer o 2º filme. Ela tem uma opção!
  - Assim, embora o VPL esperado do 1º filme seja negativo, isso pode ser compensado pelo investimento opcional do 2º.

Valor dos Direitos de Investir em 2 Filmes

- É fácil ver que o direito de investir no 2º filme (F_2) tem valor positivo, pois só investimos se o VPL for positivo:

F_2 = 20% x máx[VPL^+; 0] + 40% x máx[$VPL^=$; 0] + 40% x máx[VPL^-; 0] = (0,2 x 80) + (0,4 x 10) + (0,4 x 0) = + 20.

- Mas esse investimento só ocorreria anos depois do 1º filme:
  - Suponha que seja 4 anos depois e a taxa de desconto μ = 10% aa.
  - Assim, o valor presente dos direitos do 2º filme é:
  - $VP[F_2] = 20/[(1 + 0{,}1)^4] \Rightarrow VP[F_2] = +13{,}7$.
- Mas para revelar o verdadeiro cenário de gosto do público é necessário fazer o primeiro filme que tem VPL = – 4.
- Logo, o valor total dos direitos de fazer até dois filmes, em valor presente é: $F_{1+2} = \text{Máx}\{0;\ VPL_1 + VP[F_2]\} \Rightarrow$

$$\Rightarrow F_{1+2} = \text{Máx}\{0;\ -4 + 13{,}7\} \Rightarrow F_{1+2} = 9{,}7$$

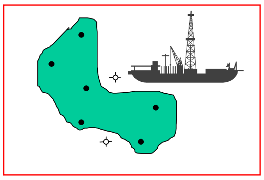
Valor dos Direitos de Investir em 2 Filmes

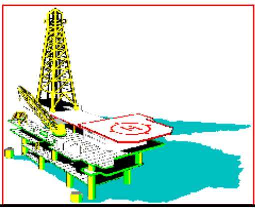
- **Assim, esses direitos são valiosos, apesar de esperarmos prejuízo com o 1º filme. Logo a regra de decisão é:**
  - **Faça o 1º filme e observe o gosto do público. Se for revelado o cenário otimista ou intermediário, exerça a opção de fazer o 2º filme. Mas se for revelado o cenário pessimista, não invista.**
- **Assim, mais uma vez a *opcionalidade* é o conceito que faz a diferença em relação à análise tradicional do VPL.**
- **Exercício: refaça a análise anterior, mas considerando que para o 2º filme é possível, além da alternativa de fazer o mesmo investimento do 1º filme, fazer uma *superprodução*.**
  - **Essa superprodução do 2º filme custaria o dobro, $I_{2S} = 240$, mas permitiria esperar maiores receitas, de forma que o benefício V_{2S} seria 80% maior do benefício do 1º filme.**
  - **Quanto vale F_{1+2}? Qual a regra de decisão ótima?**

Opções Reais Seqüenciais em Exploração e Produção de Petróleo

Fator de chance (FC) p/ achar petróleo/gás

Volume esperado de reservas = B





⇒ **Bloco (prospecto): Opção de perfurar o pioneiro**

Investimento em Exploração

⇒ **Campo Não Delimitado: Opção de delimitar**

Investimento em Delimitação

⇒ **Reservas Não-Desenvolvidas: Opção de desenvolver (colocar em produção) a reserva**

Investimento em Desenvolvimento

⇒ **Reservas Desenvolvidas: Opções de expansão (perfurar mais poços, aplicar nova tecnologia); de parar temporariamente e de abandonar**

Opcionalidade e Revelação de Informação

- **Esse exemplo simples ilustrará os conceitos de *opcionalidade* e *revelação de informação*, que aumentam o valor de ativos reais**
- **O valor de um prospecto exploratório é dado pelo VME (valor monetário esperado), função do custo e do benefício esperado:**

$$\mathbf{VME = -I_W + FC \,.\, VPL}$$

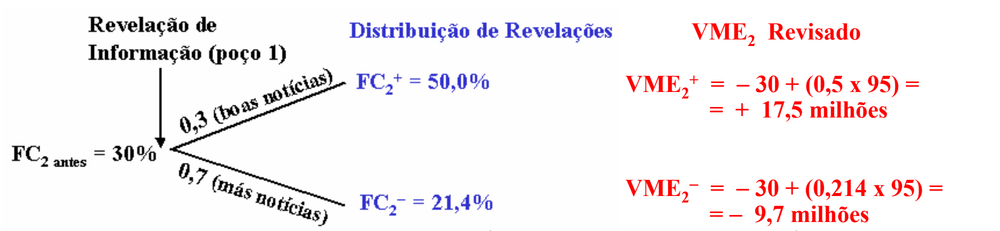
  - **Onde: I_W = investimento na perfuração do poço pioneiro ("wildcat")**
  - **FC = fator de chance (probabilidade de sucesso) → *incerteza técnica***
  - **VPL = *valor presente líquido* do desenvolvimento da produção**
- **A firma de petróleo X tem dois prospectos <u>iguais</u>, os quais são correlacionados. Os VMEs (em MM$) são negativos e iguais:**

$$\mathbf{VME_1 = VME_2 = -30 + [30\% \times 95] = -1{,}5 \text{ milhões } \$}$$

- **Assim parece melhor não perfurar, os prospectos nada valem**
  - **Mas não foi considerado o fato dos prospectos serem dependentes!**
  - **Outra firma (Y) de petróleo oferece 2 MM$ pelos dois prospectos.**
    - **Deve a firma aceitar? Quanto vale o bloco com os dois prospectos?**

Revelação de Informação e Fator de Chance

- **No cálculo do VME não foi considerado que se o prospecto 1 for perfurado, <u>revela informação para o prospecto 2</u>, que revisa o seu fator de chance para cima em caso de boas notícias (FC_2^{+}) e para baixo em caso de más notícias (FC_2^{-}) da 1ª perfuração.**
  - **Considere que a dependência é tal que os cenários revelados são:**



- **O valor esperado do <u>bloco</u> (dois prospectos), considerando que:**
  - **A perfuração do poço 1, *revela informação* para o poço 2, <u>e</u>**
  - **A perfuração é *opcional* (é um direito, não é obrigação)**

$$\mathbf{VME_1 + E[opção(VME_2)] = -1{,}5 + [(0{,}3 \times 17{,}5) + (0{,}7 \times zero)] = +3{,}75 \text{ MM\$}}$$

- **Por que aumentou o valor? Revelação de informação <u>e</u> opcionalidade!**

Negociações e Interação Estratégica

- **No exemplo, os prospectos valem mais que aparentam graças à revelação de informação + opcionalidade**
  - **Sem a revelação o bloco valeria zero. Sem a opcionalidade, – 3 MM$**
  - **Recuse a oferta da firma Y (2 < 3,5 MM$)! Mas dê a contraproposta:**
    - **Firma Y ganha o prospecto 1 *de graça*, mas perfura logo o poço e dá toda a informação para firma X sobre essa perfuração. Valor para a firma X?**

Valor para Firma X = zero + [(0,3 x 17,5) + (0,7 x zero)] = + 5,25 MM$ > 3,75

  - **Logo: informação + opcionalidade = oportunidades de bons negócios!**
- **Suponha agora que cada firma tem um dos dois prospectos.**
  - **A firma X pode *esperar* a firma Y perfurar primeiro, pois ganharia 5,25 MM$. Mas a firma Y também pode esperar a firma X perfurar**
    - **Esse jogo da espera chama-se *guerra de atrito*. Pode nenhuma perfurar.**
- **A alternativa é negociar um contrato de *parceria* (ganha-ganha)**
  - **Dividir o valor U = 3,75 MM$ da união dos dois prospectos.**
    - **Esse jogo cooperativo chama-se *jogo da barganha*. Ambos ganham.**

