



## IND 2072: Análise de Investimentos com Opções Reais

### Parte 4: Extensões do Modelo Básico de Opções Reais e Aplicações.

Marco Antonio Guimarães Dias,  
Professor Adjunto, tempo parcial

Rio de Janeiro, 1º Semestre de 2006

### Processos Estocásticos Correlacionados

- ◆ Em problemas de opções reais pode ser de interesse a interação entre várias fontes de incerteza econômica:
  - Preço, custo operacional, custo de investimento, taxa de câmbio, taxa de juros, taxa de dividendos, etc.
  - Modelagem: processos estocásticos correlacionados
- ◆ As correlações entre incertezas econômicas podem ser:
  - Positivas (caso geral): em média oscilam na mesma direção (se uma variável aumenta é mais provável que a outra também aumente e vice-versa);
  - Negativas: Ex.: Juros e Ações. Mais raro em opções reais.
- ◆ Valor do projeto (V) e Custo de investimento (D)
  - Essa análise dará intuição sobre o efeito de outras incertezas.
  - DP, cap. 6, item 5 (p.207) é similar, mas p/ preço P em vez de V
  - Suponha que V e D seguem 2 movimentos geométricos Brownianos correlacionados (com coeficiente de correlação  $\rho$ )  
 $dV = \alpha_V V dt + \sigma_V V dz_V$  e  $dD = \alpha_D D dt + \sigma_D D dz_D$

## Valor e Custo: Incertezas Correlacionadas

- Com os dois incrementos de Wiener:

$$dz_V = \varepsilon_V \sqrt{dt} \quad ; e \quad dz_D = \varepsilon_D \sqrt{dt}$$

- Onde os processos de Wiener  $dz_V$  e  $dz_D$  são correlac.:

$$E(\varepsilon_V \cdot \varepsilon_D) = \rho \Rightarrow E(dz_V \cdot dz_D) = dz_V \cdot dz_D = \rho dt$$

- ◆ A versão do lema de Itô para a opção  $F(V, D, t)$ , com duas variáveis estocásticas é:

$$dF = F_t dt + F_V dV + \frac{1}{2} F_{VV} (dV)^2 + F_D dD + \frac{1}{2} F_{DD} (dD)^2 + F_{VD} (dV dD)$$

Novidade: só o termo que entra a correlação:  $dV dD = \sigma_V \sigma_D V D \rho dt$

- ◆ Com a eq. do portfólio ( $\Phi = F - nV - mD$ ), etc., se obtém a EDP:

$$\frac{1}{2} (\sigma_V^2 V^2 F_{VV} + 2\rho \sigma_V \sigma_D V D F_{VD} + \sigma_D^2 D^2 F_{DD}) + (r - \delta_V) V F_V + (r - \delta_D) D F_D - rF = -F_t$$

- Depois coloca as cc. (note que tem dois gatilhos,  $V^*$  e  $D^*$ ), etc.

- ◆ Mas existe uma maneira bem mais simples: a redução da dimensionalidade devido à homogeneidade (vale p/ MGBs)

→ DP (cap. 6, seção 5) mostra caso similar (mas com P em vez de V)

## Simplificação do Modelo: Homogeneidade

- ◆ Podemos tratar V e D estocástico com o mesmo modelo unidimensional anterior (com pequenas adaptações).

- ◆ Isso é possível devido a homogeneidade de grau 1 da opção F em relação a V e D:  $F(c \cdot V, c \cdot D) = c \cdot F(V, D)$

→  $F(V, D, t) = D \cdot F/D(V/D, 1, t) = D \cdot f(p, 1, t)$  ; onde:

$f = F/D$  (valor da opção por unidade de investimento)

$p = V/D$  (valor do projeto por unidade de investimento)

- ◆ Assim, temos uma opção f sobre uma única variável estocástica p, com preço de exercício = 1.

- ◆ O gatilho normalizado  $p^* = (V/D)^*$  é homogêneo de grau 0 em V e D (vale p/ MGBs, ver McDonald & Siegel, 1986).

- Isso significa que a regra  $p^* = (V/D)^*$  permanece válida para *qualquer* V e D. O gatilho  $(V/D)^*$  só muda se mudar um ou mais parâmetros do processo estocástico neutro ao risco  $r, \delta, \sigma$ .

- Isso simplificará muito um caso que combina incertezas técnicas.

## Redução da Dimensionalidade da EDP

◆ Seguindo passos similares a DP (p. 210), i. é, derivando  $F(V, D, t) = D f(p, 1, t)$  para achar  $F_V, F_{VV}, F_D, F_{DD}, F_{VD}$  e  $F_t$ , e substituindo na EDP anterior  $F(V, D, t)$ , obtém-se a seguinte EDP para a opção normalizada  $f = F/D$ :

$$\frac{1}{2} \sigma_T^2 p^2 f_{pp} + (\delta_D - \delta_V) p f_p - \delta_D f = -f_t$$

Obs: Em geral se assume que o “dividend yield” do custo D é a taxa de juros, i. é,  $\delta_D = r$ , mas poderia usar outro valor (ex.:  $\delta_D = \mu_D - \alpha_D$ )

◆ Onde aparece a volatilidade total (da razão p) ao quadrado:

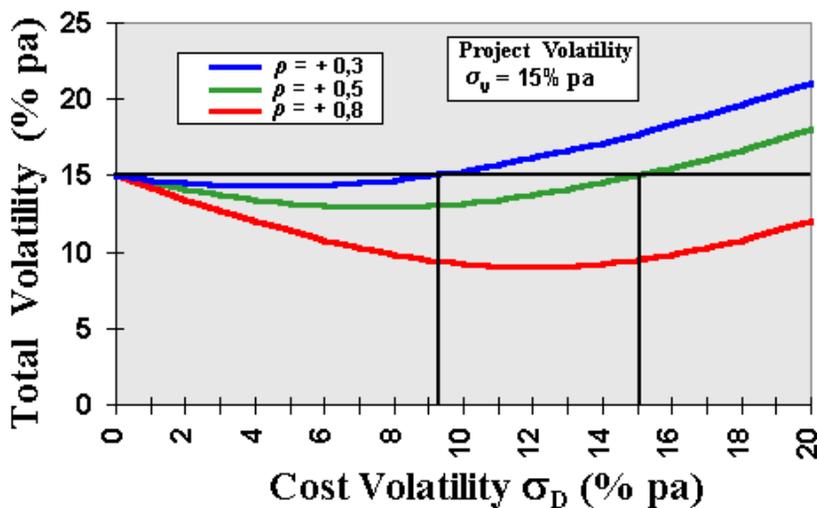
$$\sigma_T^2 = \sigma_V^2 + \sigma_D^2 - 2\rho\sigma_V\sigma_D$$

- ◆ Esse tipo de recurso (homogeneidade) foi usado em opções perpétuas (McDonald & Siegel, 1986; DP) e em opções finitas (Myers & Majd, 1990). Em D&P é para P (em vez de V).
- ◆ Logo, uma planilha como a “Timing” resolve o problema com V e D estocásticos, usando volatilidade  $\sigma_T$ , investim. = 1, etc.

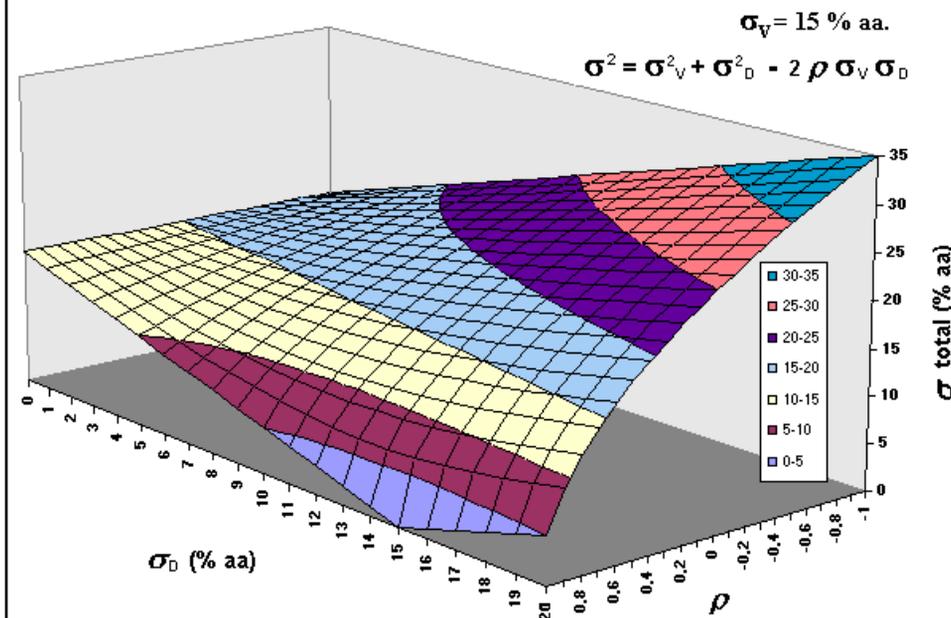
## Efeito da Incerteza do Custo na Incerteza Total

◆ A introdução da incerteza do custo D pode até reduzir a incerteza total  $\sigma_T$  (desde que  $\rho > 0$  e  $\sigma_D$  não seja muito alto).

