



IND 2072: Análise de Investimentos com Opções Reais

Parte 5: Simulação de Monte Carlo e Uso em Derivativos/Opções Reais.

Marco Antonio Guimarães Dias,
Professor Adjunto, tempo parcial

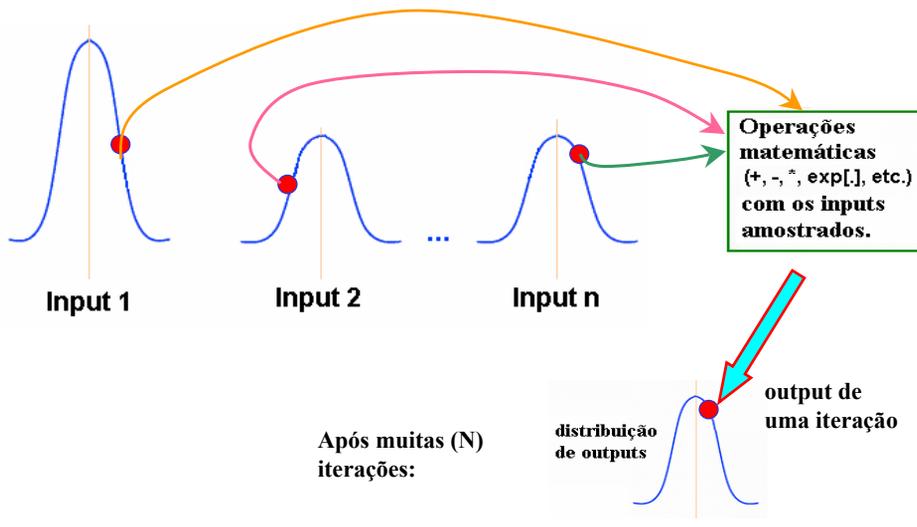
Rio de Janeiro, 1º Semestre de 2006

Simulação de Monte Carlo: Introdução

- ◆ Simulação de Monte Carlo (MC) é um método crescentemente popular para valorar derivativos complexos, inclusive OR.
 - O método de MC resolve o problema pela *simulação direta do processo físico*, de forma que *não é preciso escrever a equação diferencial da OR*.
 - Não precisamos do Lema de Itô, mas podemos “ver” os seus efeitos.
 - É uma **ferramenta flexível** para manusear vários detalhes específicos de problemas da vida real, incluindo várias restrições (condições de fronteira e outras) e payoffs complexos, e **várias fontes de incertezas**.
 - Veremos simulações de processos estocásticos p/ as incertezas de mercado.
 - Em resumo, é um antídoto para a “maldição da dimensionalidade” (*curse of dimensionality*) e da “maldição da modelagem” (*curse of modeling*) que dificulta a solução de problemas reais complexos.
 - Tenho usado em vários casos reais na Petrobras.
- ◆ A idéia e o nome MC são atribuídos a S. Ulam e N. Metropolis, respectivamente, no Projeto Manhattan nos laboratórios de Los Alamos durante o tempo da segunda grande guerra.
 - O 1º paper, “The Monte Carlo Method”, por Metropolis & Ulam, foi publicado em 1949 no *Journal of the American Statistical Association*.

Como Funciona a Simulação de Monte Carlo

- ◆ O método de Monte Carlo (MC) é ilustrado abaixo, sendo que a previamente temos de ter as distribuições de entradas (*inputs*) e as equações que as ligam ao resultado (*output*):



Passos da Simulação de Monte Carlo

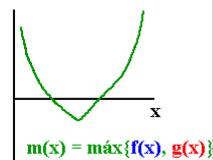
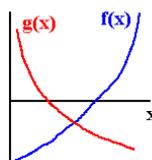
- ◆ O método de Monte Carlo (MC) consiste basicamente de:
 - (a) Especifique as **distribuições das variáveis de entrada** (incluindo seqüências temporais de distribuições, i.é, processos estocásticos) e suas correlações/dependências;
 - (b) **Amostre** as distribuições de dados de entradas (inputs);
 - (c) Faça **operações matemáticas** com as amostras dos inputs (+, -, *, ^, /, exp[.], etc.) **para calcular o resultado (output)** gerado por essas amostras;
 - (d) **Repita** os passos anteriores **N vezes**, gerando N outputs; e
 - (e) Calcule a média e outras propriedades probabilísticas da resultante **distribuição de outputs**.
- ◆ Esses passos foram mostrados na figura anterior.

Incerteza em Funções Côncavas e Convexas

- ◆ Vimos que o efeito da incerteza em funções depende se a função é linear, côncava ou convexa. Esse efeito pode ser visto com o *lema de Itô* ou com a *desigualdade de Jensen*.
 - Desigualdade de Jensen: se x é variável aleatória (v.a.) e $f(x)$ é uma função (estritamente) **convexa** de x , então:
$$E[f(x)] > f(E[x])$$
 - ➔ Logo, se o valor esperado de x permanece o mesmo, mas sua variância aumenta, então $E[f(x)]$ aumenta.
 - ➔ Se $g(x)$ é função (estritamente) **côncava** de x , e x for v.a., basta inverter a desigualdade: $E[g(x)] < g(E[x])$
 - ➔ Se $h(x)$ é função **linear** da v.a. x , então: $E[h(x)] = h(E[x])$
- ◆ A simulação de MC permite visualizar esse efeito e verificar que a desigualdade de Jensen é maior (diferença entre $E[f(x)]$ e $f(E[x])$) quanto maior for a incerteza.
 - Isso permite “ver” que um aumento da volatilidade (e logo da variância) aumenta o valor da opção.

Efeito da Incerteza no Valor da Opção

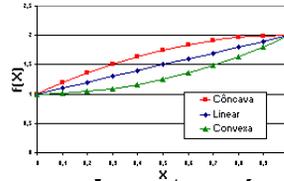
- ◆ Como a opção real F é geralmente uma *função convexa do ativo básico V* , um aumento na incerteza (volatilidade), aumenta o valor da opção.
 - Ex.: no caso de opção de compra perpétua, a função $F(V)$ é uma *função potência convexa* $F = A V^{\beta t}$, com A positivo
 - A função $F(V, t = T) = \max\{V(T) - I, 0\}$ é *convexa* em V .
 - A **função máximo de uma função com v.a.** geralmente é *convexa*, explicando o *valor da espera* (DP, p.98).
 - ➔ Lembrar da parte 3: $E[\max\{V(t) - I, 0\}] \geq \max\{E[V(t)] - I, 0\}$
 - **Máx{exercício imediato, $e^{-r \Delta t} E[\text{espera}]$ }** ou, em geral, a função $m(x) = \max\{f(x), g(x)\}$ é convexa em x se $f(x)$ e $g(x)$ forem funções lineares ou convexas em x .



Efeito da Incerteza e o Lema de Itô

◆ No caso de funções contínuas 2 vezes diferenciáveis (\mathcal{C}^2):

- F(x) é **côncava** se $\partial^2 F / \partial x^2 = F_{xx} < 0$
- F(x) é **linear** se $\partial^2 F / \partial x^2 = F_{xx} = 0$
- F(x) é **convexa** se $\partial^2 F / \partial x^2 = F_{xx} > 0$



◆ A desigualdade de Jensen é tornada precisa através do **lema de Itô** (termo *derivada segunda*). Ex.: MGB:

- $dx = \alpha x dt + \sigma x dz$. Seja $\alpha = 0 \Rightarrow dx = \sigma x dz \Rightarrow E[dx] = 0$
- Mas para uma função F(x) qualquer, $E[dF(x)] \neq 0$. Note que dF é dada pelo lema de Itô, que resulta em (DP, p.80):

$$dF = [0,5 \sigma^2 x^2 \partial^2 F / \partial x^2] dt + [\sigma x \partial F / \partial x] dz$$

- Logo, $E[dF] > 0$ se $\partial^2 F / \partial x^2 > 0$, i. é, se F(x) for *convexa*; e
- $E[dF] < 0$ se $\partial^2 F / \partial x^2 < 0$, i. é, se F(x) for *côncava* em x.
- O Lema de Itô *quantifica* o efeito ($= [0,5 \sigma^2 x^2 \partial^2 F / \partial x^2] dt$), que é maior quanto maior for a incerteza (medida por σ).