Situando a Agenda do Curso

- **A parte de jogos (barganha, guerra de atrito e outras) é dada no curso ELE2005 no segundo semestre, que inclui tanto a teoria dos jogos tradicional como *jogos de opções reais*.**
  - **Ver o curso de 2006: http://www.puc-rio.br/marco.ind/ele2005.html**
- **No exemplo anterior consideramos que a única fonte de incerteza é FC, o fator de chance (probabilidade de sucesso).**
  - **Esse tipo de incerteza é chamado de *incerteza técnica* e estimula o *exercício de opções de aprendizagem* (investimento em informação).**
  - **Se der tempo, na parte 7 a modelagem de incerteza técnica será abordada de forma rigorosa e com aplicações em petróleo e P&D.**
- **Agora veremos um exemplo de *incerteza de mercado*, num caso genérico, onde o estado da natureza evolui pela simples passagem do tempo, i. é, a espera pode revelar novos cenários.**
  - **No anexo é mostrado outro exemplo similar, mas usando outra variável estocástica, o preço do petróleo em vez do valor do projeto.**

Intuição (1): Incerteza de Mercado e Valor da Opção

- Uma firma tem direitos exclusivos de investir I num projeto cujo benefício hoje (t = 0) vale V = $ 100 (valores em milhões $).
- Investindo I se obtém o VPL em t = 0: VPL(t = 0) = V – I.
- Suponha que o investimento é I = $ 110. Logo, hoje o VPL é negativo: VPL = 100 – 110 = – 10. Seja V incerto e seja I fixo.
  - Suponha que você possa adiar um ano (t = 1) a decisão de investir e caso faça isso podem ocorrer dois cenários V^+ e V^-, em que o valor do benefício pode subir ou cair 20%, respectivamente. Quanto vale a OR?

t = 0

V(t = 0) = $ 100
VPL(t=0) = – 10

t = 1

50% → $V^+ = 120 \Rightarrow VPL^+ = +10$ MM $

50% → $V^- = 80 \Rightarrow VPL^- = -30$ MM $

Gerente racional não irá exercer essa opção $\Rightarrow$ Max (VPL^-, 0) = zero

Logo em t = 1, o VPL opcional é positivo: (50% x 10) + (50% x 0) = + 5 milhões $

Intuição (2): Opção de Timing e Valor da Espera

- Suponha o mesmo caso mas com um VPL um pouco positivo (V em t = 0 um pouco maior): V(t = 0) = $ 120.
  - VPL = V – I = 120 – 110 = + 10 milhões $.
  - Assuma uma taxa de desconto μ = 10% para um período.
  - O que é melhor: investir imediatamente ou "esperar e ver"?

V (t = 0) = 120
VPL(t=0) = + 10 MM $

50% → $V^+ = 144 \Rightarrow VPL^+ = +34$ MM $

50% → $V^- = 96 \Rightarrow VPL^- = -14$ MM $

$\Rightarrow$ Não exerce! $\Rightarrow$ Max (VPL^-, 0) = zero

Logo em t = 1, o VPL opcional é: (50% x 34) + (50% x 0) = + 17 milhões $
Se a *taxa de desconto* = 10%, o valor presente é: $VPL_{espera}(t=0)$ = 17/1,1 = 15,5 > 10

Logo é melhor "esperar e ver", exercendo a opção somente no cenário favorável.
Apesar do VPL positivo, a opção em t = 0 não está madura para o exercício imediato (no jargão de opções, a opção não está "deep-in-the-money").

Intuição (3): Opções "Deep-in-the-Money"

- No exemplo anterior *a espera é mais valiosa*, mesmo com VPL positivo em t = 0. Agora suponha que em t = 0 o benefício V seja <u>maior</u>, V(t = 0) = \$ 135 ⇒ VPL = 135 – 110 = 25 MM\$
  - Estará a opção madura para o <u>imediato</u> exercício (*deep-in-the-money*)?
  - Suponha que o V pode subir ou descer 20% em t = 1 e μ = 10%.

V = 135 /bbl
VPL(t=0) = + 25 MM \$

50% → V^{+} = 162 ⇒ VPL^{+} = + 52 MM \$

50% → V^{-} = 108 ⇒ VPL^{-} = – 2 MM \$
⇒ Não exerce! ⇒ Max (VPL^{-}, 0) = zero

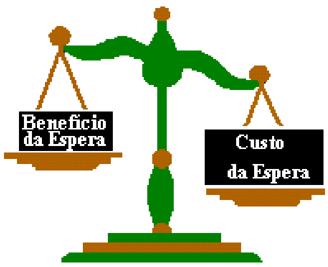
Logo, em t = 1 o VPL esperado é: (50% x 52) + (50% x 0) = 26 milhões \$
O valor presente é: $VPL_{esperar}$(t=0) = 26/1,1 = 23,6 < 25 ⇒ exerça em t = 0

- Nesse caso a opção já está madura e o exercício imediato é ótimo
  - Logo, existe um V*(t = 0) entre 120 e 135 \$/bbl a partir da qual a opção deve ser exercida. Esse V* é o gatilho = a *regra ótima de exercício da opção.*

Opção Real "Deep-in-the-Money" e Gatilho

- Para que valor de V(t = 0) se ficaria <u>indiferente entre esperar e investir imediatamente</u> no exemplo anterior?
  - Esse valor V* é chamado de gatilho ou valor crítico da opção.
- Ver planilha Excel <u>gatilho_V.xls</u>. Usar a função "atingir metas".
  - O gatilho nesse exemplo é V* = \$ 132 (já o valor de "break-even", que zera o VPL, é igual ao investimento: V_{BE} = 110).
    - No exemplo, a incerteza é particularmente pequena. Mas a idéia de gatilho para exercício da opção é um conceito bem geral.
    - A diferença entre o gatilho da opção e o preço de "break-even" (regra do VPL) é maior quanto maior for a incerteza.
- Note que o valor da opção e a regra de decisão (gatilho) estão ligados.
  - Quando a opção está "deep-in-the-money" (V ≥ V*), o valor da opção é igual ao VPL do imediato exercício. Caso contrário, é o valor presente esperado da alternativa "esperar".
- <u>Exercício</u>: O que ocorre com o gatilho se aumentarmos a incerteza? Na planilha, aumente a variação de V de ± 20% para ± 30 %.

O Balanço Custo-Benefício da Espera



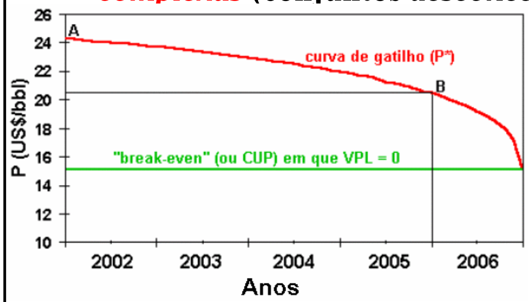
Projeto "deep in the money" ou robusto (opção madura p/ exercer)

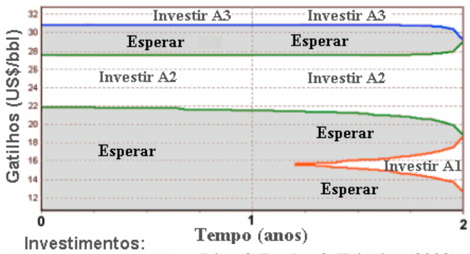
Projeto "in the money" ou "out of money"

- O benefício da espera é maior, quanto maior for a incerteza econômica e a liberdade de timing (tempo de expiração).
- Quanto maior o VPL do projeto em relação ao investimento (mais "deep in the money"), menor o benefício da espera.