- Em muitos casos, mesmo com  $\rho > 0$ ,  $\sigma_T$  aumenta e, logo, ↑ a espera



## O Efeito da Incerteza do Custo D (3D)



## O Efeito da Incerteza no Custo

- ◆ O efeito da introdução dessa segunda fonte de incerteza econômica (em adição a incerteza de V):
  - O efeito tanto na regra de decisão como no valor da opção de investir será determinada pela volatilidade total (comparada com a volatilidade só de V).
  - Para o caso geral de correlação positiva e da volatilidade de D menor que a de V, a volatilidade total  $\sigma_T$  pode ser próxima de  $\sigma_V$  (pode até ser um pouco menor).
  - Se a correlação fosse negativa, a volatilidade total sempre aumentaria com a volatilidade do custo D.
  - Se as volatilidades individuais de V e D forem iguais e se a correlação for positiva perfeita ( $\rho = +1$ ), então a volatilidade total é zero! Não há incerteza?
    - ➔ V e D oscilam, mas V/D não oscila! Ou seja, se o VPL for positivo, ele sempre será positivo e não há valor na espera.

## Homogeneidade, Convexidade e Reversão à Média

- ◆ O processo de reversão à média não goza das mesmas propriedades do MGB em termos de homogeneidade e convexidade do valor da opção  $F(V, t; D)$ . Isso é mostrado em dois teoremas de Merton (1973):
- ◆ **Teorema 1:** Se a distribuição dos retornos ( $dV/V$ ) independe do nível de  $V$ , então a opção  $F$  é **homogênea de grau 1** em relação ao valor do ativo básico  $V$  e ao preço de exercício  $D$ .
  - Isso ocorre para o caso do MGB:  $dV/V$  tem distribuição Normal que depende de  $\alpha$ ,  $\sigma$  e  $t$ , mas não de  $V(0)$ . Logo é homogênea.
  - Isso não ocorre com nenhum tipo conhecido de reversão à média, o que nos leva a *desconfiar* que o MRM não leva a  $F(V, D)$  homogênea (o teorema estabelece a condição suficiente, mas não necessária).
- ◆ **Teorema 2:** Se a distribuição dos retornos ( $dV/V$ ) independe do nível de  $V$ , então a opção  $F$  é **uma função convexa de  $V$** .
  - Ver na parte 2 (MGB) que o gráfico  $F \times V$  é convexo p/ todo  $V$ .
  - O livro do D&P mostra dois gráficos com **reversão à média** de  $V$  (p. 165, 166) cuja opção  $F$  **não é convexa** em relação a  $V$ .

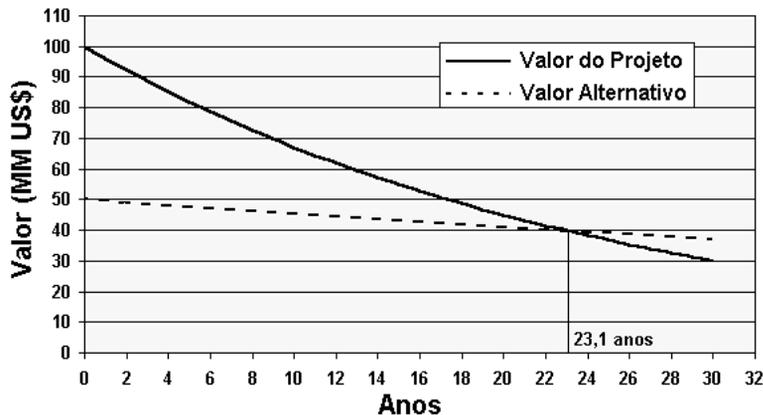
## Considerações e Extensões do Modelo

- ◆ Se em vez do quociente  $p = V/D$  tivéssemos um produto  $s = x \cdot y$  (ex.:  $x$  seria o preço em R\$,  $y$  a taxa de câmbio US\$/R\$ e  $s = x \cdot y$  o preço em US\$), onde  $x$  e  $y$  seguissem MGBs correlacionados, a volatilidade total  $\sigma$  seria:
$$\sigma^2 = \sigma_x^2 + \sigma_y^2 + 2\rho\sigma_x\sigma_y$$
  - Aqui ao contrário do caso anterior, as correlações positivas aumentam a volatilidade total.
- ◆ O modelo de  $V$  e  $D$  estocástico (analogia com a “call”) pode ser estendido para o caso de opção de abandono (analogia com a “put”) em que tanto o valor do projeto ( $V$ ) como o valor de uso alternativo ( $E$ ) são estocásticos. Na verdade é uma **opção de troca** (“switch”) entre dois ativos de risco  $V$  e  $E$ 
  - Pode usar o mesmo software, explorando a simetria *call-put*.

## Valor do Projeto e de Uso Alternativo

- ◆ Suponha que o valor corrente do projeto tem a tendência de cair exponencialmente, assim como o de uso alternativo, mas com diferentes taxas de declínio. Mas existem incertezas

- Ex.: navio petroleiro atuando em transporte de petróleo tem uso alternativo convertendo para unidade estacionária de produção de petróleo na Bacia de Campos (caso famoso do navio P.P. Moraes).



## Opções de Abandono e de Mudança de Uso

- ◆ Modelo de opção de mudança de uso de Myers & Majd (1990): analogia com uma opção de venda americana
  - O valor  $V$  do ativo/projeto segue um MGB. O projeto pode ser abandonado e os ativos serem usados em um outro projeto. O valor alternativo  $E$  também é estocástico e segue um MGB.
- ◆ A planilha Excel “Timing” também resolve esse caso:
  - Reduzir a dimensionalidade (de 2 para 1 variável estocástica) considerando valores normalizados  $p = V/E$ , opção  $f = F/E$ , volatilidade total, preço de exercício normalizado = 1, etc.
  - Com o conceito de simetria entre opções americanas de call e put (inverte  $p$  com 1 e  $\delta_V$  com  $\delta_E$  [ou  $r$ ]), pode-se obter o gatilho  $p^*$  de exercício da opção de troca e o valor da opção  $f$ .
- ◆ Assim, a mesma planilha resolve OR tradicional (call) de espera em projeto e opção de abandono para uma variável estocástica ou para duas variáveis estocásticas.

## Projeto com Opção de Shut-Down

- ◆ Seguindo DP, cap. 6, seção 2, veremos agora um modelo de opção em função da variável mais básica, o preço  $P$ .
  - Primeiro será visto o  $V(P)$  com *opção de parada temporária* (opção de “shut-down”) e depois a opção composta: opção  $F(P)$  (call) de investir  $I$  num projeto  $V(P)$  com opção de shut-down
    - ➔ A análise é feita backwards: primeiro analisa o caso de já ter investido no projeto  $V(P)$  (com opção de shut-down) e depois se analisa a opção de investir nesse projeto  $F(P)$ .
  - Esse exemplo simples também irá ilustrar o caso de EDO  $p/ V(P)$  com um termo adicional devido ao fluxo de caixa.
- ◆ Por simplicidade, assuma que o projeto tem uma vida *infinita*, produz uma unidade por ano que é vendida por um preço  $P(t)$ , que segue um MGB. Além disso:
  - Existe um custo operacional  $C$  (determinístico) para produzir uma unidade. Logo, o fluxo de lucro da produção é  $P - C$ .