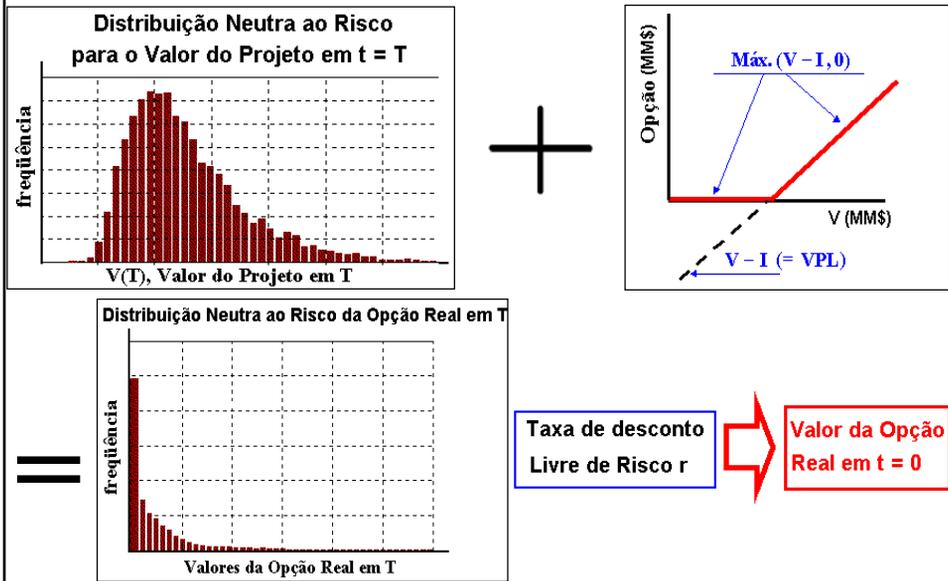
Simulação de Monte Carlo e Opções

◆ O método de Monte Carlo faz simulação (forward) e não otimização (backward). Mas se tivermos a regra ótima de exercício, o método de MC é mais fácil e mais flexível.

- Até pouco tempo atrás só era usado o método de MC em opções do tipo européia, pois tem regra clara de exercício ótimo em T.
 - Mas se tivermos a curva de gatilho antes, podemos valorar a OR do tipo americana, por ex., combinando várias incertezas.
- Recentemente (de 1993 para cá) começaram a surgir métodos de otimização viáveis para serem acoplados à simulação de MC, de forma a poder usar com opções do tipo americana.
 - Ex.: vimos o *método evolucionário* (simples, mas comput. intensivo).
- Embora alguns dos métodos para opções americanas ainda sejam +- complexos, eles começam a ser usados em opções reais.
 - Um método que vem se tornando popular é o de Longstaff & Schwartz (*mínimos quadrados*). Mas existem mais de 10 métodos.
- Para opções européias (exceto as *path dependent*), podemos simular V apenas na expiração. Nas outras, devemos simular todo o caminho

Valoração da “Call” Européia por Simulação

- ◆ Se o ativo básico V é o valor do projeto operando e I é o preço de exercício (investimento), a *equação visual para a opção real tipo Européia* é:



Opção Real Européia por Simulação

- ◆ Podemos ver esse problema da call européia como sendo o da avaliação de uma integral por simulação.
 - Seja uma opção européia de compra C que expira em T avaliada no instante t , quando o valor do ativo básico é V_t .
 - Sejam: $E_t^Q[\cdot]$ a *expectativa neutra ao risco* do *payoff* condicional a informação em t ; $p(V_T, T | V_t, t)$ a *densidade de probabilidade neutra ao risco* de V_T ; preço de exercício I ; e taxa livre de risco r . O valor da opção é a avaliação da integral atualizada:

$$C(V_t, t) = e^{-r(T-t)} E_t^Q[\text{payoff}(V_T)] \Rightarrow$$

$$C(V_t, t) = e^{-r(T-t)} \int_0^{\infty} \max(V_T - I, 0) \cdot p(V_T, T | V_t, t) dV_T$$

- ◆ Ou seja: se simula a distribuição neutra ao risco de V (lognormal com a média “neutra ao risco”), se aplica a regra de decisão em T e atualiza usando a taxa r . Faz isso para cada amostra NR de V . □

Simulação de Processos Estocásticos

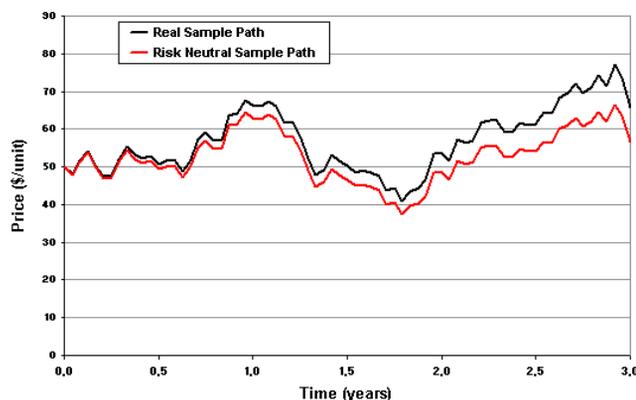
- ◆ A depender da aplicação, podemos simular tanto o processo estocástico real, como o processo estocástico neutro ao risco.
 - Simulação Real: aplicações em *value-at-risk*, simulações para *hedge*, estimativa de probabilidades de exercício de opção, tempo esperado para o exercício, etc. Já falamos sobre isso.
 - Simulação Neutra ao risco: valoração de opções e derivativos.
 - Lembrar: drift neutro ao risco = drift real – prêmio de risco.
 - Vimos que o drift neutro ao risco = $\alpha - \pi = r - \delta$
- ◆ Foi visto que para o MGB, temos as seguintes equações para os casos *real* e *neutro ao risco*, respectivamente:

$$\frac{dP}{P} = \alpha dt + \sigma dz \quad (\text{processo real})$$

$$\frac{dP}{P} = (r - \delta) dt + \sigma dz' \quad (\text{processo neutro ao risco})$$

Simulação Real x Neutra ao Risco

- ◆ Típicas amostras de caminho (*sample-paths*) p/ MGBs real e neutro-ao-risco (com os *mesmos choques estocásticos*): a diferença é πdt .



- ◆ Enquanto a simulação neutra-ao-risco é usada para valorar derivativos, a simulação real é útil p/ propósito de *planejamento* (ex., se a espera é ótima, qual a *probabilidade de exercer a opção?*) e para *análise de risco* (ex., VaR, *value-at-risk*) e *hedging*.

Discretização de Processos Estocásticos

- ◆ Para fazer a simulação é preciso a equação de *discretização* do processo estocástico, i. é, $P(t)$ = função de $P(t - 1)$.
- ◆ A discretização mais simples é a de **Euler de 1ª ordem**, onde dP vira ΔP , dt vira Δt , etc. Ex.: MGB *neutro ao risco*:
$$\Delta P = P_t - P_0 = (r - \delta) P_0 \Delta t + \sigma P_0 \Delta z$$
; com $\Delta z = N(0, 1)\sqrt{\Delta t}$
 - Amostra-se a normal $N(0, 1)$ e, dado P_0 , obtém-se P_t .
 - O esquema de Euler tem *erro de discretização* de ordem Δt . Existem discretizações melhores (ex.: Milstein).
- ◆ Mas aqui (MGB) e para alguns processos estocásticos (mas não todos) podemos usar uma *discretização exata*, i. é, uma discretização tal que a *precisão numérica independe do tamanho do passo-tempo* (independe do “ Δt ”).
 - Isso é particularmente útil para opções reais, que trabalham geralmente com tempos de expiração longos. Podemos simular muitos anos à frente.
 - Para opções europeias podemos simular apenas na expiração ($t = T$).