Curva de Gatilhos: Tipos e Como Calcular

- A curva de gatilhos dá a regra de decisão para exercício ótimo das opções reais (OR). Ela depende da incerteza de mercado.
  - Essa regra de exercício ótimo pode ser *simples* (curva de gatilhos) ou *complexas* (conjuntos *desconectados* de exercícios):





Investimentos: $I_{D3} > I_{D2} > I_{D1}$

Dias & Rocha & Teixeira (2003)

- A curva ou regiões de gatilho podem ser obtidas de vários modos:
  - <u>Tradicional</u>: resolve um equação diferencial parcial (EDP) através de diferenças finitas ou aproximações analíticas
  - Simulação de Monte Carlo + método tradicional de otimização
  - Simulação de Monte Carlo + método de inteligência computacional

As Regras do FCD e as Opções Reais

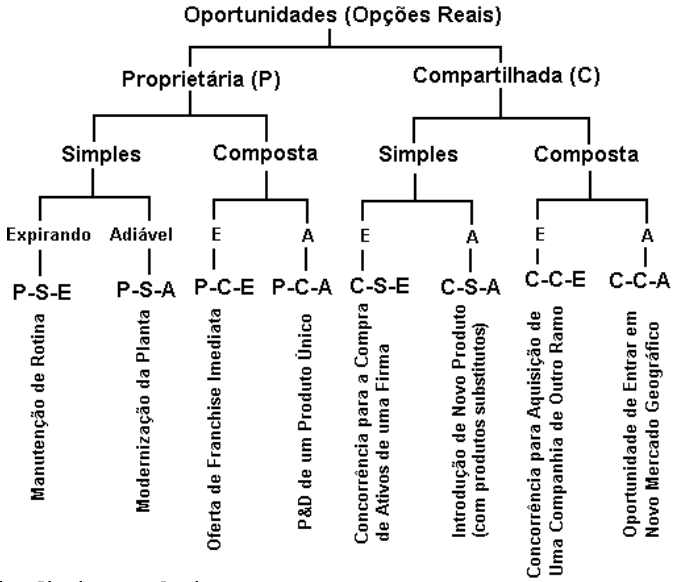
- **O Fluxo de Caixa Descontado (FCD) estabelece:**
  - **Investir em todos os projetos com VPL > 0.**
    - **Opções: Investir só quando o projeto está "deep in the money".**
  - **Rejeitar projetos com VPL < 0.**
    - **Opções: Pode recomendar projetos "estratégicos" (ex: com opção de expansão) e iniciar investimentos em projetos seqüenciais que *revelem informações* (incerteza técnica, já vimos dois exemplos).**
  - **Entre dois projetos mutuamente exclusivos, escolher o de maior VPL (exemplo no próximo slide).**
    - **Opções: Muitas vezes escolhe projetos menores mas que estão "deep in the money" ou que tem *maior flexibilidade.***
- **"*A verdadeira dificuldade está não em aceitar idéias novas, mas em livrar-se das idéias antigas*".**

John Maynard Keynes (1883-1946), famoso economista.

Exemplo de Escolha da Melhor Alternativa

- **Um empresário vai fabricar um produto com demanda incerta. Ele tem duas alternativas mutuamente exclusivas, A e B.**
  - **A alternativa A usa uma tecnologia "taylor made", com máquinas desenhadas para máxima eficiência em fabricar esse produto. Essa tecnologia usa pouca mão de obra (automação).**
    - **Uma análise de FCD mostrou: $VPL_A = 500 - 400 = 100$ MM$**
  - **A alternativa B usa uma tecnologia menos eficiente, com máquinas padronizadas (tornos, fresas), usa mais mão de obra (mas é mais flexível). $VPL_B = 450 - 355 = 95$ MM$ $< VPL_A$.**
- **Pela análise tradicional, a alternativa A seria a escolhida.**
  - **No entanto, não foi computado o valor de reagir à incerteza: a alternativa B tem uma <u>opção de abandono</u> bem mais valiosa do que a da alternativa A. Isso *pode* inverter o valor das alternativas.**
    - **Se a demanda cair (ex.: entrada de um produto substituto melhor ou mais barato), as máquinas da tecnologia A não tem valor. Já as máquinas da alternativa B tem valor no mercado secundário.**

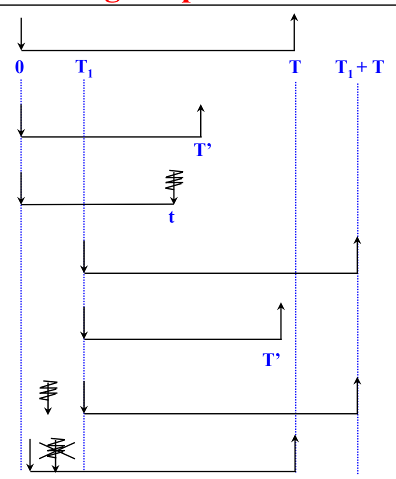
Classificação das Opções Reais (Trigeorgis)



- Opção *proprietária*: direitos exclusivos;
- Opção *compartilhada*: várias firmas a detém

Classificação e Valor das Opções: Alguns Casos

- O valor da opção pode ser vista como a soma do VPL com o valor da(s) opção(ões) e com o efeito competitivo.



Classificação	Estratégia Operacional	Valor da Opção
A) VPL Estático		VPL
B) Método de Opções		
Proprietária-Simples--Expirando		VPL + opção de abandono
Compartilhada-Simples--Expirando		VPL – perda competitiva
Proprietária-Simples--Adiável		VPL + opção de espera
Idem, com abandono		VPL + espera + abandono
Compartilhada-Simples--Adiável		VPL + espera – perda compet.
Idem, entrando antes		Volta a casos anteriores

Legenda: ↓ decisão de investir; ↑ decisão de sair; entrada de competidor (fora de controle);
T = vida esperada do projeto; T_1 = período adiável; T' = abandono antecipado devido ao mercado

Conceitos Básicos de Derivativos Financeiros

- **<u>Ativo derivativo</u> é aquele cujo fluxo de caixa depende funcionalmente de um outro ativo, chamado de <u>ativo básico</u>. Exemplos de derivativos:**
  - ***Opções*, *contratos a termo*, *contratos futuros* e *swaps.***
- **Diferença entre <u>ativos contingentes</u> e <u>derivativos</u>:**
  - **O primeiro é mais abrangente, ativos que depende de qualquer variável (ex: índice de inflação) ativo ou não.**
- **<u>Opções</u>: direito de comprar ou vender um ativo V, por um certo valor K, até uma certa data T.**
  - **Opção <u>Européia</u> : só pode exercer a opção na data de expiração (valor é menor ou igual a opção Americana).**
  - **Opção <u>Americana</u>: permite o exercício antecipado.**

Assimetria de Valor e Tipos de Opção

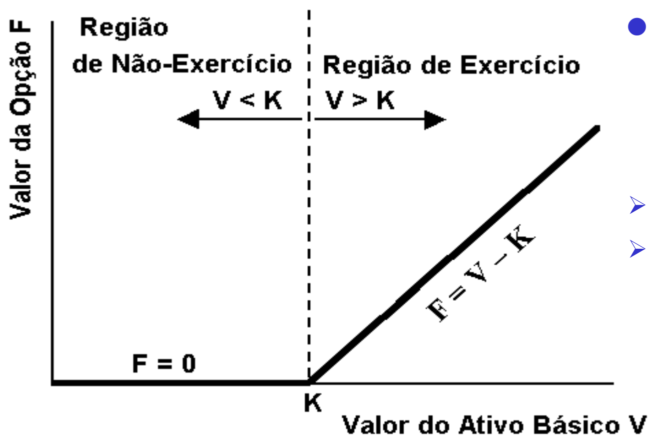
- **Sendo a opção um <u>direito</u> de comprar ou vender um ativo por um certo preço em (ou até) uma certa data, cria a <u>assimetria no valor da opção</u>:**
  - **Direito de exercer <u>sem a contrapartida simétrica da obrigação de exercer</u>, beneficia o detentor da opção.**
    - **Investidor racional só exercerá a opção se o preço do ativo básico evoluir favoravelmente para esse exercício.**
- **<u>Opção de Compra</u> ("call"): direito de *comprar* o ativo básico (V) pelo preço de exercício (K).**
- **<u>Opção de Venda</u> ("put"): direito de *vender* o ativo básico (V) pelo preço de exercício (K).**
- **<u>Ativo Básico</u>: pode ser financeiro (ações de firmas, contrato futuro, outra opção) ou "real" (imóveis, um projeto, etc.)**