## Projeto $V(P)$ com Opção de Shut-Down

- ◆ Sem a opção de shut-down, o valor desse projeto  $V(P)$  de vida infinita é (lembrar que  $P$  cresce à taxa  $\alpha$  no MGB):
$$V(P) = \int_0^{\infty} [(P e^{\alpha t} e^{-\mu t}) - (C e^{-rt})] dt = \frac{P}{\mu - \alpha} - \frac{C}{r} = \frac{P}{\delta} - \frac{C}{r}$$
- ◆ Exercício: mostre que se obtém o mesmo resultado se usar a tendência *neutra ao risco* ( $r - \delta$ ) em vez de  $\alpha$ , e a taxa de desconto livre de risco  $r$  (em vez de  $\mu$ ). Por que?
- ◆ Agora considere que existe uma *opção de shut-down* sem custo (nem para parar e nem para voltar a produzir), de forma que essa opção é sempre exercida quando  $P < C$ .
  - Logo, o fluxo de lucro com opção é:  $\pi(P) = \text{máx}\{P - C, 0\}$
- ◆ Agora iremos deduzir a EDO de  $V(P)$  pelo método dos *contingent claims*. Note que tanto  $V$  como  $P$  têm dividendos.
  - Para tal, considere o portfólio:  $\Phi = V - n$  unidades de  $P$

## EDO de V(P) por Contingent Claims

- ◆ A carteira sem risco é:  $\Phi = V - n P$  (com uma escolha *conveniente* de  $n$  para torná-la sem risco).
- ◆ No intervalo  $dt$ , o retorno é:  $r \Phi dt = r (V - n P) dt$
- ◆ Mas o retorno de  $\Phi$  também é a soma algébrica dos retornos dos ativos componentes da carteira:
  - Agora  $V$  varia ( $dV$ ) e também distribui dividendos  $\pi(P) dt$
  - O retorno de  $P$  em  $dt$  é a soma do ganho de capital  $dP$  com o dividendo  $\delta P dt$ , onde  $\delta$  é o *convenience yield*.
    - Convenience yield pode ser estimado com o *mercado futuro*
  - Logo, retorno da carteira =  $dV + \pi dt - n (dP + \delta P dt)$
  - Igualando as duas equações de retorno da carteira:
 
$$r (V - n P) dt = dV + \pi dt - n (dP + \delta P dt)$$
  - Agora precisamos de  $dV$ : expansão com o Lema de Itô.

## EDO de V(P) por Contingent Claims

- ◆ Note que  $V(P)$  não é função do tempo (produção perpétua)  $\Rightarrow \partial V / \partial t = V_t = 0 \Rightarrow$  Lema de Itô p/  $dV$ , é:
 
$$dV = V_p dP + \frac{1}{2} V_{pp} (dP)^2$$
  - Para obter  $(dP)^2$ , basta elevar ao quadrado a equação do MGB,  $dP = \alpha P dt + \sigma VP dz$ . Logo,  $(dP)^2 = \sigma^2 P^2 dt$
  - Substituindo na equação do Lema de Itô, vem:
 
$$dV = V_p dP + \frac{1}{2} \sigma^2 P^2 V_{pp} dt$$
  - Substituindo a equação de  $dV$  na eq. do retorno de  $\Phi$ 

$$r (V - n P) dt = V_p dP + \frac{1}{2} \sigma^2 P^2 V_{pp} dt + \pi dt - n (dP + \delta P dt)$$

$$\Rightarrow r (V - n P) dt = (V_p - n) dP + \frac{1}{2} \sigma^2 P^2 V_{pp} dt + \pi dt - n \delta P dt$$
  - Mas para essa equação de retorno ser livre de risco tem de eliminar o termo estocástico  $dP$ . Para tal, faz  $n = V_p$
  - *Algebrando* se chega à EDO com o termo de cash-flow  $\pi$ :
 
$$\frac{1}{2} \sigma^2 P^2 V_{pp} + (r - \delta) P V_p - r V + \pi = 0$$

## Equação Diferencial Ordinária de V(P)

- ◆ Essa EDO tem uma *parte homogênea* (em azul) e uma *parte não-homogênea* (em vermelho):

$$\frac{1}{2} \sigma^2 P^2 V_{PP} + (r - \delta) P V_P - r V + \pi = 0$$

- A parte homogênea tem *solução geral* do tipo  $A P^\beta$  que deve ser somada a alguma *solução particular* devido à parte não-homogênea. Uma simples substituição mostra que a solução  $P/\delta - C/r$  atende a EDO (típico).
- ◆ Como  $\pi = 0$  quando  $P < C$  e  $\pi > 0$  quando  $P > C$ , a solução será dividida em duas regiões de valores de P:
  - **Na região  $P < C$** , o “cash-flow” desaparece e a solução é:
  - $V(P) = K_1 P^{\beta_1} + K_2 P^{\beta_2}$ ; onde  $\beta_1 > 1$  e  $\beta_2 < 0$  são raízes da eq. quadrática (ver parte 3):  $\frac{1}{2} \sigma^2 \beta (\beta - 1) + (r - \delta) \beta - r = 0$
  - **Na região  $P > C$** , soma-se as soluções geral e particular:
  - $V(P) = B_1 P^{\beta_1} + B_2 P^{\beta_2} + P/\delta - C/r$ ; ( $\beta_1$  e  $\beta_2$  são os mesmos)

## V(P) e Condições de Contorno

- ◆ As cc. determinarão as constantes  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $B_1$  e  $B_2$ .
  - No caso de  $P < C$ , se P ficar próximo de 0 o valor de V deve tender a zero também. Para isso é necessário que  $K_2 = 0$  (caso contrário o termo com o expoente negativo  $\beta_2$  iria a infinito);
  - No caso de  $P > C$ , se P for muito grande o valor de V deve ficar apenas um pouco maior que o fluxo de caixa  $P/\delta - C/r$ , pois a opção de shut-down torna-se muito menos valiosa. Assim, é necessário que  $B_1 = 0$  (caso contrário o termo “de opção” com o expoente positivo  $\beta_1$  se tornaria cada vez maior com P).
    - Termos do tipo  $A P^\beta$  são termos de *opção* (aqui de “shut-down”).
- ◆ Logo, o valor do projeto implantado V(P) se reduz a:

$$V(P) = \begin{cases} K_1 P^{\beta_1} & \text{se } P < C \\ B_2 P^{\beta_2} + \frac{P}{\delta} - \frac{C}{r} & \text{se } P > C \end{cases}$$

- ◆ Interpretação: se  $P < C$ , V(P) é o valor da *opção de reativar a produção* (já que existe probab. de P voltar a ser  $> C$ ); já se  $P > C$ , além do fluxo de caixa, existe a *opção de shut-down* se P vier a cair

## V(P) e Condições de Contorno

- ◆ Para determinar as constantes restantes ( $K_1$  e  $B_2$ ) usaremos cc. similares às *condições de continuidade e de suavidade* no valor de gatilho, que aqui é  $P^{**} = C$ 
  - Por continuidade em  $P = C$ , podemos igualar as duas eqs. de  $V(P)$ :  $K_1 C^{\beta_1} = B_2 C^{\beta_2} + C/\delta - C/r$
  - As derivadas em  $P = C$  também devem ser iguais para as duas eqs. de  $V(P)$  (função deve ser suave, sem quinas):  
 $\Rightarrow \beta_1 K_1 C^{\beta_1 - 1} = \beta_2 B_2 C^{\beta_2 - 1} + 1/\delta$  ;
    - ➔ Teorema: se  $V(P)$  é função contínua e  $P$  segue um MGB, então  $V(P)$  é duplamente diferenciável ( $C^2$ ) em relação a  $P$ .
- ◆ Temos duas variáveis e duas equações *lineares*. Logo:
 
$$K_1 = \frac{C^{1-\beta_1}}{\beta_1 - \beta_2} \left( \frac{\beta_2}{r} - \frac{\beta_2 - 1}{\delta} \right) \quad \Bigg| \quad B_2 = \frac{C^{1-\beta_2}}{\beta_1 - \beta_2} \left( \frac{\beta_1}{r} - \frac{\beta_1 - 1}{\delta} \right)$$
- ◆ Note que essas constantes tem de ser *positivas* para as opções também serem positivas (DP mostra isso matematicamente).