Equações para Simular Processos Estocásticos

- ◆ Uma lista de processos estocásticos que admitem discretizações exatas está no livro de Kloeden & Platen (“*Numerical Solution of Stochastic Differential Equations*”, 1992, tópico 4.4).
 - Uma delas é o Mov. Aritmético Browniano (MAB). Mas usando o **lema de Itô** podemos transformar um MGB em MAB através de uma transformação logarítmica, $p = \ln P$, que resulta no MAB. Após isso, podemos aplicar Euler que para o MAB é exato:
$$\Delta p = (r - \delta - 0,5 \sigma^2) \Delta t + \sigma N(0, 1)\sqrt{\Delta t}$$
- ◆ “Algebrando”, obtemos as equações de discretização exata para simular tanto o MGB **real** como o MGB **neutro ao risco**:
$$P_t = P_0 \exp\{(\alpha - 0.5 \sigma^2) \Delta t + \sigma N(0, 1)\sqrt{\Delta t}\} \quad \text{Real}$$

$$P_t = P_0 \exp\{(r - \delta - 0.5 \sigma^2) \Delta t + \sigma N(0, 1)\sqrt{\Delta t}\} \quad \text{Neutro ao Risco}$$
- ◆ Basta amostrar $N(0, 1)$ e obter os P_t correspondentes (*lognormal*)
- ◆ Processos estocásticos com discretização exata incluem *reversão à média*. Ver: www.puc-rio.br/marco.ind/sim_stoc_proc.html

Exemplo: Simulação de Opção Européia

- ◆ Iremos calcular o valor da opção **européia** por simulação e comparar com o resultado analítico de Black-Scholes-Merton.
 - Para tal pode-se simular N caminhos do processo estocástico de V
 - Mas como só interessa a distribuição de probabilidades na expiração, é muito melhor simular apenas na expiração.
- ◆ Resolve-se o problema com a [QMC Black Scholes.xls](#) planilha que tem um simulador de MC embutido (logo, só precisa do Excel para simular).
 - Planilha tem código VBA aberto (ver menu do Excel: ferramentas/macro/Editor do Visual Basic)
 - Planilha usa tanto o Monte Carlo tradicional como o mais preciso Quase-Monte Carlo (usa números quase-aleatórios), que será visto em breve.
 - Veremos que é necessário usar um algoritmo para transforma um número aleatório de distribuição uniforme em distribuição $N(0, 1)$.
 - ➔ O código VBA da *Inversão de Moro* é também apresentada.

Simulação em Funções Convexas

- ◆ Nas equações de simulação de processos estocásticos freqüentemente aparecem funções convexas do tipo:
 - $P(t) = P(t - 1) \exp\{\dots + \dots N(0, 1) \dots\}$
 - Isso foi visto, por ex., na equação da simulação de MGBs.
- ◆ Como a *função exponencial é convexa*, o “valor esperado” estático (valor mostrado na planilha antes da simulação) é menor do que o valor esperado dinâmico (valor esperado da distribuição obtida após a simulação). Ver a [simulação](#).
- ◆ Alguns lembretes/dicas são úteis para simulação de MGBs:
 - Se $X = \exp(Y)$ e $Y \sim N(m; v)$, sendo $m =$ média e $v =$ variância, então $X \sim \text{LogN}(\exp[m + 0,5 v]; \exp[2 m + v] \cdot \{\exp[v] - 1\})$.
 - Lembrar da parte 3: $p = \ln(P) \Leftrightarrow P = \exp(p)$ e pelo *lema de Itô*: $dp = (\alpha - \frac{1}{2} \sigma^2) dt + \sigma dz \Leftrightarrow dP/P = \alpha dt + \sigma dz$. Sabemos que $P \sim \text{Lognormal}$, $dp \sim \text{Normal}$ e $dP/P \sim \text{Normal}$. Apesar das variâncias de dp e dP/P serem iguais ($\sigma^2 dt$), as médias dessas normais diferem por $\frac{1}{2} \sigma^2 dt =$ a metade da variância de dp .

Exemplo: Desenvolvimento de Campo de Petróleo

- ◆ Suponha que o desenvolvimento de um campo de petróleo tem dois anos para ser decidido, mas devido a falta de recursos a decisão será tomada só na expiração:
 - Na expiração, o valor da opção é $F(T) = \max\{VPL, 0\}$
- ◆ Assim convenientemente temos uma opção europeia e podemos usar a simulação de Monte Carlo facilmente
- ◆ Assuma o modelo: $VPL = V - D = (q P B) - D$; e os dados:
 - Tempo de expiração dos direitos dado pela ANP: $T = 2$ anos
 - Reserva estimada: $B = 120$ milhões de barris
 - Qualidade Econômica da Reserva $q = 20\%$
 - Custo de desenvolvimento $D = 480$ MMS
 - Preço corrente do petróleo $P_0 = 20$ \$/bbl
 - Volatilidade dos preços do petróleo $\sigma = 30\%$ aa.
 - Taxa de juros livre de risco $r = 10\%$ a.a.
 - Taxa de dividendos (convenience yield de P) $\delta = 10\%$ a.a.
 - Taxa ajustada ao risco $\mu = 15\%$ aa. Logo drift $\alpha = \mu - \delta = 5\%$ aa

Exemplo: Opção Real Europeia

- ◆ O valor presente do ativo básico $V.P.[V_T]$ é o mesmo nas duas simulações, desde que se use a taxa de desconto:
 - Taxa de desconto *ajustada ao risco* μ na simulação *real*
 - Taxa de desconto *livre de risco* r na simulação *neutra ao risco*
- ◆ O mesmo *não* ocorre para a opção, pois não sabemos a taxa da opção (μ é ajustado ao risco de V e não da opção).
 - Lembrar do caso em tempo discreto (ex. do seguro, tópico 1)
- ◆ Iremos fazer tanto a simulação neutra ao risco como a simulação real e iremos comparar o valor da opção obtido com o resultado da fórmula do Black-Scholes
 - No modelo B&S&M o mercado é completo, logo a simulação *neutra ao risco* deverá dar o mesmo resultado de B&S&M.
 - Estamos assumindo MGB (pois é B&S&M).
 - Podemos usar um software comercial, por ex. o @Risk, ou o simulador de *quase-Monte Carlo* do meu website.

Simulação da Opção Real Européia

- ◆ Podemos simular todo o path (usando pequenos Δt) ou, diretamente só em $t = T$, pois a discretização é exata nesse caso.
 - Mostraremos que dão aproximadamente os mesmos valores
- ◆ O valor teórico por Black & Scholes da opção é:
 - $F = 66,02084$ MMS
- ◆ Com 50.000 iterações no @Risk foi obtido (neutro ao risco):
 - Simulando todo o path: $F = 66,50$ MMS (erro BS = - 0,7%)
 - Simulando só em T: $F = 66,01$ MMS (erro BS = 0,01%)
- ◆ Valor presente do ativo básico V em T:
 - ➔ Simulação neutra ao risco: $480,25 * \exp(-0,1*2) = 393,20$ MMS
 - ➔ Simulação real: $530,7589 * \exp(-0,15*2) = 393,20$ MMS (igual!!)

Simulação Real e Opções

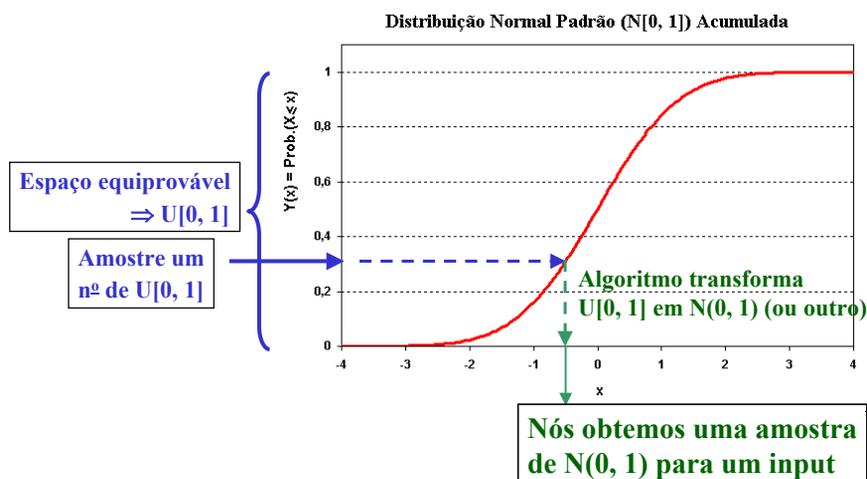
- ◆ Já para o valor da opção, a simulação *real* não vale. O valor de opções obtido pela simulação *real* e descontando com a taxa *ajustada ao risco* μ do ativo básico foi de:
 - Simulação só em T: “F” = 83,29 MMS
 - Simulação em todo o path: “F” = 83,71 MMS
 - Logo não bate com o resultado teórico (= 66,02)
- ◆ Conclusão: para o ativo básico pode usar um dos dois métodos (simulação real + taxa ajustada ao risco ou simulação neutra ao risco + taxa livre de risco),
 - Mas para a opção deve-se usar simulação NR + r, pois não se sabe a priori qual a taxa ajustada ao risco da opção.
- ◆ Pode-se achar a taxa de desconto ajustada ao risco da opção:
 - Nesse exemplo, usando uma taxa de 26,6 % para atualizar a opção (em vez da taxa do ativo básico de 15%), obtém-se aproximadamente o valor teórico de B&S.