Opções de Compra, de Venda e Exóticas

- Opção de Compra ("call") será muito usada na <u>analogia com o direito de investir num projeto</u>.
  - GM tem uma call perpétua: obtém-se uma fábrica de automóveis (ativo básico) pagando o investimento (preço de exercício).
  - Petrobras quando descobre um campo de petróleo tem uma call *com tempo de expiração* (tempo legal p/ investir determinado pela ANP).
- Opção de Venda ("put") pode ser pensada como um <u>seguro</u>: o investidor que detém a ação e a opção limita suas perdas, ganha pelo menos K (preço de exercício).
  - Analogia com <u>opção de abandono</u> de um projeto ou negócio pelo seu valor residual ou de oportunidade (reversibilidade parcial).
- Diversas analogias com <u>opções exóticas</u>, ex.:
  - Investir na capacitação em duas tecnologias concorrentes (ex.: em banda larga para telecomunicações) e usar a mais valiosa.
    - Analogia com a *opção de máximo de dois* (ou de n) *ativos de risco.*

Valor no Vencimento da Opção de Compra (Call)

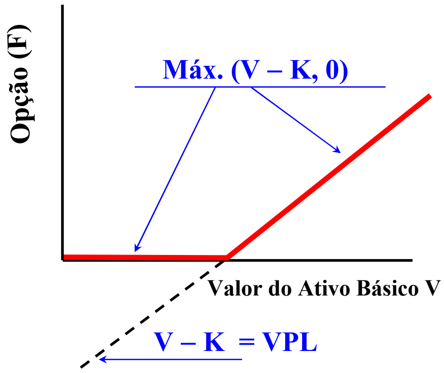
- Seja o valor do ativo básico V (valor do ativo básico) e o preço de exercício da opção K (investimento). Na data de expiração (T) a opção (F) só deve ser exercida se V > K. Valor da opção na expiração é F(T) = Máx. [V(T) – K, 0].



- Ex.: Ação Petro ON vale hoje $ 50. Se uma call tem K = $ 55 e T = 3 meses, imagine dois cenários p/ V(T) e o valor de F(T):
  - $V(T)^+ = 60 \Rightarrow F(T)^+ = 5$;
  - $V(T)^- = 40 \Rightarrow F(T)^- = 0$.

Assimetria na Opção de Compra

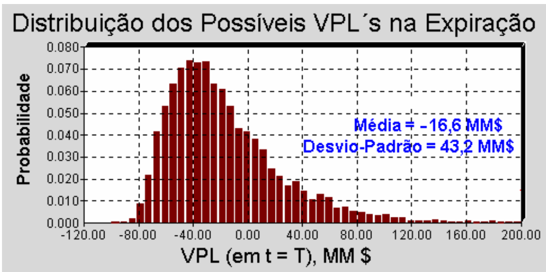
- Na expiração a opção (F) só deve ser exercida se V > K.
- A opção cria uma assimetria, pois as *perdas são limitadas* ao valor de aquisição da opção e o *upside* é teoricamente ilimitado. Quanto mais incerto for o valor futuro do ativo V, mais vale a assimetria.
  - Na expiração (T):



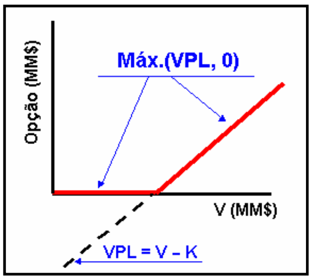
- Em projetos de investimento, V – K é o VPL e assim pode-se pensar no valor da opção como F(t = T) = Máx. (VPL, 0)

Equação Visual para o Valor das Opções (Dias)

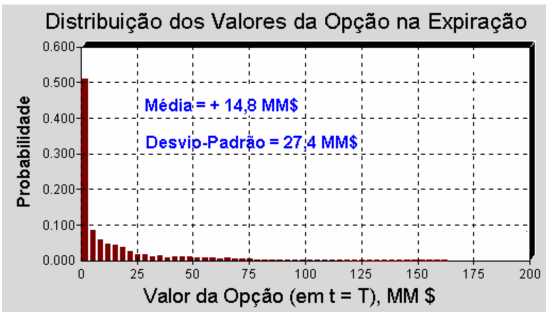
- A assimetria das opções alavanca o valor dum projeto. Seja T = 3 anos:



+



=

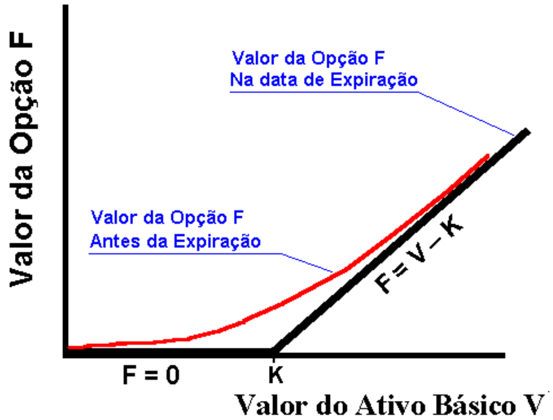


Valoração do Projeto

Valor Tradicional = – 16,6
Valor da Opção (T) = + 14,8
Valor da Opção(t=0) = + 11,0
(FD = exp(–3 x 0,1) = 0,74)

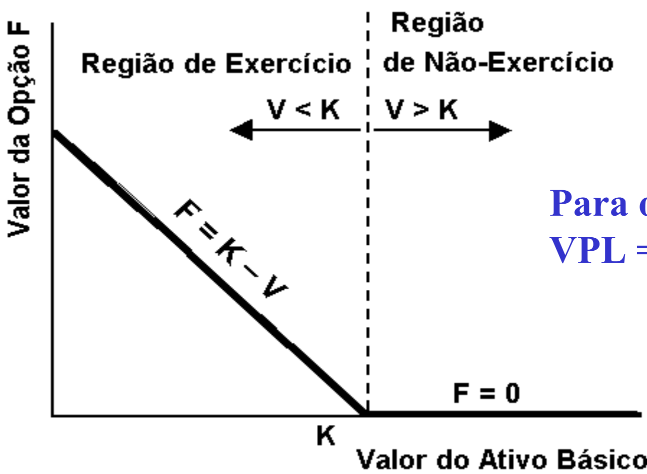
Opção de Compra Antes da Expiração

- Antes da expiração a opção tem valor positivo (> 0) mesmo que o preço do ativo básico V seja menor que o preço de exercício da opção K.
  - Isso ocorre devido à incerteza do valor V na data de vencimento: valor positivo reflete a chance de essa opção se tornar valiosa.



Opção de Venda: Valor no Vencimento

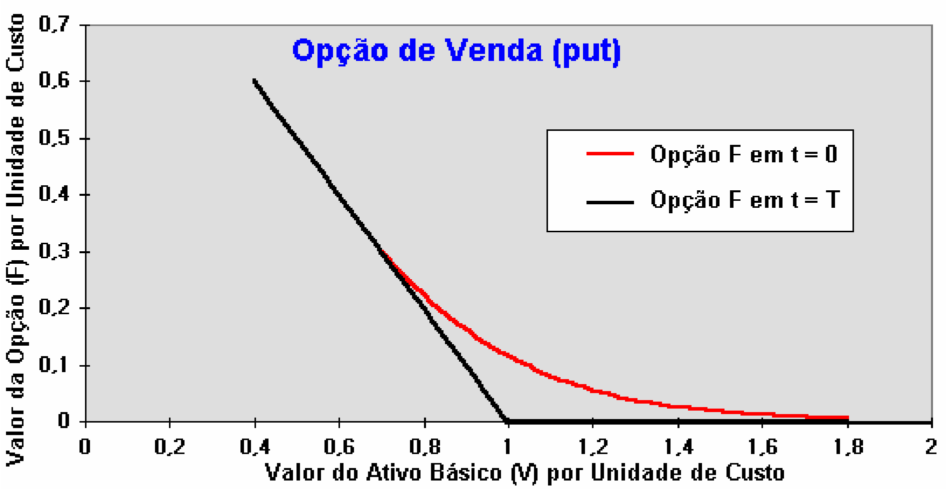
- Na expiração, a opção de venda sobre um ativo que vale V e com preço de exercício K valerá:
  - Máx. [0 , K – V] ou seja, só exerce a opção se V < K.