## Valor da Opção de Investir em V(P)

- ◆ O valor da opção perpétua  $F(P)$  de investir  $I$  no projeto  $V(P)$  e a regra ótima de investimento (gatilho  $P^*$ ) segue os passos usuais (portfólio  $\Phi = F - n P$ ; lema de Itô, etc.)
  - Note que iremos escrever  $F(P)$  e não  $F(V)$ , por ser mais fácil:
 
$$\frac{1}{2} \sigma^2 P^2 F_{PP} + (r - \delta) P F_P - r F = 0$$
  - Note que a opção  $F$  (ao contrário de  $V$ ), não tem termo de fluxo de caixa. De novo, a solução é do tipo:  $F(P) = A_1 P^{\beta_1} + A_2 P^{\beta_2}$ 
    - ➔ De novo, com a cc.  $F(P = 0) = 0$  (barreira absorvente)  $\Rightarrow A_2 = 0$ .
- ◆ Naturalmente a opção não deve ser exercida se  $P < C$ :
  - Não tem sentido exercer a opção (gastar  $I$ ) apenas para ficar esperando o preço melhorar, sem produzir.
  - Assim, deve ser considerada apenas a região de  $V(P)$  em que tem  $P > C$  para a busca do valor do gatilho de investimento  $P^*$ 
    - ➔ Ou seja,  $P^* > C$  (na verdade  $P^* > C + r I$ , o custo de Marshall);
    - ➔ Assim, se exercer a opção em  $P^*$ :  $F(P^*) = B_2 P^{\beta_2} + P/\delta - C/r - I$

## Valor da Opção F(P) e Gatilho P\*

- ◆ As cc. de continuidade e suavidade no gatilho P\* irão determinar o valor do gatilho P\* e da constante A<sub>1</sub>, que dá o valor da opção (pois  $F(P) = A_1 P^{\beta_1}$ ). As cc. são:

$$F(P^*) = A_1 (P^*)^{\beta_1} = B_2 (P^*)^{\beta_2} + P^*/\delta - C/r - I$$

$$\beta_1 A_1 (P^*)^{\beta_1 - 1} = \beta_2 B_2 (P^*)^{\beta_2 - 1} + 1/\delta$$

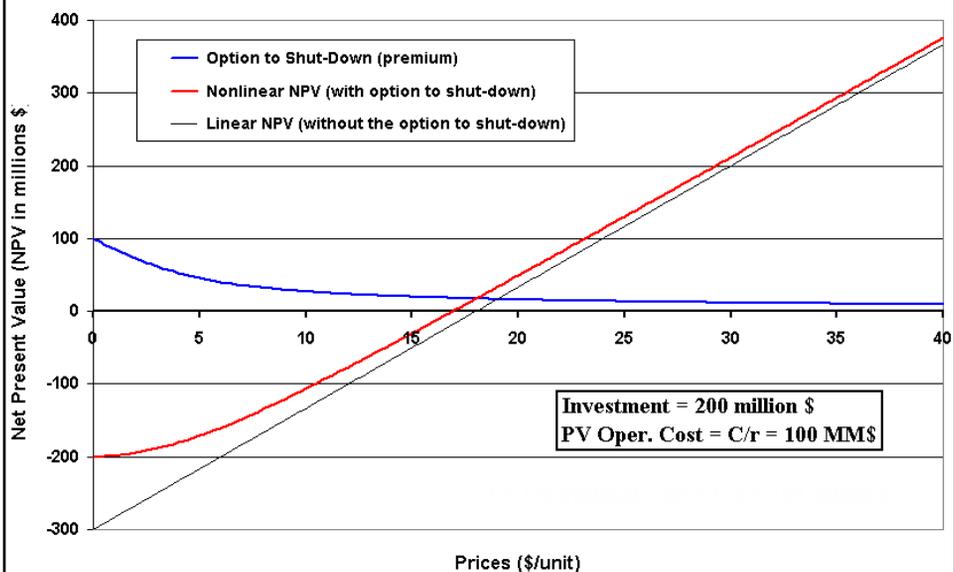
- Como B<sub>2</sub> é conhecido, temos duas equações e duas incógnitas (P\* e A<sub>1</sub>). Eliminando A<sub>1</sub>, obtém-se a equação não-linear de P\*:

$$(\beta_2 - \beta_1) B_2 (P^*)^{\beta_2} + (\beta_1 - 1) P^*/\delta - \beta_1 (C/r + I) = 0$$

- Essa equação tem solução única  $P^* \geq C + r I$  e pode ser obtida por métodos numéricos simples de rápida convergência (3 a 5 iterações) tais como o *método de Newton-Raphson*:
  - ➔ Pasta 76: explicação intuitiva do método de Newton-Raphson.
- Com P\*, substituindo numa das cc., se obtém A<sub>1</sub> e, logo, F(P).
- Planilha [dp-chapter6-2.xls](#) calcula a opção F(P), o gatilho P\*, a função VPL = V(P) - I com e sem a opção de shut-down, etc.

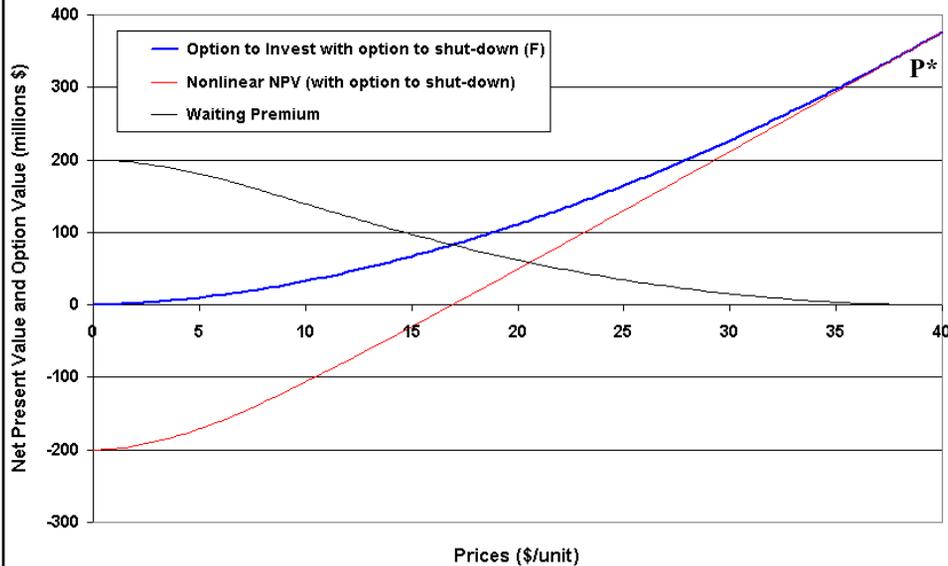
## VPL Com e Sem Opção de Shut-Down

- ◆ Note que a opção é mais valiosa para baixos preços P



## Opção de Investir em V(P) com Opção de Shut-Down

- ◆ Note a suavidade do contato da opção com a curva do VPL em P\*. Note também a variação com P do prêmio da espera.



## Opção de Investir Sem Opção de Shut-Down

- ◆ Suponha agora que não existe a opção de shut-down quando  $P < C$ . Logo, desaparecem na função  $V(P)$  os termos de opção (do tipo  $A P^{\beta_1}$ ). Nesse caso sem opção:

$$V'(P) = P/\delta - C/r$$

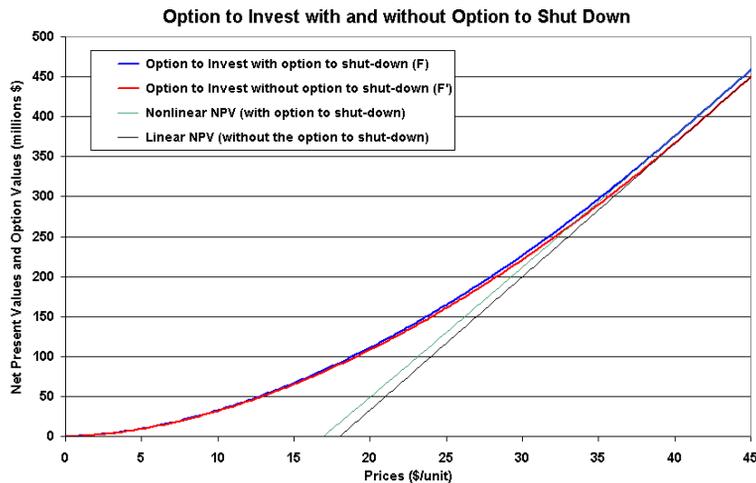
- É fácil ver que a EDO da opção de investir em  $V'(P)$ , i. é,  $F(P)$  é exatamente a mesma do caso anterior (típico, pois o processo estocástico de  $P$  é o mesmo,  $F$  não tem cash-flow)
- A mudança se dá nas cc. Seja  $F'(P)$  o valor da opção de investir em  $V'(P)$ . A solução da EDO é  $F'(P) = A_3 P^{\beta_1}$ , com o gatilho  $P^*$  e a constante  $A_3$  sendo (exercício: verificar):

$$P^* = \left( \frac{\beta_1}{\beta_1 - 1} \right) \left( \frac{C}{r} + I \right) \delta \quad \left| \quad A_3 = \frac{\frac{P^*}{\delta} - \left( \frac{C}{r} + I \right)}{(P^*)^{\beta_1}} \right.$$

- ◆ Compare com a solução da opção perpétua  $F(V)$  e  $V^*$  da parte 3. Note que coincidem se fizer  $V^* = P^*/\delta$  e com  $I' = C/r + I$ .