Precisão da Simulação de Monte Carlo

- ◆ Fazendo uma simulação do mesmo problema mas com 1.000.000 de iterações no @Risk, foi obtido:
 - $F = 66,01711$ (erro BS = 0,0057 %)
 - Fazendo 20 vezes mais iterações, o erro caiu apenas cerca da metade (redução de erro por um fator 2).
 - O erro teórico da simulação de Monte Carlo é da ordem de $n^{-0,5}$, ou seja, para reduzir 10 vezes o erro temos de multiplicar o número de iterações n por 100 (!)
 - Existem métodos que podem reduzir esse erro:
 - Técnicas de *redução de variância* (ex.: *Latin Hypercubic*)
 - Uso de números quase-randômicos (“Quase-Monte Carlo”)
 - Em vez de usar números aleatórios ou pseudo-randômicos se usa seqüências determinísticas de *baixa discrepância* (Sobol, Faure, Halton). Vamos olhar as animações do website na PUC para entender esse método.

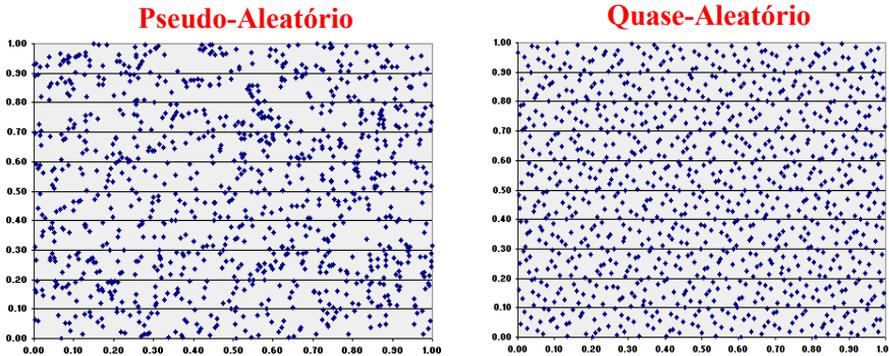
Simulação de MC e Processo de Amostragem

- ◆ A qualidade numérica da simulação depende do processo de amostragem. A figura (Normal padrão acumul.) mostra que, em geral, precisaremos só da *distribuição uniforme no intervalo [0, 1]*.
 - Algoritmo transforma a amostra $U[0, 1]$ em amostra de outra distribuição.



Gerando U[0, 1]: Pseudo x Quase-Aleatório

- ◆ Vimos que a qualidade numérica da simulação depende do processo de amostragem de U[0, 1]. O método tradicional para gerar U[0, 1] é o *pseudo-aleatório*, ex., a função Excel Aleatório().
- ◆ Um método melhor para gerar U[0, 1] é o dos **números quase-aleatórios** (seqüências de *baixa discrepâncias*). É o Quase-MC.
 - As figuras comparam os 2 métodos p/ a dist. uniforme bi-dimensional. Note que o caso quase-aleatório apresenta pontos mais igualmente dispersos (menos “clusters” de pontos que no caso pseudo-aleatório).



Simulação de Quase-Monte Carlo

- ◆ Discussão, algoritmos e comparação das propriedades da seqüência de quase-Monte Carlo são mostradas no website em: http://www.puc-rio.br/marco.ind/quasi_mc.html
- Para uma distribuição Uniforme [0, 1], cujas propriedades teóricas são mostradas para benchmarking, vemos a superioridade da seqüência de baixa discrepância de *van der Corput* na base 2 em relação a 2 seqüências pseudo-random

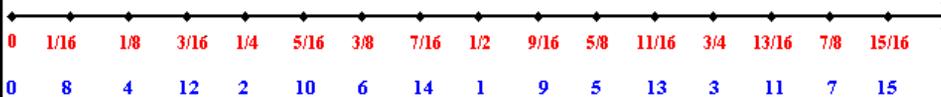
Statistical Properties of Quasi-Random x Uniform x Pseudo Random
N = 1,000 simulations

	Quasi-Random (b2)	Uniform [0, 1]	Pseudo-Random (2 series)	
Minimum	9.76563e-4	0	1.81917e-5	3.27922e-4
Maximum	0.998047	1	0.999004	0.999982
Mean	0.498866	0.5	0.492246	0.512323
Median	0.498047	0.5	0.484037	0.521946
Standard Deviation	0.288661	0.288675	0.2851	0.291302
Variance	0.083325	0.083333	0.081282	0.084857
Skewness	2.042816e-3	0	0.039117	-0.077605
Kurtosis	1.794803	1.8	1.833614	1.773279

Simulação de Quase-Monte Carlo

- ◆ Sequência de van der Corput na base 2 (16 primeiros números) vai preenchendo de forma mais uniforme o intervalo [0, 1):

van der Corput Sequence Base 2: distributed over the interval [0, 1)
The first 16 numbers of the sequence (from n = 0 to 15)



- ◆ Cuidado com o Excel! O gerador de n^{os} aleatórios dele é ruim e pior ainda é a função Normal inversa, NORMSINV()

- Melhor é usar o algoritmo da *inversão de Moro* (código VBA fornecido).

Com o Excel XP, o erro mais grosseiro foi corrigido.

Excel (antes do XP) apresenta erro grosseiro nas caudas da distribuição

u	Excel NORMSINV	Exact	Moro's Inv.
0.001	-3.09024	-3.09023	-3.09023
0.0001	-3.71947	-3.71902	-3.71902
0.00001	-4.26546	-4.26489	-4.26489
0.000001	-4.76837	-4.75342	-4.75342
0.0000003	-7.15256	-4.99122	-4.99122
0.0000002	-5000000.0	-5.06896	-5.06896

Simulação de Reversão à Média

- ◆ Uma discussão detalhada, assim como as equações de simulação estão em:

- ◆ http://www.puc-rio.br/marco.ind/sim_stoc_proc.html

- Lá obtemos equações de simulação tanto real como neutra ao risco de duas variantes (próximas, Dias e Schwartz) do processo de reversão à média mais conhecido (OU).

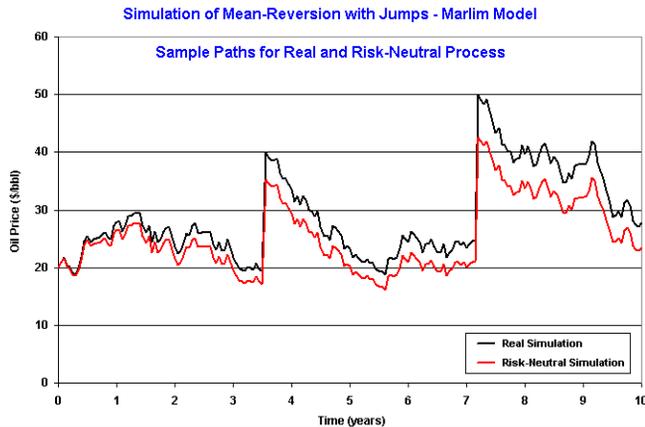
- ➔ No caso da **neutra ao risco** (variante “Dias”) temos a seguinte equação, onde entra a taxa ajustada ao risco do ativo básico μ :

$$P(t) = \exp \left\{ \left[\ln[P(t-1)] \exp[-\eta \Delta t] + \left[\ln(\bar{P}) - \frac{(\mu - r)}{\eta} \right] (1 - \exp[-\eta \Delta t]) \right] - \left[(1 - \exp[-2 \eta \Delta t]) \frac{\sigma^2}{4 \eta} + \sigma \sqrt{\frac{1 - \exp[-2 \eta \Delta t]}{2 \eta}} N(0, 1) \right] \right\}$$

- A equação para a simulação real é muito parecida: basta suprimir o termo em **vermelho** na eq. acima. Esse termo é um prêmio de risco normalizado que penaliza $\ln(\bar{P})$.