Para o abandono:
VPL = K – V

Opção de Venda Antes da Expiração

- Analogamente, o valor da opção de venda americana antes da expiração vale mais do que na expiração.



Fórmula de Black & Scholes & Merton (B&S&M)

- O valor da <u>opção *europeia* de compra</u> antes do vencimento é dada pela fórmula de B&S&M (a *versão com dividendos*), solução de uma equação diferencial parcial, que <u>depende só de 6 parâmetros</u> de mercado:
  - preço do ativo básico (ação), V ;
  - preço de exercício da opção, K ;
  - *volatilidade* do ativo básico (desvio-padrão da taxa de retorno do ativo básico, isto é, de dV/V), σ ;
  - o tempo que falta para a expiração da opção, τ (= T – t, onde T = data da expiração e t = data corrente);
  - a taxa de juros livre de risco, r ; e
  - a taxa de distribuição de dividendos do ativo básico, δ (*dividend yield* em % p.a. de V).

Fórmula de Black & Scholes & Merton (B&S&M)

- A equação ou fórmula de Black & Scholes, *versão com dividendos* (Merton), para uma opção de compra européia, é a seguinte solução analítica de uma equação diferencial:

$$c = V\, e^{-\delta\tau}\, N(h) - K\, e^{-r\tau}\, N\left(h - \sigma\sqrt{\tau}\right)$$

- **Onde:**

$$h = \left[\ln\left(\frac{V}{K}\right) + \left(r - \delta + \frac{1}{2}\sigma^2\right)\tau\right]\frac{1}{\sigma\sqrt{\tau}}$$

N(.) = função distribuição normal padrão acumulada (obtida em tabela ou como função de planilha)

- Para o caso sem dividendos, basta fazer $\delta = 0$.
- Repare que não entra a *taxa ajustada ao risco* μ e nem a *taxa de crescimento esperada* α da ação. Já vimos isso antes!

Interpretação de Black & Scholes & Merton

- Podemos interpretar os termos da equação de B&S&M, observando valores presentes de expectativas sob *probabilidades neutras ao risco*, e considerando a ação ótima (opção) nos cenários possíveis de V na expiração na data T, faltando τ anos para a expiração da opção:

Probabilidades neutra ao risco (com ponderação de valor) de V > K na expiração

$$c = \underbrace{\underbrace{V\, e^{-\delta\tau}}_{\text{Valor presente do valor do ativo básico}}\, \overbrace{N(h)}}_{\text{Valor presente esperado de V se V > K na expiração (usando prob. neutra ao risco)}} - \underbrace{\underbrace{K\, e^{-r\tau}}_{\text{Valor presente do custo de exercício}}\, \overbrace{N\left(h - \sigma\sqrt{\tau}\right)}}_{\text{Valor presente de K se V > K na expiração}}$$

h é função de V, K, r, δ, σ, τ

Interpretação da Fórmula de B&S&M

- O primeiro termo então é o benefício sob expectativas neutras ao risco (a ser visto) de ter a opção e o segundo termo é o custo.
- A expectativa NR de $V(T) \geq K$ é $N(h_2)$ onde $h_2 = h - \sigma \sqrt{\tau}$. Já $N(h) = N(h_2 + \sigma \sqrt{\tau})$ é probabilidade NR de $V(T) \geq K$ quando se usa o ativo básico como numerário (ver Crack, seção 8.3).
  - Essas prob. NR diferem em $\sigma \sqrt{\tau}$ pois esse termo contabiliza o fato que V é estocástico (maior σ, maior benefício condicional $V(T) \geq K$) e K é determinístico. Probabilidades NR serão vistas na parte 2.
- Uma outra maneira de ver a fórmula de B&S&M é na forma de payoff condicional sob expectativa NR (ver Crack, p. 155):

$$c(t) = e^{-r\tau} \{E^Q[V(T) \mid V(T) > K] - K\} N(h_2)$$

  - Onde E^Q significa valor esperado sob medida neutra ao risco.
  - Assim, é o valor presente (discontado por r) do payoff líquido (de K) esperado (sob expectativa NR) da opção de compra européia.

Fatos Sobre Opções Americanas

- Numa opção americana pode haver o exercício antecipado. O exercício ótimo é dado pelo *gatilho* V*:
  - Exerce a opção de *compra* se $V \geq V^*$ (opção *deep-in-the-money*).
  - Exerce a opção de *venda* se $V \leq V^*$ (opção *deep-in-the-money*).
  - Gatilho é o nível de exercício que maximiza o valor da opção.
  - Na expiração é como no caso da opção européia ($V^* = K$).
- Sendo a opção americana = opção européia + direito (= prêmio ≥ 0) de exercício antecipado, isso implica que:
  - Valor da opção americana ≥ valor da opção européia
- Opção de *compra* americana: uma condição necessária para ser ótimo o exercício antecipado é $\delta > 0$, onde δ = *dividend yield*.
  - Essa propriedade é muito importante em opções reais. Será provada.
  - Isso ocorre geralmente em opções reais, pois δ é interpretado como o valor do fluxo de caixa dividido pelo valor do projeto V. Ex.: aluguel anual de um imóvel dividido pelo valor do imóvel dá o "dividendo" δ.
  - Se $\delta = 0 \Rightarrow$ valor da opção de compra americana = opção européia

Opções Americanas e Européias: Limites

- A opção americana de compra (C) e a de venda (P) têm os seguintes limites inferiores, indicados pelas desigualdades:
  - $C(t) \geq Máx[0, V(t) - K]$, para qualquer $t \in [0, T]$
  - $P(t) \geq Máx[0, K - V(t)]$, para qualquer $t \in [0, T]$
  - A prova é óbvia, pois seu valor é sempre não negativo (já que não é obrigado a exercer a opção) e vale pelo menos o seu valor intrínseco, já que pode ser exercida a *qualquer momento* ganhando esse payoff.
- Já a opção européia de compra (c) e a de venda (p), podem valer menos que seu valor intrínseco, antes da expiração.
- Vimos que uma opção americana vale tanto ou mais que uma opção européia, por poder fazer tudo que a última faz e ter o direito adicional de exercício antecipado. Logo, $C \geq c$; $P \geq p$
- O direito adicional de exercício antecipado só valerá zero se nunca for ótimo o exercício antecipado da opção.
  - No caso da opção de compra C, isso ocorre para $\delta = 0$ (provaremos agora). No caso da opção de venda P, isso ocorre para $r = 0$.

Prova: Exercício Antecipado Não É Ótimo se $\delta = 0$

- Para provar que nunca é ótimo exercer antecipadamente ($t < T$) uma opção americana de compra C escrita sobre V com $\delta = 0$, primeiro temos de provar que vale a seguinte desigualdade p/ uma opção *européia* de compra c(t) se V não paga dividendos:
  - $c(t) \geq Máx[0, V(t) - K\, e^{-r(T-t)}]$, para qualquer $t \in [0, T]$ (*)
  - ou $c(t) > Máx[0, V(t) - K\, e^{-r(T-t)}]$, para qualquer $t < T$
    - A segunda inequação assume que V é estocástico e *pode* ocorrer $V(T) > = < K$.
- Iremos provar a inequação (*) comparando dois portfólios:
  - Portfólio A: consiste de uma unidade do ativo básico V(t).
  - Portfólio B: uma opção de compra européia c(t) mais um título de renda fixa que vale hoje $K\, e^{-r(T-t)}$.
  - Na data de expiração T, pode ocorrer um dos dois casos para V:
    - $V < K$: nesse caso o portfólio A vale V e o portfólio B vale K (ganho dos juros; $c(T) = 0$). Como $V < K$, o portfólio B vale mais que o portfólio A; e
    - $V \geq K$: nesse caso o portfólio A vale V e o portfólio B também vale V.
  - Logo, o portfólio B vale mais que o portfólio A $\Rightarrow c + K\, e^{-r(T-t)} \geq V \Rightarrow$ $\Rightarrow c(t) \geq V(t) - K\, e^{-r(T-t)}$, provando (*).