## F(P) Com x Sem Opção de Shut-Down

- ◆ O gráfico mostra o efeito da opção de shut-down no valor da opção (aumenta, pois  $V$  aumenta) e no gatilho (reduz a espera).
  - Com opção de shut-down:  $P^* = 39,85$  \$/unidade;  $F(P = 35) = 297,4$  MMS
  - Sem opção de shut-down:  $P^* = 41,74$  \$/unidade;  $F(P = 35) = 290,3$  MMS



## Interações Entre Opções Reais

- ◆ O caso anterior mostrou que, na presença da opção de espera, o efeito da opção de shut-down é pequeno.
  - A opção de espera está deep-in-the-money se  $P \gg C$  e assim a opção de shut-down está distante probabilisticamente;
  - Caso a opção de espera não esteja deep-in-the-money, o valor da opção de shut-down é ainda menor, pois só existe se investir e a probab. de investir no projeto é pequena, precisa de  $P \gg C$
  - O mesmo raciocínio vale para a opção de abandono.
  - Tese de doutorado de Bjerksund (1988) para campos de petróleo: o erro é pequeno se desprezar opções operacionais (ex.: abandono) na presença da opção de espera.
- ◆ O valor incremental de uma opção adicional é em geral menor do que seu valor isoladamente, e declina quanto mais opções já tiverem sido consideradas. Ref.: Trigeorgis, 1993.
  - Mas nem sempre é desprezível (ex.: opção de expansão de projeto piloto).
- ◆ Estamos falando de interação de opções reais no mesmo ativo.
  - OR em *ativos diferentes* (portfolio) podem ser até *super-aditivas* (Dias, 2006)

## Interações Entre Opções

- ◆ Em um projeto podem coexistir várias opções relevantes
  - Jazidas maduras: necessário considerar as opções operacionais (modelo de histerese, cap. 7). Projeto piloto: investimento pequeno.
- ◆ A aditividade entre as OR dum mesmo projeto depende:
  - Se são opções do mesmo tipo (ex.: duas “call”) ou de tipos diferentes (ex.: uma “call” e uma “put”);
  - Do intervalo de separação entre as datas de exercício;
  - Se as opções estão “deep”, “out” ou “in-the-money”;
  - A ordem seqüencial das opções.
- ◆ O sinal da interação pode ser positivo (presença de outras opções aumenta valor da primeira) ou negativo:
  - Positivo: se a primeira é uma opção de compra;
  - Negativo: se vem primeiro uma opção de venda.
- ◆ Opções substitutas e opções complementares
  - Substitutas: reduz o *prêmio* da primeira. Ex.: espera + abandono.
  - Complementares: aumenta a 1ª. Ex.: shut-down + expansão

## Abandono: Modelo de Entrada e Saída

- ◆ Esse modelo “histerese” ou de “entrada-saída” (cap. 7 do D&P) considera a interação entre a decisão de investir (“entrada”) e de abandonar (“saída”), de forma que se abandonar tem a opção de investir de novo.
  - Modelo de Brennan & Schwartz (1985) melhorado por Dixit.
- ◆ É um modelo de opções compostas. No caso mais geral:
  - Se investir tem a opção de parar temporariamente ou de abandonar; se parar tem a opção de reativar ou de abandonar; se abandonar tem opção de reinvestir. Esse caso mais geral (seção 2) tem 4 gatilhos: entrada, saída, parada e reativação.
  - São considerados custos de mudar de status operacional: custo fixo + custo de preservação em caso de parada temporária (shut-down); custo fixo de reativar; custo fixo de abandono.
- ◆ Cap.7, seção 1: será vista agora. A metodologia é similar à do DP, cap. 6, (F em função de P, em vez de V).
  - Cap. 7/Seção 2 pode ser escolhida para trabalho de alunas(os).

## Modelo de Entrada & Saída (Histerese)

- ◆ Seguindo DP, Cap.7, seção 1, será visto o caso de opção perpétua de entrada interagindo com opção perpétua de saída, a qual tem a opção de entrar de novo, etc.
  - Esse tipo de modelo é chamado de modelo de *histerese*: o status da firma (operando ou não) depende não apenas do estado corrente da natureza (ex.: preço), mas também da sua *história*.
    - Veremos que para um certo preço  $P$  entre os gatilhos de entrada ( $P_H$ ) e saída ( $P_L$ ), a firma estará *operando* ou *inativa* a depender se os preços anteriores tiverem passados por valores  $\geq P_H$  ou por  $\leq P_L$ , respectivamente. Logo, o *status da firma* é *path-dependent*.
    - *Histerese em física*: Bobina tem magnetismo se tiver passado uma corrente antes, caso contrário não. Magnetismo da régua fricionada.
- ◆ O preço do produto  $P$  segue um **MGB**. Para entrar a firma investe  $I$  e para sair a firma paga o *custo de abandono*  $E$ .
  - Ex.:  $E$  = custo de *recuperação ambiental* (petróleo, mineração).
  - **Custo  $E$  pode ser negativo**: *valor residual* da liquidação do negócio.
  - Não-arbitragem:  $I + E > 0$  (senão investe e abandona ciclicamente).

## Modelo de Entrada & Saída (Histerese)

- ◆ Os dois estados da firma são: ociosa (0) e operando (1).
  - Usaremos uma notação mais didática, um pouco diferente do DP.
- ◆ Seja  $F(P)$  o valor da firma ociosa que, por possuir capacitação e tecnologia, tem a **opção de investir**  $I$ .
  - Investimento ótimo se dá no gatilho  $P_H$ :  $F(P_H) = V(P_H) - I$ .
- ◆ Seja  $V(P)$  o valor da firma operando que, além do **fluxo de caixa** operacional, tem a **opção de abandonar**  $c/$  custo  $E$ .
  - O abandono ótimo se dá no gatilho  $P_L$ :  $V(P_L) = F(P_L) - E$ .
- ◆ Aplicando o método dos ativos contingentes, o valor da firma ociosa  $F(P)$  é dada pela EDO *homogênea*:
$$\frac{1}{2} \sigma^2 P^2 F_{PP} + (r - \delta) P F_P - r F = 0$$
  - Como antes, ela tem solução geral do tipo:  $F(P) = A_1 P^{\beta_1} + A_2 P^{\beta_2}$
  - Como antes  $\beta_1 > 1$  e  $\beta_2 < 0$ , raízes de  $\frac{1}{2} \sigma^2 \beta (\beta - 1) + (r - \delta) \beta - r = 0$ .
  - Primeira cc.: se  $P = 0 \Rightarrow V_0(0) = 0$ , que implica que  $A_2 = 0$ . Logo:
$$F(P) = A_1 P^{\beta_1}$$

## Modelo de Entrada & Saída (Histerese)

- ◆ Para determinar o valor da constante  $A_1$  iremos precisar de  $V(P)$ , pois  $F(P_H) = V(P_H) - I$  (cc. de continuidade).
  - ◆ Por simplicidade, a operação pode ter vida *infinita* e produz só uma unidade por ano, vendida por  $P(t)$ .
  - ◆ Existe um custo operacional  $C$  para produzir uma unidade. Logo, o fluxo de lucro da produção é  $\pi = P - C$ .
    - Vimos nesse tópico que, sem a opção,  $V$  valeria  $P/\delta - C/r$ .
  - ◆ Aplicando os passos usuais de contingent claims, o valor da firma operando  $V(P)$  é dado pela EDO abaixo que tem uma **parte homogênea** e uma **parte não-homogênea**:
 
$$\frac{1}{2} \sigma^2 P^2 V_{PP} + (r - \delta) P V_P - r V + P - C = 0$$
    - Como antes, a solução é a soma da solução geral da parte homogênea com a solução particular da parte não-homogênea.
- $V(P) = B_1 P^{\beta_1} + B_2 P^{\beta_2} + P/\delta - C/r$  ; ( $\beta_1$  e  $\beta_2$  são os mesmos)
- Até aqui  $V(P)$  é igual ao caso com opção de shut-down. Muda as cc.