Simulação do Modelo de Marlim

- ◆ Vimos na parte 2 o Modelo de Marlim: um processo estocástico de reversão à média combinado com saltos (Poisson). Veremos agora uma planilha e *sample-paths*.
 - A planilha [simulation-reversion-jumps-marlim-real_x_rn.xls](#) permite uma simulação ilustrativa com saltos p/ cima ou p/ baixo de ocorrência aleatória, mas de tamanhos fixos.



Opções Reais Europeias por Simulação

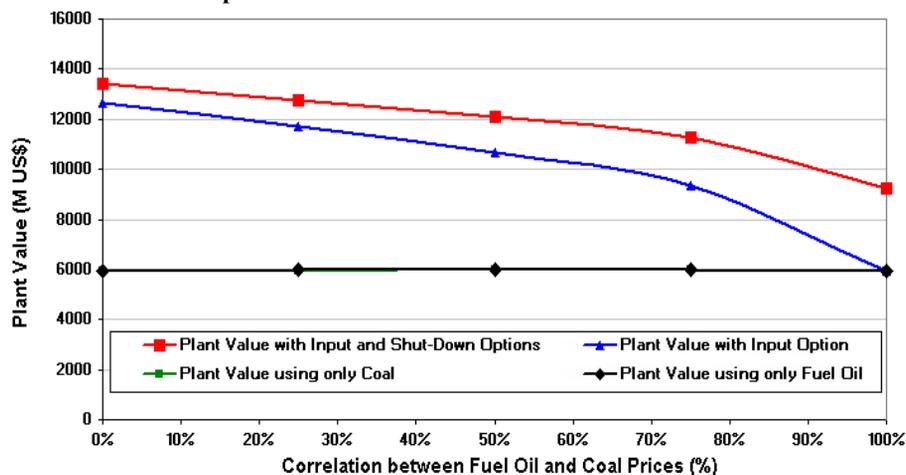
- ◆ Existem muitos problemas práticos da vida real que podemos aplicar a valoração de opções reais europeias por simulação de MC, principalmente seqüências de opções reais europeias (ex., opções de compra sobre uma *cesta* de ativos).
 - Esse é o melhor caminho para valorar projetos com **flexibilidade de inputs e/ou de outputs**, pois a cada data específica de decisão (ex.: todo mês) a firma tem de decidir o melhor “mix” de inputs e outputs para o próximo período operacional (para maximizar o payoff, ex., para o próximo mês).
 - Veremos alguns casos reais. A idéia é simular, tanto para inputs como para outputs, os processos estocásticos neutros ao risco, os quais não necessariamente são MGBs (ex., pode ser reversão).
 - Além disso, a função payoff de exercício da opção pode ser muito complexa, com vários detalhes da vida real (ex., um input não é disponível no primeiro ano ou em certos meses do ano; uma certa quantidade mínima de um input tem de ser usada por contrato, etc.)
 - Simulação de MC dentro de uma planilha é muito flexível para manusear múltiplos/complexos proc. estocásticos e funções payoff.

Planta Flex-Fuel com e sem Opção de Shut-Down

- ◆ Uma firma está pensando em investir numa planta que consome energia. Existem três alternativas de tecnologia:
 - Planta usando só óleo combustível; planta usando só carvão; e planta flex-fuel, i. é, com (sem custo) flexibilidade (óleo ou carvão).
 - “Molho”: planta flex-fuel com *opção de shut-down* (sem custo).
- ◆ Quais são os valores da planta em cada caso considerando que o óleo e o carvão seguem *processos correlacionados de reversão*?
 - A resposta dá uma idéia do máximo valor que uma firma estaria disposta a pagar pela (mais cara) tecnologia flex-fuel.
 - Correlação positiva diminui o valor da opção, mas é necessário uma (improvável) correlação muito alta p/ o valor da opção ser desprezível.
- ◆ Qual é o efeito da opção de shut-down sem custo?
 - Essa opção pode ser muito importante. Existem implicações contratuais
- ◆ A simulação de MC responde facilmente essas questões.
 - Essa é uma *seqüência de opções européias* (escolhe o máximo payoff em cada data de decisão operacional). O próximo slide mostra um exemplo

Planta Flex-Fuel, Correlação e Valor da Flexibilidade

- ◆ O gráfico mostra um exemplo numérico de reversão à média para ambos os inputs (óleo e carvão), p/ diferentes correlações.
 - Os valores foram obtidos por MC na planilha [planta flex-fuel.xls](#).
 - Valores de planta com só um input (sem opções) são ~ os mesmos.
 - ➔ Valor da planta mostrado é sem o investimento.

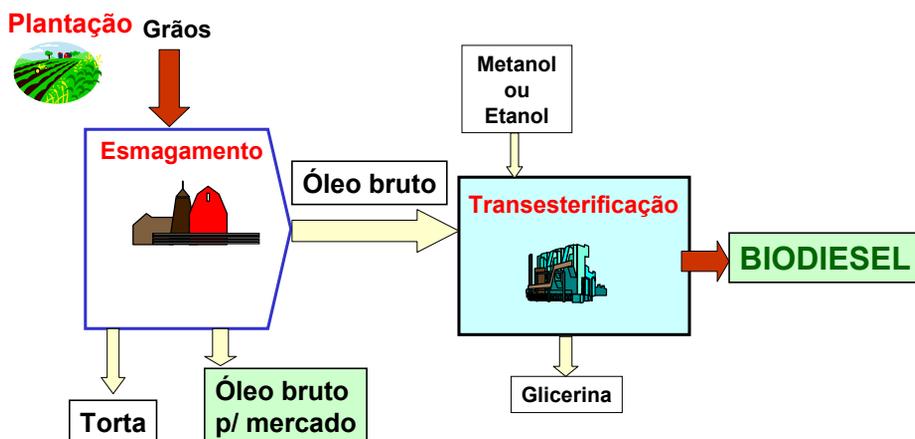


Caso Real de Opção Real: Biodiesel

- ◆ Nesse caso real, **MC foi o método numérico utilizado.**
- ◆ O projeto biodiesel usa oleaginosas (mamona, soja, algodão, pinhão-manso, licuri, etc.) para fabricar biodiesel.
 - O estudo das três primeiras unidades foi concluído em 2005.
- ◆ O preço das oleaginosas e de seus óleos (brutos) oscilam no mercado internacional (commodities), com variada liquidez.
- ◆ Uma importante característica das plantas de biodiesel é que elas são multi-oleaginosas, i. é, existe **flexibilidade de input**.
 - Logo, é natural que a análise dessas plantas inclua o valor das opções reais de usar as oleaginosas mais adequadas ao longo da sua vida útil
- ◆ Além disso, a planta de biodiesel precisa usar um reagente que pode ser tanto o *etanol* como o *metanol*, que também oscilam no mercado. Logo, temos mais OR de input!
- ◆ Assim, não foi à toa que foi solicitada e feita a avaliação por opções reais nesse estudo de viabilidade.

Projeto Biodiesel

- ◆ Uma planta de biodiesel tem duas unidades principais:
 - A unidade de **esmagamento** da oleaginosa, gerando óleo bruto e resíduo (torta). O óleo bruto é a principal receita dessa planta; e
 - A unidade de **transesterificação**, que usa o óleo bruto gerado no esmagamento (custo), além do reagente, e gera biodiesel e resíduos.