Prova: Exercício Antecipado Não É Ótimo se $\delta = 0$

- Note no slide anterior que se V pagasse dividendos ($\delta > 0$), então não poderíamos afirmar nada pois o portfólio A valeria V + dividendos = $V\, e^{\delta\, T}$, que é maior que o valor do portfólio B (= V) no caso de V > K.

- Agora podemos provar que se o ativo básico V não paga dividendos ($\delta = 0$), nunca será ótimo exercer antecipadamente ($t < T$) uma opção americana de *compra* C.
  - Como $C(t) \geq c(t)$ e dado a inequação provada no slide anterior, vem:
  - $C(t) \geq V(t) - K\, e^{-r\,(T-t)} > V(t) - K$, p/ $t < T$ e assumindo que $r > 0$
    - Alternativamente, p/ $t < T$, mesmo que $r = 0$ temos $C(t) > V(t) - K$ se assumir que V(T) é estocástico (i.é, pode ocorrer $V < K$ em T). Por que?
  - Se para todo $t < T$ a opção C "viva" (sem exercer) vale sempre mais que o valor obtido exercendo a mesma, então não vale nunca a pena exercer a opção antecipadamente (em $t < T$). c.q.d.
  - Nesse caso ($\delta = 0$) o direito adicional não tem valor $\Rightarrow C(t) = c(t)$.

- Já para uma opção americana de *venda* P, pode valer a pena o exercício antecipado, mesmo que o ativo básico V tenha $\delta = 0$.
  - No caso da opção americana de *venda*, o exercício *antecipado* nunca é ótimo se $r = 0$.

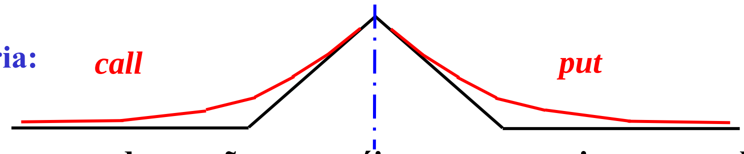
Paridade/Simetria de Opções Americanas

- Na literatura é muito conhecida (ex.: ver Hull) a paridade entre as opções <u>européias</u> "call" (c) e "put" (p), com mesmo preço de exercício K e com mesma expiração T e dado o preço inicial V_0:

$$c - p = V_0\, e^{-\delta\, T} - K\, e^{-r\, T}$$

- Menos conhecido é a simetria (um tipo de paridade) entre as opções <u>*americanas*</u> de compra (C) e de venda (P) c/ expiração T:

Simetria:



  - Tanto no caso das opções européias como americanas, a relação de paridade/simetria permite que um software que resolva opções de compra, automaticamente resolva opções de venda e vice-versa
    - No caso das opções americanas isso se dá através duma *permutação* específica dos dados de entrada (V com K e r com δ) do software.
    - Por ex., para calcular a *call* americana dado um software que calcula *put*:

$$C(V, K, r, \delta, \sigma, \tau) = P(K, V, \delta, r, \sigma, \tau)$$

Paridade/Simetria de Opções Americanas (2)

- Onde $\tau = T - t$ já que a opção é calculada num instante genérico t.
- Ou seja, no input "valor do ativo básico V", você entra com K, etc.

◆ **O gatilho de uma call V* dado o gatilho da put V** é:**

$$V^*(K, r, \delta, \sigma, \tau) = \frac{V \,.\, K}{V^{**}(V, \delta, r, \sigma, \tau)}$$

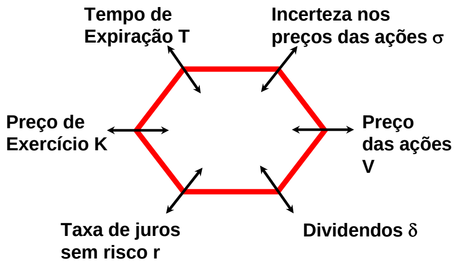
◆ Assim, tendo um software que resolve o problema (valor da opção e gatilho para exercício ótimo da opção) para um tipo de opção (call ou put), podemos usar o mesmo software para resolver o problema do outro tipo de opção (put ou call), com uma permutação de duas duplas de parâmetros.

◆ Existem relações mais gerais de simetria de opções americanas.
- Ver o paper do Detemple (pasta 76), com relações de simetrias para diversos tipos de opções americanas, inclusive casos com processos estocásticos mais complexos e opções com tempo de expiração estocástico.

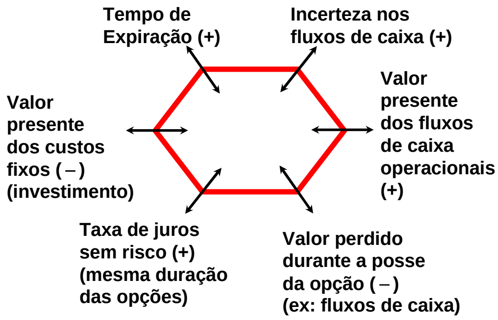
Analogia Opções Financeiras x Reais

◆ Os seis parâmetros usados na equação de Black-Scholes & Merton e em opções americanas call, tem a seguinte analogia com opções reais:

◆ **Opções financeiras**



◆ **Opções reais**



- OBS: Entre parênteses está mostrado o efeito da sensibilidade do valor da opção

◆ O tempo de expiração pode ser perpétuo (terreno) ou finito; estipulado por lei (petróleo, patente) ou estimado em função da concorrência.

Opções Financeiras x Opções Reais

- Nas opções reais, os ativos básicos são do tipo não-financeiros ou "reais" ou "produtivos"
  - Exs.: projeto de produção de petróleo; de aços planos; de uma novela de TV; de um remédio; etc.
- As analogias entre opções financeiras e reais tem de respeitar as diferenças entre as duas:
  - Tipicamente as opções financeiras são de curto prazo (< 1 ano) enquanto que as opções reais podem ser até perpétuas.
  - Ativos financeiros, tais como as ações, não podem ter valores negativos. Um projeto pode ter valor negativo.
  - Opções reais são mais complexas que as financeiras: preço de exercício pode ser incerto; é comum ter opções reais compostas; presença de incertezas técnicas além da incerteza de mercado; e interações estratégicas com outras firmas.
  - No exercício de opções reais existe o tempo de construção.

Analogia Opção Financeira-Opção Real

- Uma diferença entre o caso financeiro e o caso de projeto, é que no segundo caso existe o "tempo de construção" (não se obtém o ativo imediatamente).
  - Isso pode ser considerado usando o valor presente do invest.
  - Há modelos de OR mais sofisticados de tempo de construção.
- O cálculo de δ (taxa de distribuição de fluxo de caixa):
  - Média das razões anuais entre o fluxo de caixa e o valor do projeto (FC_t/V_t) (ex.: aluguel de imóvel/seu valor).
  - Em petróleo e recursos minerais tem de considerar a depleção da jazida. Usa-se aqui também o *convenience yield.*
- Valor do projeto implantado (V):
  - É a melhor *estimativa de mercado* para V. Ela pode ser obtida observando valores correntes do mercado (preço de um imóvel, preço de uma reserva desenvolvida de petróleo) ou, na falta de valor direto do mercado, pelo FCD (fluxo de caixa descontado) com a taxa de desconto apropriada.