## Modelo de Entrada & Saída (Histerese)

- ◆ A eq. de  $V(P)$  diz apenas que o valor da firma ativa é o valor presente dos fluxos de caixa esperados sem opção (dois últimos termos) mais o valor da opção de sair (ou abandonar, os dois primeiros termos do lado direito).
  - Mas como  $\beta_1 > 0$ , a constante  $B_1$  tem de ser zero, pois se  $P$  tende a  $\infty$  o valor da opção de sair não pode tender  $\infty$ . Logo:
 
$$V(P) = B_2 P^{\beta_2} + P/\delta - C/r \quad ; P \in (P_L, \infty)$$
  - Se o preço cair para um nível suficientemente baixo  $P_L$ , a firma abandona (sai) pagando o custo de abandono  $E$  e obtém a opção de reinvestir  $F(P)$ . Assim, as duas cc. no gatilho  $P_L$  são:
    - Condição de continuidade:  $V(P_L) = F(P_L) - E$
    - Condição de suavidade (derivada):  $V'(P_L) = F'(P_L)$
- ◆ Junta-se a elas, as condições de contorno de  $F$  em  $P_H$ :
  - Condição de continuidade:  $F(P_H) = V(P_H) - I$
  - Condição de suavidade (derivada):  $F'(P_H) = V'(P_H)$

## Modelo de Entrada & Saída (Histerese)

- ◆ Substituindo  $F(P)$  e  $V(P)$  e suas derivadas em  $P_L$  e  $P_H$  nas 4 condições de contorno anteriores, obtemos 4 equações extremamente não-lineares e 4 incógnitas ( $P_L$ ,  $P_H$ ,  $A_1$  e  $B_2$ ):

$$- A_1 P_H^{\beta_1} + B_2 P_H^{\beta_2} + P_H/\delta - C/r = I$$

$$- \beta_1 A_1 (P_H)^{\beta_1-1} + \beta_2 B_2 (P_H)^{\beta_2-1} + 1/\delta = 0$$

$$- A_1 P_L^{\beta_1} + B_2 P_L^{\beta_2} + P_L/\delta - C/r = -E$$

$$- \beta_1 A_1 (P_L)^{\beta_1-1} + \beta_2 B_2 (P_L)^{\beta_2-1} + 1/\delta = 0$$

- Esse sistema de equações *extremamente não-lineares* só tem solução numérica. Mas prova-se que a solução existe e é única.
  - Para isso deve-se impor que  $0 < P_L < P_H < \infty$ ,  $A_1 > 0$  e  $B_2 > 0$ .
- Pela teoria microeconômica tradicional (Marshall), os gatilhos de entrada e saída seriam  $P_H^M = C + rI$  e  $P_L^M = C - rE$  (por que?)
  - R: a taxa de retorno do investimento de Marshall é  $r = (P - C) / I$  e para desinvestir (gastando  $E$ ) a taxa de retorno tb. é  $r = (C - P) / E$ .
  - Os gatilhos de Marshall serão úteis como chute inicial de um método numérico iterativo. Por OR, sabemos que  $P_H > P_H^M$  e  $P_L < P_L^M$ .

## Modelo de Entrada & Saída: Função G(P)

- ◆ Iremos resolver o sistema graficamente (Excel) com ajuda da função  $G(P)$ , o *valor incremental da firma se tornar ativa*, definida como a diferença entre  $V(P)$  e  $F(P)$ :

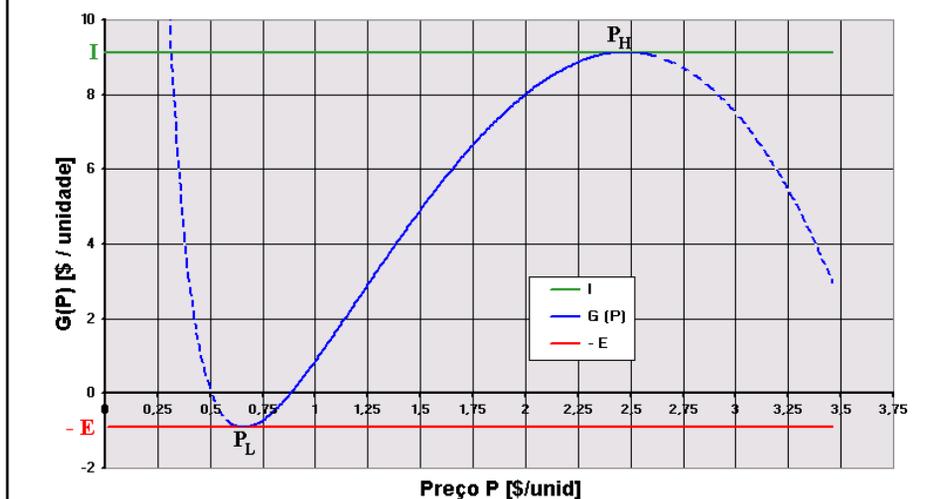
$$G(P) = V(P) - F(P) = -A_1 P^{\beta_1} + B_2 P^{\beta_2} + P/\delta - C/r$$

- Como  $F(P)$  só é definida p/  $P \in (0, P_H]$  e  $V(P)$  só é definida para  $P \in [P_L, \infty)$ , temos que  $G(P)$  só existe (ou tem sentido econômico) no intervalo  $[P_L, P_H]$ .
  - ◆ Se aplicarmos as cc. de continuidade e suavidade a  $G(P)$  em  $P_L$  e  $P_H$ , obtemos as seguintes simples 4 cc.:
- $$G(P_H) = I ; G(P_L) = -E ; G'(P_H) = 0 ; e G'(P_L) = 0$$
- Logo, podemos pesquisar graficamente os valores de  $P_L$  e  $P_H$  que fazem  $G(P)$  ter inclinação zero nesses pontos. Ver o gráfico de  $G(P)$  no próximo slide e sua inclinação zero nos gatilhos.
    - A idéia é chutar valores de  $P_H$  e  $P_L$  (sugestão começar com os gatilhos de Marshall) até obter a tangência de  $G(P)$  nesses pontos.

## Modelo de Entrada & Saída: Função G(P)

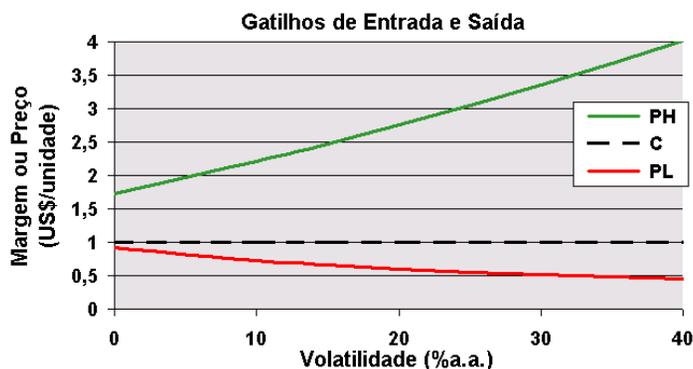
◆ O gráfico abaixo da função G(P), já resolvida (pois está tangente em PL e PH) é mostrada abaixo.

- Foi usada a planilha Excel [entry-exit.xls](#).



## Entrada & Saída: Volatilidade e Gatilhos

◆ O gráfico abaixo mostra o efeito da volatilidade nos gatilhos. Como era de esperar, quanto maior a volatilidade, maior o PH e menor o PL.



- O intervalo de preços ( $P_L$ ,  $P_H$ ) é a zona de histerese, i.é, quem está dentro (operando) continua operando e quem está fora continua ociosa. O estado da firma depende da sua história.
  - ➔ Isso permite testes empíricos. Ver caso da indústria de cobre no DP.

## Caso Mais Geral com 4 Gatilhos

- ◆ Na seção 2 do Cap. 7 do DP tem o caso mais geral que além de entrada e saída, a firma pode parar temporariamente (opção de shut-down) e reativar a produção parada. O procedimento é similar ao anterior.
- ◆ Esse modelo + geral apenas tem mais equações: chega-se a um sistema de 8 equações extremamente não-lineares que deve ser resolvido numericamente.
  - Software matemáticos, tais como o Mathcad, resolvem de forma automática esse sistema.
  - Enviei a planilha Mathcad [DP-cap7-tanker-Mathcad8.mcd](#) com o exemplo do navio-petroleiro mostrado no DP.
  - Ver também <http://www.puc-rio.br/marco.ind/math-app.html>.
- ◆ Agora veremos um caso de opção real que pode ser resolvido com analogia com opções exóticas financeiras.
  - No entanto, ficará claro que a solução com simulação de Monte Carlo é melhor (mais flexível e geral), que veremos no tópico 5.

## Opções Inerentes e Opções Criadas

- ◆ Opções inerentes não necessitam de ações para serem obtidas ou mantidas, precisa apenas serem identificadas e gerenciadas adequadamente.
  - Exs.: opções de investir de empresa capacitada; opção de abandonar um projeto; opção de parada temporária de uma unidade produtiva; opção de expansão; etc.
- ◆ Opções criadas precisam de ações ou investimentos para existirem. Exemplo típico é investir em P&D:
  - Ex.: Investimento em duas tecnologias concorrentes para atender uma demanda atual ou latente. Valoração: “opção de máximo de dois ativos de risco”. No futuro a opção mais valiosa será exercida (desenvolvida).
  - Usa a analogia com opção exótica de máximo de 2 ativos, do tipo européia: só pode exercer após se capacitar (leva 1 ano)
  - Essa opção exótica tem solução analítica conhecida (usa a função distribuição normal *bivariada* acumulada).