Projeto Biodiesel: Flexibilidade de Inputs

- ◆ O projeto foi formatado de forma que a Petrobras é dona dos dois negócios (esmagamento e transesterificação), garantindo a qualidade do óleo bruto (input do biodiesel) e *capturando a flexibilidade de escolha das oleaginosas*.
- ◆ Após um período inicial em que a Petrobras irá garantir a compra da safra de determinadas culturas, a Petrobras tem uma opção de escolher livremente qual a oleaginosa usar, a cada período (safra). Essa flexibilidade de input é modelada:
 - Como uma **seqüência de opções européias** de uso da(s) oleaginosa(s) e reagentes (etanol ou metanol) que maximize o lucro a cada período
 - Escolhe as combinações oleaginosas + reagentes de maior valor em t
 - Assim, fazemos **simulações de Monte Carlo** dos *processos estocásticos* dos preços de cada um dos grãos, de cada um dos óleos brutos, de cada uma das tortas, do etanol e metanol e do biodiesel (= diesel) e a cada período escolhe a combinação (opção) que maximiza o lucro.
 - Simulamos diversos *tipos* de processos estocásticos (movimento geométrico Browniano e Marlim = reversão à média + saltos).

Formato do Projeto Biodiesel

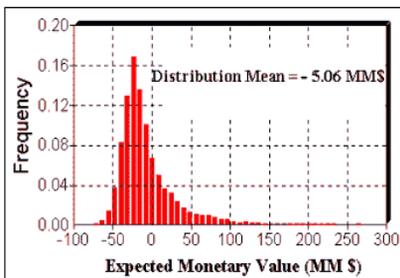
- ◆ Na análise, foi visto que a planta de esmagamento é em geral mais lucrativa do que a unidade de transesterificação.
- ◆ A formatação do negócio sugerido é que a Petrobras entre também no negócio óleo bruto para o mercado com um excesso de capacidade de esmagamento (investimento ~pequeno).
- ◆ Com isso temos dois negócios complementares que fazem um *hedge (seguro) natural*:
 - ① O negócio biodiesel, onde o óleo bruto entra como **custo** do biodiesel (e assim, um óleo barato beneficia esse negócio); e
 - ② O negócio óleo para o mercado, onde o óleo bruto entra como **receita** (⇒ se um óleo estiver caro, ele vai p/ o mercado e não p/ biodiesel).
- ◆ Esse formato faz com que sejam aproveitados óleos vegetais tanto num negócio como no outro. É bom para todo mundo:
 - Para a Petrobras que captura o valor das opções reais (flexibilidades); e
 - Para os agricultores, que terão demanda do seu óleo pela Petrobras, seja para fazer biodiesel, seja para vender no mercado de óleo vegetal.
 - Esse formato até reduz a volatilidade no mercado de óleo vegetal bruto.

MC para Estimar Volatilidade Agregada

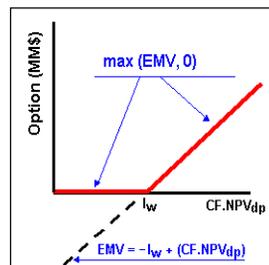
- ◆ No caso de opções *americanas* com diversas fontes de incertezas, um método prático é agregar as variáveis em uma variável V e calcular a volatilidade de V por MC.
 - Com σ_V (e δ_V), pode-se usar um software tradicional com uma (V) ou duas (V e I) fontes de incerteza e resolve OR facilmente.
 - Planilha Timing pode ser usada para resolver múltiplas incertezas.
- ◆ Eu tenho usado essa abordagem desde início de 1999, baseado na *equação visual de opções reais*.
- ◆ O livro do Copeland & Antikarov (2001) defende um método similar (mas não igual) e dá suas bases teóricas.
 - Esse método é conhecido por **MAD** (*marketed asset disclaimer*) e usa um **teorema de Samuelson** para justificar o uso de **MGB**.
 - C&A: em muitos casos é quase impossível obter o valor de mercado do valor do projeto operando (ativo básico V).
 - Volatilidade de V é em geral maior que a do preço P do produto.

Equação Visual para Opções Reais

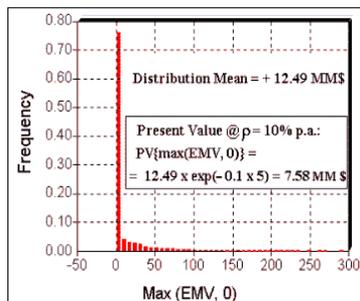
- ◆ O VME dum prospecto exploratório é negativo, mas existem 5 anos para a decisão de perfurar o pioneiro e cenários de variáveis técnicas e de mercado serão revelados.



+



=



Valoração do Prospecto

(em milhões \$)

Valor Tradicional = - 5

Valor de Opção (T) = + 12,5

Valor de Opção (@ t=0) = + 7,6

Copeland & Antikarov: MAD

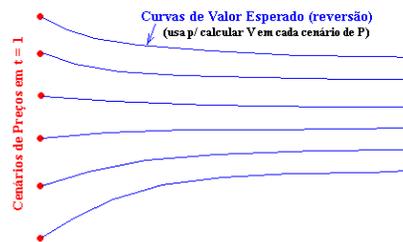
- ◆ **MAD (marketed asset disclaimer):** usa o valor presente do valor do projeto (V), sem flexibilidade, como ativo básico da opção real.
 - Hipótese MAD diz que essa é a melhor estimativa não-tendenciosa do valor do ativo básico V .
- ◆ **Vantagem prática:** usa a planilha tradicional do fluxo de caixa descontado (FCD) para calcular V .
 - Assim, não faz premissas mais fortes do que as usadas pelas empresas que tradicionalmente usam o FCD nas suas decisões.
 - Assim, dado um conjunto de variáveis tais como preço(s) de produto P_i , custos operacionais fixos COF_j e custos operacionais variáveis COV_k , conhecidos hoje, a planilha de FCD calcula o VPL. Tendo o investimento I , $V = VPL + I$.
 - ➔ Esse é a melhor estimativa de mercado para $V(t = 0)$.
 - Se o projeto for postergado, os preços P_i e custos COF_j e COV_k irão oscilar no mercado e o VPL (assim como V) irão mudar.

C&A: Teorema de Samuelson e MGB

- ◆ A segunda premissa de Copeland & Antikarov nessa abordagem prática é assumir que V segue um MGB, baseada num teorema de Samuelson (“*Proof that Properly Anticipated Prices Fluctuate Randomly*”, 1965):
 - Mesmo que componentes de V (preços, custos, demanda) sigam processos estocásticos distintos (reversão à média, saltos, etc.) em termos agregado V segue ~ um MGB.
 - A idéia é fazer simulação dos processos estocásticos desses componentes (que podem ser correlacionados) em $t = 1$ e calcular a distribuição de valor presente de V na data $t = 1$.
 - ➔ Essa distribuição de V é aproximadamente lognormal e a simulação de MC dá a média e a variância dessa distribuição;
 - ➔ Com a **fórmula de valor esperado do MGB** tira-se o drift de V . Se a simulação for real temos α , se neutra ao risco, $r - \delta$; e
 - ➔ Com a **fórmula da variância do MGB** e o drift, estimamos a volatilidade σ_V . Com isso, temos todos os parâmetros do MGB.

MAD versus MAD Modificado

- ◆ A maneira que C&A implementam a hipótese MAD e o teorema de Samuelson é meio confusa e inconsistente.
 - C&A simulam todos os anos de fluxo de caixa. MAD-Dias só simula parâmetros de mercado do fluxo de caixa em $t = 1$ e usa curvas de valor esperado para calcular o valor presente de V:
- ➔ A partir do conhecido $P(t = 0)$, **simula os preços em $t = 1$** .
- ➔ Em cada cenário de $P(t = 1)$, fórmula dá a **curva de valor esperado de P desde $t = 1$ até $t = \text{final da operação}$** .
- ➔ Calcula $V(P) = \text{valor presente dos FCs}$ usando a curva de valor esperado de P
 - C&A calcula a distribuição normal do retorno logaritmo e sem postergar o primeiro fluxo de caixa (por que?). MAD-Dias simula a distribuição log-normal de V, o que é mais simples.
 - ➔ Como pode ocorrer cenários com valor negativo de V, a maneira de C&A dá problemas computacionais (logarit. de n° negativo).