Principais Características de uma Decisão de Investimento

- **Algumas características importantes na tomada de decisão de investimentos ou de alocação de recursos:**
  - **Irreversibilidade parcial ou total: o comprometimento de recursos (investimento) é em geral irreversível**
  - **Sujeito a incertezas diversas (especialmente nos benefícios)**
  - **Graus de liberdade gerencial (opções) especialmente o "timing": em geral não se é obrigado a investir imediatamente. Raramente uma oportunidade é do tipo "agora ou nunca"**
- **As palavras chaves são:**

Irreversibilidade, Timing e Incerteza

Irreversibilidade

- **Irreversibilidade pode ser *total* (ex.: perfuração de um poço) ou *parcial* (aquisição de um torno)**
- **Conceito vem da literatura de economia ambiental (artigos de Arrow & Fischer, e de Henry, ambos de 1974).**
- **Valoriza a espera antes de fazer uma ação irreversível: a espera é reversível.**
- **Conceito se aplica a decisões sociais/políticas e até individuais (ex.: casamento, divórcio, suicídio).**
- **Negociação: se você tiver dúvida se deve ou não abrir uma informação, não abra!**
  - **A abertura da informação é irreversível. A espera é reversível, você sempre tem a *opção* de dar a informação depois.**

Timing: Tempo de Expiração da Opção

- **Raramente um investimento é do tipo "agora-ou-nunca". Pode-se esperar e observar o mercado.**
- **Em P & D, as patentes tem uma duração estabelecida pela lei. No Brasil a duração é de 20 anos, depois cai em domínio público.**
  - **Um *desenho industrial* tem proteção de 10 + 15 anos (prorrogação)**
- **No caso de concessões de exploração de petróleo é estabelecida em lei (geralmente de 5 a 10 anos).**
  - **No caso de regime de monopólio do petróleo, o tempo era infinito (oportunidade perpétua). Agora é até 9 anos.**
- **Concessões de longa duração (> 10 anos) geralmente podem ser tratadas como opções perpétuas. Ex.: direitos autorais (lançar um disco dos "maiores sucessos"), vida do autor + 70 anos.**
- **Em muitos casos o tempo é estimado considerando a entrada de novos concorrentes que podem até destruir sua opção de investimento (Kester, 1984).**

Tipos de Incertezas

- **Incerteza Econômica ou de Mercado: Exógena. Correlacionada aos movimentos gerais da economia.**
  - **Valoriza a Espera por Informações Externas ("learning by waiting"). Ex: preço do petróleo; câmbio; juros; demanda de aço.**
- **Incerteza Técnica: Endógena. Não correlacionada aos movimentos macroeconômicos.**
  - **Incentiva o investimento seqüencial, para revelar o verdadeiro cenário e reduzir a variância da incerteza ("learning by doing").**
  - **Ex.: Volume de petróleo numa jazida; Custo de projeto de P&D.**
- **Incerteza Estratégica: Relacionada à ação de outras empresas no mercado. Será objeto da matéria ELE 2005.**
  - **Pode tanto incentivar como adiar os investimentos.**
  - **Ex.: leilões de privatização/concessões; ameaça de entrada de concorrentes (ou de substitutos); jogo da espera na exploração e/ou revelation; timing-games em P&D.**

MATERIAL ANEXO

Os anexos nos materiais do curso contém slides que <u>reforçam os conceitos teóricos</u> e, em alguns casos, apresentam <u>exemplos adicionais</u> que não serão discutidos em sala de aula, mas que podem ser úteis para um melhor entendimento de conceitos apresentados.

Objetivo da Firma e Teoria da Utilidade

- **A imensa maioria dos problemas de opções reais (OR) supõe que o investidor é diversificado. Em geral também se assume que são decisões de firmas e não decisões pessoais.**
- **Análise de decisão (AD) usa a maximização da utilidade do investidor. Opções: em geral usa a maximização do valor de mercado da firma e não a utilidade do gerente.**
  - **Maximizar a utilidade do gerente gera "problemas de agência" devido a que os interesses do agente (gerente) não estão sempre alinhados com o interesse do principal (acionistas).**
  - **A gerente em geral tem diferentes preferências risco-retorno.**
  - **Exceções: (a) empresa familiar em que você é o único acionista. (b) decisões individuais de OR, você maximiza sua utilidade.**
- **Outra diferença (AD x OR) é o tratamento da taxa de desconto. OR geralmente usa a teoria de finanças p/ achá-la.**

Objetivo da Firma e Teoria da Utilidade

- AD usa utilidade para achar o grau de aversão ao risco da taxa.

- **Por que não dá para maximizar a utilidade de todos os acionistas de uma empresa?**
- **Numa corporação, existem diversos acionistas com interesses diversos, diferentes níveis de riqueza e portanto, com diferentes funções utilidades.**
- **É impossível gerenciar a firma de forma a maximizar simultaneamente as utilidades de todos acionistas.**
  - O melhor para uma firma é adotar como meta a maximização da riqueza dos acionistas e não a utilidade do gerente.
  - Cada acionista usa sua parte para maximizar sua utilidade.
- **Usando referências (valores) de mercado na análise econômica, equivale a adotar uma "utilidade agregada de mercado", que reflete a preferência relativa ao risco.**

Quando as Opções Reais São Mais Valiosas

- **A flexibilidade (opções reais) tem mais valor quando:**
  - Grande incerteza em relação ao futuro
    - Grande chance de obter novas informações relevantes ao longo do tempo. Informações podem ser obtidas a um custo ou grátis.
  - Muito espaço para a flexibilidade gerencial
    - Permite à gerência responder adequadamente a esta nova informação (exs.: investindo numa capacidade mais adequada; expandir ou contrair o projeto; etc.)
  - O VPL sem flexibilidade está próximo de zero
    - A opção (flexibilidade) de mudar os rumos do projeto tem mais chance de ocorrer nesse caso
- **Sob as condições acima, a diferença entre o VPL e o valor de opções reais é substancial (Tom Copeland)**

Teorias e Ferramentas Tradicionais

- **CAPM: taxas de desconto ajustadas ao risco**
  - Teoria é válida mas insuficiente e mais restritiva
  - Problemas práticos: cálculo do(s) beta(s)
  - Taxas de desconto podem variar na presença de opções
- **Simulação de Monte Carlo**
  - Ferramenta de simulação, <u>não é de otimização</u>
    - Simulação é "forward", otimização é "backward".
    - Precisa de otimizador ou algoritmo complementar de otimização
  - Calcula valor esperado e distribuição de probabilidade
  - Tem sido cada vez mais usada no cálculo de opções reais
    - MC + otimização para opções *americanas* é tema relativamente recente
- **Árvore de Decisão**
  - Explicita as ações gerenciais e as incertezas
  - Com a correta taxa de desconto + probabilidades, é a teoria das opções em *tempo discreto*. Se resolve "backwards".

Recordação de Taxa de Desconto

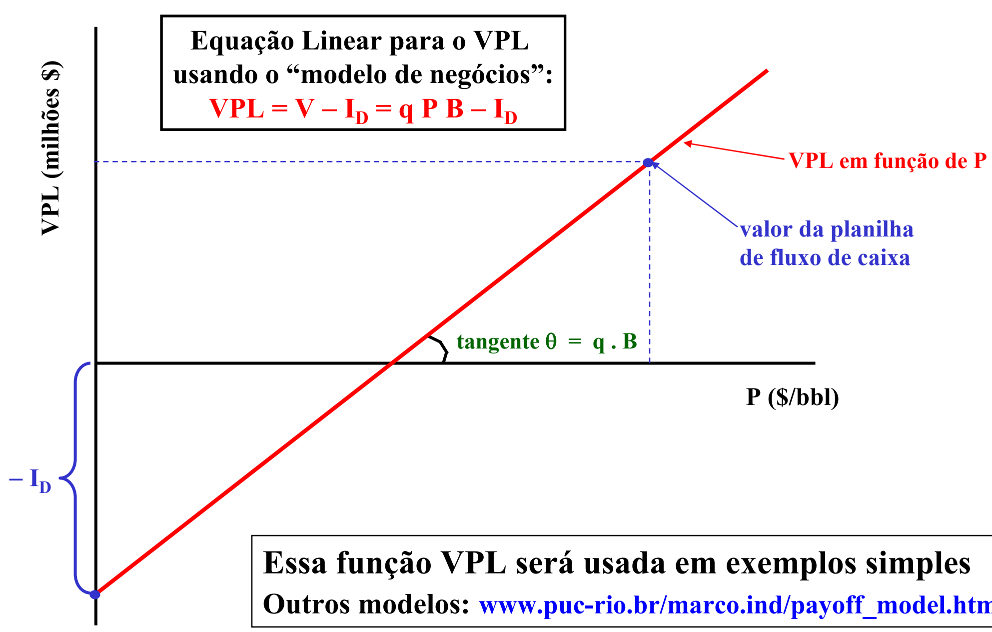
- **Num mercado em equilíbrio, risco e retorno são ligados**
  - A taxa ajustada ao risco é o retorno esperado (ou exigido) pelos acionistas. Quanto maior o risco *sistemático* (risco correlacionado com a economia), maior é o retorno exigido pelo mercado.
  - Em mercados competitivos, qualquer redução desse risco é compensada por uma redução do retorno
- **A taxa ajustada ao risco é composto de duas parcelas, a taxa livre de risco r_f (ajuste do valor do dinheiro no tempo) mais uma parcela de prêmio de risco, conforme o CAPM (Capital Asset Pricing Model):**

$$\mu = \underbrace{r_f}_{\text{Prêmio temporal (adiamento de consumo)}} + \underbrace{\beta\,(r_m - r_f)}_{\text{Prêmio de risco}}$$