## Opção de Máximo de Dois Ativos de Risco

◆ O valor da opção de compra sobre o máximo de 2 ativos de risco na expiração é  $F_{\max}(T) = \max\{\max\{V_1, V_2\} - I, 0\}$

- Esse é um tipo particular da opção exótica chamada (“two-color”) *rainbow options*, que inclui a opção de mínimo entre dois ativos de risco, com  $F_{\min}(T) = \max\{\min\{V_1, V_2\} - I, 0\}$

◆ No caso de  $V_1$  e  $V_2$  seguirem MGBs com correlação  $\rho$ , o valor de uma opção européia  $F_{\max}(t = 0)$  é dada por:

$$F_{\max}(V_1, V_2; I, T) = V_1 e^{-\delta_1 T} \text{NN}(y_1, d; \rho_1) + \\ + V_2 e^{-\delta_2 T} \text{NN}(y_2, -d + \sigma T^{1/2}; \rho_2) - \\ - I e^{-r T} [1 - \text{NN}(-y_1 + \sigma_1 T^{1/2}, -y_2 + \sigma_2 T^{1/2}; \rho)]$$

- Onde:  $\text{NN}(a, b; \rho)$  é a distribuição acumul. Normal *bivariada* padrão (probab. que  $V_1 < a$  e  $V_2 < b$ , com corr.  $\rho$ , ver Pasta 76); e:

$$d = \left[ \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right) + \left(\delta_1 - \delta_2 + \frac{1}{2}\sigma^2\right)T \right] \frac{1}{\sigma\sqrt{T}} \quad \left| \quad y_1 = \left[ \ln\left(\frac{V_1}{I}\right) + \left(r - \delta_1 + \frac{1}{2}\sigma_1^2\right)T \right] \frac{1}{\sigma_1\sqrt{T}} \quad \left| \quad y_2 = \left[ \ln\left(\frac{V_2}{I}\right) + \left(r - \delta_2 + \frac{1}{2}\sigma_2^2\right)T \right] \frac{1}{\sigma_2\sqrt{T}} \right. \\ \sigma = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2} \quad \rho_1 = \frac{\sigma_1 - \rho\sigma_2}{\sigma} \quad \rho_2 = \frac{\sigma_2 - \rho\sigma_1}{\sigma}$$

## Opções de Tecnologias Concorrentes

◆ O investimento em P&D de duas tecnologias concorrentes pode ser valorado como sendo pelo menos o valor da opção sobre o máximo de dois ativos de risco.

◆ Exemplo: tecnologia ISDN x ADSL para linhas de cobre.

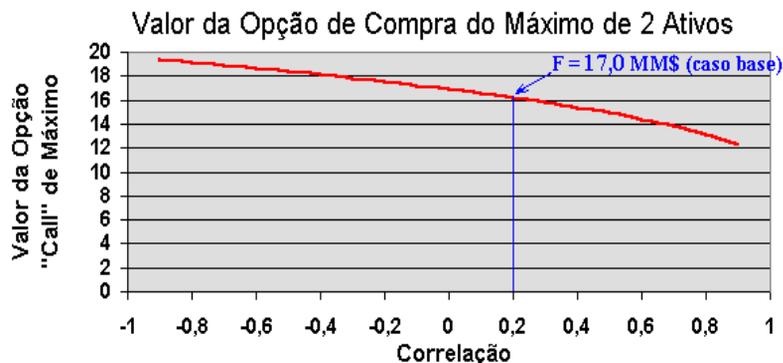
- Inspirado num caso real (1998). Uma operadora de telefonia fixa está avaliando as tecnologias ISDN e ADSL, que permitem o melhor aproveitamento de banda com a malha de linhas de cobre existente.
- Até quanto vale a pena gastar para ter a capacitação que permita daqui a um ano implantar em um grande mercado?
  - Esperar mais de 1 ano: estudo indica a entrada de concorrentes
- Suponha que após a capacitação (leva 1 ano), exista um projeto de desenvolvimento com investimento  $D = \$100$  milhões usando a melhor tecnologia. VPL de desenvolvimento é  $VPL = V - D$ .
- Suponha que a tecnologia ISDN hoje teria um valor  $V_1 = \$105$  milhões, enquanto que a tecnologia ADSL geraria  $V_2 = 95$  milhões. Os futuros valores de  $V_1$  e  $V_2$  são incertos e seguem MGBs, com volatilidades  $\sigma_1 = 20\%$  aa.,  $\sigma_2 = 25\%$  aa. e correlação  $\rho_{1,2} = +0,2$ .

## ISDN x ADSL: Opção de Máximo

- ◆ Suponha ainda que já existe capacitação na operadora para desenvolver a tecnologia ISDN, mas a sua implantação exclui a tecnologia ADSL que poderá vir a ser a melhor alternativa.
  - Assim existe um custo de oportunidade  $\delta$  de não implantar a tecnologia ISDN que é adiar os seus fluxos de caixa positivo.
  - Suponha que para a ISDN, temos esse custo de oportunidade igual a  $\delta_1 = 10\%$  aa.; enquanto que para a ADSL esse custo de oportunidade é zero ( $\delta_2 = 0$ ) pois ainda não existe capacitação.
  - Suponha ainda que a taxa de juros (*after-tax*)  $r = 8\%$  aa.
- ◆ Quanto vale a opção ( $F_{1,2}$ ) de desenvolver essa tecnologia e escolher a melhor daqui a um ano? Essa opção vale mais ou menos que ter apenas a opção americana (1 ano) de usar a tecnologia ISDN?
- ◆ O VPL do investir logo na tecnologia ISDN e o seu valor de opção (1 a.) valem  $VPL_1 = V_1 - D = 105 - 100 = \$ 5$  MM;  $F_1 = 10,28$  MM
- ◆ Usando o programa de opções do máximo de 2 ativos de risco, tem-se:  $F_{1,2} = \$ 17,02$  milhões  $> F_1 > VPL_1 \Rightarrow$  O melhor é se capacitar
- ◆ Se pagaria na capacitação até  $F_{1,2} - F_1 = \$6,74$  milhões.

## Efeito da Correlação na Opção de Máximo

- ◆ O gráfico mostra a variação no valor da opção do máximo de duas tecnologias do exemplo anterior.
  - Assinalado o caso base com correlação  $\rho = +0,2$ .
  - É provável que a correlação seja positiva, já que uma recessão ou uma expansão afeta o valor das duas tecnologias.
  - Existem outros fatores de incerteza, específicos do desenvolvimento das tecnologias (correlação não é perfeita).



## Opções Tipo Européias: Soluções

- ◆ Soluções analíticas para *opções européias exóticas* abundam na literatura. Por ex., opções compostas européias (call sobre call, call/put, put/call e put/put).
  - Essas fórmulas assumem que o(s) ativo(s) seguem MGB(s).
  - No entanto, em opções reais, às vezes queremos mudar algum detalhe e com isso pode não existir solução analítica conhecida.
  - Por ex., no caso anterior, foi considerado que o investimento I (preço de exercício de  $F_{\text{máx}}$ ) é o mesmo para os dois ativos.
- ◆ Uma alternativa mais flexível (uso geral) especialmente para opções européias é usar a simulação de Monte Carlo *neutra ao risco* do(s) processo(s) estocástico(s) em T, aplicar a regra de exercício ótimo em T para cada interação e descontar com a taxa livre de risco.
  - Ex. de payoff em T:  $F_{\text{máx}}(T) = \max\{\max\{V_1 - I_1, V_2 - I_2\}, 0\}$

# MATERIAL ANEXO

Os anexos nos materiais do curso contém slides que reforçam os conceitos teóricos e apresentam exemplos adicionais que não serão discutidos em sala de aula, mas que podem ser úteis para um melhor entendimento de conceitos apresentados.