MAD versus MAD Modificado

- ◆ A maneira que C&A implementam dá inconsistências.
 - Vimos que se $V = k P$ e P segue um MGB, então V também segue um MGB com a mesma volatilidade de P. A maneira de C&A dá inconsistência nesse caso (volatilidade maior que P).
 - ➔ Usuários do método MAD tem reportado volatilidades σ_V demasiadamente altas. Erro é tendencioso para cima.
 - C&A sugere simular também a quantidade Q p/ calcular σ_V . Isso é inconsistente: se Q for volume de jazida, então Q tem incerteza técnica e não contribui p/ σ_V (ver tópico 6). Se Q for quantidade demandada, então é função do preço (já simulado).
- ◆ Outra diferença é que C&A usam a volatilidade de V estimada no método binomial. Aqui usamos como *input* da planilha Timing (usa EDP) com resposta instantânea.
 - Luiz Brandão em 2005 (após debate com Jim Smith e troca de e-mails comigo e G. Dumrauf) defende um método similar ao MAD-modificado (simula só em $t = 1$), mas ele simula retorno logaritmo (em vez de V) e usa binomial (em vez do Timing.xls).

MAD-Mod.: Simulação Real ou N.R.?

- ◆ Qual a simulação das variáveis estocásticas devemos fazer para estimar σ_V , a real ou a neutra ao risco?
 - A princípio qualquer uma dá estimativa de σ_V , embora sejam um pouco diferentes. Se usar a sim. real, obtemos o drift real α e se usar a sim. neutra ao risco obtemos o drift n.r. $r - \delta$.
 - ➔ Na sim. real usamos as fórmulas $E[V(t)] = V(0) \exp(\alpha t)$ (obtem α) e $\text{Var}[V(t)] = V(0)^2 \exp[2 \alpha t] (\exp[\sigma^2 t] - 1)$ (obtem σ); e
 - ➔ Na sim. neutra ao risco: $E[V(t)] = V(0) \exp[(r - \delta) t]$ (obtem δ) e $\text{Var}[V(t)] = V(0)^2 \exp[2 (r - \delta) t] (\exp[\sigma^2 t] - 1)$ (obtem σ).
 - ➔ Prefiro a sim. real, pois ela gera menos valores negativos para V (e, logo, melhor ajuste da log-normal). Mas veremos as duas.
- ◆ Veremos um exemplo simples com uma (P) e duas fontes de incertezas de mercado (P e custo operacional C).
 - Usaremos a equação do modelo “*rigid cash flow (RCF)*”, ver: http://www.puc-rio.br/marco.ind/payoff_model.html
 - $V = k P - C$ (onde C é custo operacional). No RCF, $k = q$? B.

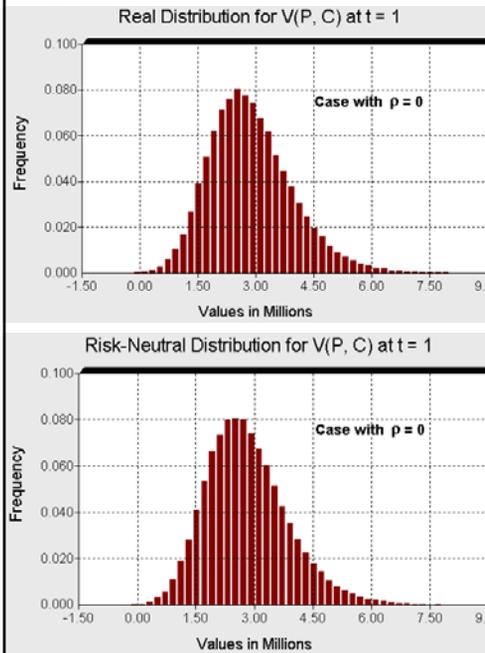
MAD-Modificado: Exemplo Simples

- ◆ Na equação $V = k P - C$, iremos simular P e C em $t = 1$ e gerar a distribuição de V como nosso output.
- ◆ O exemplo usa a planilha [@Risk-MAD modif RCF.xls](#)
- ◆ Veremos 3 casos distintos:
 - 1) P e C estocásticos, seguindo MGBs com correlação zero;
 - 2) Apenas P estocástico seguindo MGB; e
 - 3) P e C estocásticos, mas com correlação perfeita $\rho = + 1$.
- ◆ Resumo dos valores obtidos (100.000 iterações), sendo usados $\sigma_P = 25\%$ (todos os casos) e $\sigma_C = 25\%$ (casos 1 e 3):

Caso:	σ_V (sim. real)	σ_V (sim. n.r.)	α_V (sim. real)	δ_V (sim. n.r.)
1) P e C seguem MGBs com $\rho = 0$	36,6%	36,5%	2,0%	6,0%
2) Somente P segue MGB	35,0%	35,3%	2,2%	6,0%
3) P e C seguem MGBs com $\rho = + 1$	24,998%	24,998%	2,0%	6,0%

- Exercícios: (1) se no caso 3, fosse $\rho = - 1$, quanto seria σ_V ?;
- (2) Mostre a consistência do método MAD-modificado com o modelo $V = k P$, i. é, se P segue um MGB então $\sigma_V = \sigma_P$.

MAD-Modificado: Exemplo Simples



- ◆ As figuras mostram as distribuições real (alto) e neutra ao risco (abaixo) de V_p / o caso 2 do exemplo.
- ◆ Note que elas tem a “cara” de log-normal, apesar de ter alguns cenários com valores negativos.
 - Esse problema é ligeiramente menor no caso da simulação real (pois a média é maior).

MAD-Modificado: Exemplo Simples

- ◆ Esse método é uma aproximação. No caso 2 do exemplo podemos calcular o valor “teórico” e comparar o erro.
 - O valor teórico usa a aproximação analítica de Bjerksund-Stensland adaptada (software timing-rcf_model-vba-hqr.xls).

	Opção F	Gatilho P^*	Gatilho V^*
Valores "Teóricos"	645,96	55,91	4367,26
Valores "MAD-Modificado"	625,29	55,80	4355,96
Erro	-3,2%	-0,2%	-0,3%

- Note que o erro no valor da opção foi pequeno e no valor do gatilho foi desprezível.
- Como adaptar a aproximação analítica de Bjerksund-Stensland: Chama kP de V' . Sabemos que V' segue o mesmo MGB de P (mesma σ , etc.). Logo a EDP de $F(V', t)$ é igual a EDP de $F(P, t)$. Chama $C + I$ de I' . Logo nas condições de contorno aparecerão casos conhecidos: em $t = T$, $F(V', T) = \text{Máx}[V' - I', 0] = F(P, T) = \text{máx}[kP - C - I, 0]$; $F(V'^*, t) = V'^* - I' = F(P^*, t) = kP^* - C - I$, etc.
- Logo, $F(V, t)$; $F(P, t)$; $F(V', t)$ usa o mesmo software se $V = kP$.

Outro Exemplo: Planta com FCD

- ◆ A planilha [@risk-mad-m_planta_rev.xls](#) apresenta um outro exemplo, dessa vez para uma planta que fabrica um produto que tem preço P e que consome combustível de custo C por unidade de produto.
 - Considere que $P(t)$ e $C(t)$ seguem movimentos de reversão à média que podem ser correlacionados.
- ◆ Considere que a função lucro anual é:
- ◆ $\text{Lucro}(t) = [\{\text{Preço}(t) - \text{Custo Energia}(t)\} * \text{Quantidade} - \text{Outros Custos Operacionais}] (1 - \text{alíquota de impostos})$
- ◆ O valor do projeto operando é o valor presente dos lucros atualizados com a taxa ajustada ao risco μ .
- ◆ Numa simulação, com $\sigma_P = \sigma_C = 25\%$ e $\rho_{P,C} = 0$, o valor obtido para a volatilidade do projeto dessa vez foi menor que as volatilidades individuais: $\sigma_V = 23\%$.

MATERIAL ANEXO

Os anexos nos materiais do curso contém slides que reforçam os conceitos teóricos e apresentam exemplos adicionais que não serão discutidos em sala de aula, mas que podem ser úteis para um melhor entendimento de conceitos apresentados.