Exemplo em Petróleo e Qualidade da Reserva

- Imagine que você quer comprar 100 milhões de barris de reservas desenvolvidas. O valor da reserva claramente depende da expectativa de preço de longo-prazo do petróleo, mas não só.
- Quanto você pagaria por barril de reserva já desenvolvida?
  - Isso depende de vários fatores tais como a qualidade da rocha-reservatório (produtividade da jazida), qualidade dos fluidos (óleo pesado x leve, etc.), país (regime fiscal, risco político), localização (águas profundas tem maior custo operacional que as reservas terrestres), o capital *in place* (velocidade de extração e logo o valor presente da receita depende do número de poços), etc.
- Quanto maior é o valor do barril de reserva em relação ao barril de óleo (na superfície), maior é a qualidade econômica: valor de um barril de reserva = v = q . P
  - Onde q = qualidade econômica da reserva desenvolvida
  - O valor da reserva desenvolvida é v vezes o *tamanho da reserva* (B)
  - Logo, vamos usar esse *modelo de negócios* para o VPL = V – I_D = q P B – I_D
    - I_D = custo de investimento de desenvolvimento (ou *preço de exercício da opção*)

Uma Função VPL Simples: Modelo de Negócios



Essa função VPL será usada em exemplos simples
Outros modelos: www.puc-rio.br/marco.ind/payoff_model.html

Intuição (1): Incerteza de Mercado e Valor da Opção

- Seja um campo já descoberto. O VPL de desenvolvimento do campo é dado pelo simples *modelo de negócios* visto antes:

$$VPL = V(P) - I_D = q\ B\ P - I_D$$

  - Sejam os dados: q = 0,2 ; B = 500 (MM bbl); I_D = 2750 (MM$)
  - Se em t = 0, P_0 = 27 \$/bbl ⇒ VPL = 0,2 . 500. 27 – 2750 = – 50 MM$
  - Suponha que o investimento pode ser adiado por 1 ano e os <u>preços podem subir ou descer</u> 1 \$/bbl (pequena incerteza no preço).
  - A firma X oferece US$ 3 milhões por esse campo de petróleo. Você venderia?

t = 0

$E[P_0]$ = 27 /bbl
VPL(t=0) = – 50 MM $

50%

t = 1

$E[P^+]$ = 28 ⇒ VPL^+ = + 50 MM $

50%

$E[P^-]$ = 26 ⇒ VPL^- = – 150 MM $

Gerente racional não irá exercer essa opção ⇒ Max (VPL^-, 0) = zero

Logo em t = 1, o VPL opcional é positivo: (50% x 50) + (50% x 0) = + 25 milhões $

Intuição (2): Opção de Timing e Valor da Espera

- Suponha o mesmo caso mas com um VPL um pouco positivo (preço inicial um pouco maior).
  - VPL = q B P – I_D = 0,2 x 500 x 28 – 2750 = + 50 milhões $.
  - Assuma uma taxa de desconto μ = 10% para um período.
  - O que é melhor: desenvolver agora ou "esperar e ver"?

$E[P_0]$ = 28 /bbl
VPL(t=0) = + 50 MM $

50%

$E[P^+]$ = 29 ⇒ VPL^+ = + 150 MM $

50%

$E[P^-]$ = 27 ⇒ VPL^- = – 50 MM $

⇒ Não exerce! ⇒ Max (VPL^-, 0) = zero

Logo em t = 1, o VPL opcional é: (50% x 150) + (50% x 0) = + 75 milhões $
Se a *taxa de desconto* = 10%, o valor presente é: VPL_{espera}(t=0) = 75/1,1 = 68,2 > 50

Logo é melhor "esperar e ver", exercendo a opção somente no cenário favorável.
Apesar do VPL positivo, a opção em t = 0 não está madura para o exercício imediato (no jargão de opções, a opção não está "deep-in-the-money").

Intuição (3): Opções “Deep-in-the-Money”

- No exemplo anterior *a espera é mais valiosa*, mesmo com VPL positivo em t = 0. Agora suponha que em t = 0 o preço seja maior, P_0 = 29 \$/bbl ⇒ VPL = 0,2 . 500. 29 – 2750 = 150 MM\$
  - Estará a opção madura para o imediato exercício (*deep-in-the-money*)?
  - Suponha que o preço pode subir ou descer 1 \$/bbl em t = 1 e μ = 10%

50% — $E[P^+]$ = 30 ⇒ VPL^+ = + 250 MM \$

$E[P_0]$ = 29 /bbl
VPL(t=0) = + 150 MM \$

50% — $E[P^-]$ = 28 ⇒ VPL^- = + 50 MM \$
⇒ Exerce do mesmo jeito!

Logo, em t = 1 o VPL esperado é: (50% x 250) + (50% x 50) = 150 milhões \$
O valor presente é: $VPL_{esperar}$(t=0) = 150/1,1 = 136,4 < 150 ⇒ exercer em t = 0

- Nesse caso a opção já está madura e o exercício imediato é ótimo
  - Logo, existe um P*(t = 0) entre 28 e 29 \$/bbl onde a opção fica madura
    - Esse P* é chamado gatilho, que dá a *regra ótima de exercício da opção*

Opção Real “Deep-in-the-Money” e Gatilho

- Para que valor do preço de longo-prazo P* se ficaria indiferente entre esperar e investir no exemplo anterior?
  - Esse preço P* é chamado de gatilho ou valor crítico da opção.
- Ver planilha Excel gatilho.xls. Usar a função “atingir metas”.
  - O gatilho nesse exemplo é P* = 28,33 \$/bbl (já o preço de “break-even”, que zera o VPL é 27,5 \$/bbl).
    - No exemplo a incerteza é particularmente pequena. Mas a idéia de gatilho para exercício da opção é um conceito geral.
    - A diferença entre o gatilho da opção e o preço de “break-even” (regra do VPL) é maior quanto maior for a incerteza.
- Note que o valor da opção e a regra de decisão (gatilho) estão ligados.
  - Quando a opção está “deep-in-the-money” (P ≥ P*), o valor da opção é igual ao VPL do imediato exercício. Caso contrário, é o valor presente esperado da alternativa “esperar”.
- Exercício: O que ocorre com o gatilho se aumentarmos a incerteza? Na planilha, aumente a variação de preços de ± 1 para ± 2 \$/bbl.

Fatores Que Afetam o Valor da Opção

- Como varia as opções de compra e de venda se variar (*ceteris paribus*) os parâmetros da fórmula de B&S&M?

Fator	Efeito na Opção de Compra	Efeito na Opção de Venda
Aumento de V (valor da ação)	Aumenta	Diminui
Aumento de K (preço de exercício)	Diminui	Aumenta
Aumento da Volatilidade	Aumenta	Aumenta
Aumento do Tempo de Expiração	Aumenta	Aumenta
Aumento na Taxa de Juros	Aumenta	Diminui
Aumento nos Dividendos Pagos	Diminui	Aumenta