## Homogeneidade

- ◆ Uma função é homogênea de grau  $n$  em  $x$ , onde  $x$  é um vetor de variáveis, se:

$$F(t x) = t^n F(x)$$

- Para todo  $t > 0$  e para  $n \in \mathbb{Z}$  (conjunto dos inteiros).
- ◆ Ver na pasta 76 um artigo de Don Chance sobre homogeneidade em derivativos. Ou então na internet: [http://www.fenews.com/fen33/teaching\\_notes/teaching\\_notes1.html](http://www.fenews.com/fen33/teaching_notes/teaching_notes1.html)

## Opção de Abandono e Flexibilidade

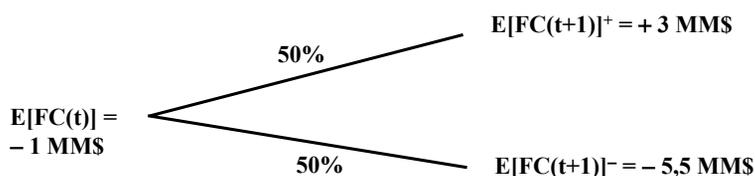
- ◆ A opção de abandono de um projeto é valiosa:
  - Para investir em projetos de curta duração; e
  - Para projetos que usa tecnologia com flexibilidade.
- ◆ A opção de abandono é análoga a uma opção de venda (“put”), do tipo americana:
  - o preço de exercício dessa opção é igual ao valor de mercado ou de uso alternativo dos ativos do projeto;
  - esse valor pode ser uma função decrescente com o tempo ou mesmo um valor também incerto; e
  - o tempo de expiração da opção pode ser o tempo de vida útil dos equipamentos.
- ◆ Uma tecnologia mais eficiente nem sempre é a melhor. A incerteza valoriza a tecnologia flexível.

## Decisões de Desinvestimento

- ◆ As decisões de abandono ou desinvestimento, na presença de custos de abandono, são similares às decisões de investimento.
- ◆ Dixit & Pindyck, 1994, p.3 (*Investment under Uncertainty*):
  - “Investimento é o ato de incorrer em custos imediatos na expectativa de futuros benefícios”.
  - “uma firma que fecha uma planta que gera prejuízos está também ‘investindo’ ... benefício é a redução de perdas futuras”.
- ◆ Assim os princípios da decisão de abandono são similares às decisões de investimento. As perguntas são:
  - Serão os *benefícios do abandono* (em valor presente) suficientes para justificar o gasto imediato do custo de abandono?
  - Qual a alternativa de data de abandono que maximiza o VPL?
    - ➔ Note que “abandonar na data  $t$ ” ou “abandonar na data  $t + 1$ ” são alternativas mutuamente exclusivas. Logo temos de ver a de maior VPL.
    - ➔ Uma vez que o fluxo de caixa passado (antes de  $t$ ) é comum às duas alternativas, podemos comparar as mesmas olhando apenas para frente.

## OR de Abandono e Cálculo da Reserva

- ◆ As companhias de petróleo subestimam o volume de reservas de um campo quando usam o método do fluxo de caixa descontado, pois, devido a incerteza, em OR a previsão de abandono se dá numa data posterior à calculada pelo FCD.
- ◆ Ex.: para simplificar suponha que o *custo de abandono seja zero*, taxa de desconto = 13% e a incerteza tenha 2 cenários:



- ◆ A alternativa de abandonar em  $t$  evita o prejuízo de 1 MMS e tem  $VPL = 0$ .
- ◆ A alternativa esperar mais um período ( $t+1$ ) incorre em um prejuízo de 1 MMS mas se ocorrer o cenário de *upside* continuamos mais um ano e ganhamos  $3 / 1,13 = 2,65$  MMS. Se ocorrer o cenário de *downside* podemos abandonar.
- ◆ O VPL da opção de *não abandonar* em  $t = -1 + 50\%(2,65) + 50\%(0) = +\$ 0,33$  MM > 0. Logo, é melhor não abandonar em  $t$  (e sim esperar produzindo).

## O Pensamento Estratégico de Opções

- ◆ O uso de opções permite iniciar a mudança do modo de pensamento do gerente.
  - É frequentemente possível *mudar o curso* ou mesmo *abandonar um investimento plurianual* num projeto.
  - Mudar a atitude em relação à incerteza. A visão de “mêdo da incerteza/minimizar investimentos” para “ganhar com a incerteza/maximizar aprendizagem”.
  - Enfatizar e buscar oportunidades, inclusive os investimentos incrementais derivados dos ativos existentes.
  - Alavancagem através de opções de crescimento, que mantém a firma “melhor capacitada para o jogo”.
    - ➔ Ex.: investimento exploratório e/ou sistema piloto são frações do investimento em desenvolvimento global.
  - Essa *alavancagem* diferencia a estratégia de opções da estratégia tradicional de *diversificação* que só reduz o risco. Ambas, diversificação e alavancagem, são relevantes.

## Plano Estratégico e os Cenários do Futuro

- ◆ Estratégia nos dá as linhas-guia para a ação, mas o ambiente de negócios está em constante mudança
  - Análise de cenários nos faz pensar em vários futuros possíveis, mas se tem de traçar hoje apenas uma estratégia para o futuro incerto;
  - Isso cria uma tensão entre estratégia e cenários;
  - O pensamento de opções ajuda muito nesse aspecto;
- ◆ É necessário construir flexibilidade dentro do plano estratégico: entra o pensamento de opções
  - Muitas vezes o empresário faz isso de forma intuitiva, sem sistematizar e quantificar: paga mais do que aparenta ser razoável por um negócio por “abrir novas oportunidades (opções) de negócios”.

## Competitividade e Capacidades

- ◆ O investimento é o fator mais importante da vantagem competitiva (Michael Porter).
- ◆ Miopia gerencial: investimento só de curto prazo.
- ◆ Causas da Miopia: métodos inadequados de análise de investimento, sistemas de avaliação de executivos.
- ◆ Sistema alternativo de incentivo a executivos: uso de opções europeias de longa duração (ex.: Microsoft).
- ◆ Competitividade requer investimento em capacidades (ativos intangíveis) que dão opções de crescimento p/ a firma. Exs.: P&D; treinamento; sistemas de informações; relações com clientes e fornecedores; etc.
- ◆ Daí surge o conceito de *plataforma de opções*.

## Plataforma de Opções

- ◆ Plataforma de opções é o resultado do investimento em capacidades, que permite a firma entrar em novos e lucrativos negócios, ou abre perspectivas adicionais. Exs:
  - Capacitação em tecnologia de produção em águas profundas, valoriza suas opções de investimento e permite negociar participações mais vantajosas do que outras oil companies, etc;
  - Capacitação em tecnologias (ex.: sistemas de bombeamento multifásico) que permitem rápido aproveitamento numa situação de mercado favorável, (por ex. preços altos do óleo);
  - Capacitação em microeletrônica e tecnologia wireless dão opções de entrar no mercado de celulares, pagers, smart-cards, walkmans, TV por satélite (DTH), etc;
  - Canais de distribuição de produtos em vários estados e/ou países, permitindo entrega rápida de diferentes produtos (flexibilidade para tipo e quantidade).
- ◆ Quanto mais negócios podem ser abertos por uma plataforma de opções, mais ela é valiosa.

## Gerenciando Opções Proativamente

### Estender a duração da opção:

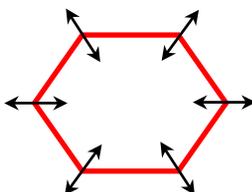
- ↳ Manter barreiras regulatórias
- ↳ Sinalizar habilidade de exercer
- ↳ Inovar para manter liderança
- ↳ Petróleo: pagando valor extra pode estender a exploração

### Aumentar a incerteza (upside) dos fluxos de caixa potenciais:

- ↳ Estender a oportunidade para mercados relacionados
- ↳ Encorajar produtos complementares
- ↳ Desenvolver produto inovativo
- ↳ Linha de produtos (blundering)

### Reduzir o valor presente dos custos fixos:

- ↳ Alavancar economias de escala
- ↳ Alavancar economias de escopo
- ↳ Alavancar economias de aprendizagem



### Aumentar o valor presente dos fluxos de caixa esperados:

- ↳ Desenvolver estratégias de marketing
- ↳ Desenvolver alianças com fornecedores de baixo custo
- ↳ Gerar opções compostas através de negócios sequenciais

### Monitorar o impacto nas mudanças da taxa de juros do mercado sobre a opção

- ↳ Altas taxas de juros aumenta o valor da espera (rendimento sem risco mais atrativo)

### Reduzir o valor perdido pela espera:

- ↳ Criar dificuldades de implementação para os competidores
- ↳ Reter recursos chaves
- ↳ Revelation devido a ação da indústria

## O Valor de Manter as Opções Abertas

### ◆ Quanto mais incerto for o futuro dos negócios:

- Maior o valor das opções abertas, isto é opções não exercidas, mas prontas ou quase prontas para serem exercidas: invista pouco, apenas para ter as opções;
- Mais importante é *não* se comprometer com elevados investimentos irreversíveis:
  - ➔ Não exercer a opção antes de ela estar “deep in the money”
- Em contratos de longo-prazo, é valioso deixar uma porta aberta de saída antecipada: opção de sair do negócio com o menor custo (multa) possível

### ◆ Considere deixar suas opções “vivas”:

- “Para fazer decisões inteligentes de investimento, os gerentes precisam considerar o valor de manter as suas opções abertas” Dixit & Pindyck, 1995