Processo de Reversão à Média

- ◆ Considere o processo aritmético de reversão à média

$$dx = \eta (\bar{x} - x) dt + \sigma dz$$

- ◆ Cujas soluções são dadas pela equação com a integral estocástica:

$$x(T) = x(0) e^{-\eta T} + \bar{x} (1 - e^{-\eta T}) + \sigma e^{-\eta T} \int_0^T e^{-\eta t} dz(t)$$

- ◆ Onde η é a velocidade de reversão. A variável $x(t)$ tem distribuição normal com média e variância dada a seguir:

$$E[x(T)] = x(0) e^{-\eta T} + \bar{x} (1 - e^{-\eta T})$$

$$\text{Var}[x(T)] = [1 - e^{-2\eta T}] \sigma^2 / (2\eta)$$

- ◆ Para o processo dos preços do petróleo P , o mesmo terá distribuição **lognormal com média = $\exp\{E[x(T)]\}$**

Simulação Neutra ao Risco da Reversão

- ◆ Para o preço do petróleo seguir a lognormal com a média desejada, temos de subtrair a metade da variância (que é uma função determinística do tempo):

$$P(t) = \exp\{x(t) - (0,5 * \text{Var}[x(t)])\}$$

- ◆ Iremos fazer também $\bar{x} = \ln(\bar{P})$, onde \bar{P} o preço de equilíbrio de longo prazo.
- ◆ O processo **neutro ao risco** para a variável $x(t)$, considerando a discretização correta AR(1) de $x(t)$, que vale mesmo $p/\Delta t$ grande:

$$x_t = x_{t-1} e^{-\eta \Delta t} + [\bar{x} - ((p - r)/\eta)] (1 - e^{-\eta \Delta t}) + \sigma \sqrt{(1 - \exp(-2\eta \Delta t)) / (2\eta)} N(0, 1)$$

- ◆ Amostrando a normal padrão $N(0, 1)$, obtemos os paths para $x(t)$.
- ◆ Usando a equação anterior que relaciona $P(t)$ com $x(t)$, obtemos os paths neutro ao risco para os preços do petróleo seguindo o processo de reversão mostrado.
- ◆ Esse processo de reversão é parecido mas não é igual ao chamado “modelo 1” de Schwartz (Journal of Finance, 1997)

Reversão à Média com Jumps

- ◆ Parecido com o caso da reversão pura. Relação entre $P(t)$ e $x(t)$ é a mesma, mas a equação da variância é:

$$\text{Var}[x(T)] = (1 - e^{-2\eta T}) \cdot \frac{(\sigma^2 + \lambda \cdot E[\phi^2])}{2\eta}$$

- ◆ Lembrando que $E[\phi^2] \neq (E[\phi])^2$

$$E[\phi^2] = \int \phi^2 \cdot f(\phi) d\phi$$

- ◆ A equação de simulação é (http://www.puc-rio.br/marco.ind/sim_stoc_proc.html):

$$x_t = x_{t-1} e^{-\eta \Delta t} + [\ln(\bar{P}) - ((\mu - r)/\eta)] (1 - e^{-\eta \Delta t}) + \sigma \sqrt{(1 - \exp(-2\eta \Delta t))/(2\eta)} N(0,1) + \text{jumps}$$

- ◆ Onde o termo jumps é dado por:

$$\text{jumps} = \sum_{i=1}^{J(\Delta t)} \phi_i$$

◆ Em que $J(\Delta t) \sim \text{Poisson}(\lambda \cdot \Delta t)$
 ◆ ϕ_i é a distribuição do jump-size

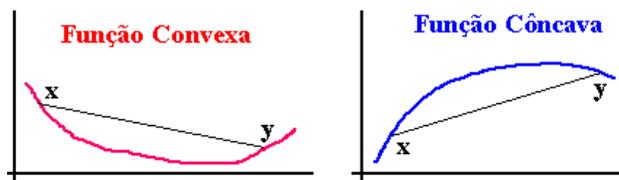
Funções Côncavas e Convexas

- ◆ Uma função é *convexa* no seu domínio (D) se toda corda (reta) ligando dois pontos fica acima da função
- ◆ Uma função é *côncava* no seu domínio (D) se toda corda (reta) ligando 2 pontos fica abaixo da função
- ◆ Matematicamente, a função $f: D \rightarrow \mathbb{R}$ é *convexa* se e somente se para todos os pontos x e $y \in D$ e $\lambda \in (0, 1)$

$$\lambda f(x) + (1 - \lambda) f(y) \geq f[\lambda x + (1 - \lambda) y]$$

- Analogamente, a função f é *côncava* se e somente se:

$$\lambda f(x) + (1 - \lambda) f(y) \leq f[\lambda x + (1 - \lambda) y]$$



Caso Real: Gasoduto Bolívia-Brasil

- ◆ Nos anos de 2000 e 2001 houve uma disputa entre a TBG (Transportadora Bolívia-Brasil; Petrobras é o acionista controlador) e as empresas BG e Enersil.
- ◆ A disputa, arbitrada pela ANP, tinha duas questões:
 - Livre acesso ao gasoduto, apesar da Petrobras ter contratado 100% da capacidade com contrato *take-or-pay*.
 - Caso a BG e a Enersil obtivessem livre acesso, qual a tarifa a ser paga? Eles queriam a mesma tarifa, mas sem *take-or-pay*.
 - ➔ Não pode haver dois *take-or-pay* sobre a mesma capacidade.
 - ➔ O acesso seria *interruptível* (caso a Petrobras conseguisse novos contratos num volume suficiente para ocupar *toda* a capacidade), com aviso prévio. Mas os entrantes têm mais flexibilidade.
- ◆ Fizemos uma análise de opções reais para o caso da tarifa:
 - Os entrantes teriam mais flexibilidade, pois em caso de demanda baixa eles não pagariam *take-or-pay*, só pagariam quando usassem o duto.
 - Essa maior flexibilidade deve ser valorada e cobrada na tarifa.

Tarifa Flexível no GAS-BOL

- ◆ A modelagem para calcular o preço justo da tarifa dos entrantes, considerando a sua maior flexibilidade quando comparado ao caso *take-or-pay*, compreendeu:
 - **Simulação da demanda de gás** na área de interesse. Usado um movimento geométrico Browniano. Simulação mensal.
 - Determinação do nível de *excesso de demanda* que poderia ser capturada parcialmente pelos entrantes.
 - Modelagem de contratos-padrão que poderiam ser fechados pelos entrantes (de 100.000 m³/d, de renovação anual).
 - ➔ Foi colocado um teto de nº de contratos para os entrantes.
 - ➔ Em caso de queda de demanda, um ou mais contratos não seriam renovados, mas os entrantes não seriam penalizados (não é *take-or-pay*).
 - ➔ Horizonte de análise de cerca de três anos.
 - O critério de “tarifa justa” foi o de ter o mesmo lucro (em valor presente) para os casos de *take-or-pay* (tarifa mais baixa) e de tarifa *não-take-or-pay*, *interruptível* (tarifa mais cara).

Tarifa Flexível no GAS-BOL

- ◆ A análise de OR mostrou que a tarifa de equilíbrio para os entrantes deveria ser cerca de 20% mais cara (prêmio da flexibilidade) que a tarifa “*take-or-pay*”.
- ◆ Fizemos uma apresentação para a ANP em 11/01/2001 para mostrar os motivos do nosso pleito de 20% prêmio
 - Houve uma ótima receptividade, já que o modelo da planilha era bem transparente e as premissas do estudo eram realistas.
- ◆ A decisão da ANP saiu alguns dias depois e foi:
 - ANP deu livre acesso aos entrantes (“derrota” da Petrobras);
 - ANP reconheceu que os entrantes teriam maior flexibilidade que a Petrobras/take-or-pay. Vitória da Petrobras:
 - ➔ No entanto, eles deram um prêmio de 11% (menor do que pleiteamos).
 - Ver o Parecer Técnico ANP de 26/01/01: “*Caso BG vs. TBG Referente ao Conflito Relacionado ao Serviço de Transporte Não Firme*” em www.anp.gov.br/doc/gas/release_BG_TBG.pdf