

## IND 2072 - Análise de Investimentos com Opções Reais

PROVA– 1º Semestre de 2006 - 11/07/2006

### **Parte I: Demonstração (5 pontos).**

Seja  $V$  o valor do projeto que segue um movimento geométrico Browniano.  $V$  tem uma volatilidade  $\sigma$ , taxa de dividendos (“dividend yield”)  $\delta > 0$  e a taxa de juros livre de risco é  $r$ . Seja  $F(V, t)$  o valor de uma opção real de investir no projeto por parte de uma firma que tem direitos exclusivos de investir nesse projeto. Seja  $I$  o valor do custo de investimento. Existe uma expiração legal  $T$  do tempo que a firma pode investir nesse projeto. Dada a equação do Lema de Itô (ver abaixo), então:

- (a) Deduza a equação diferencial parcial (EDP) pelo método dos ativos contingentes (“contingent claims”). (4 pontos)
- (b) Escreva as condições de contorno para essa opção real, que é do tipo americana de compra. (1 ponto).

Dado: Lema de Itô (subscritos denotam derivadas parciais) e equação do movimento geométrico Browniano:

$$dF = F_V dV + \frac{1}{2} F_{VV} (dV)^2 + F_t dt$$

$$dV = \alpha V dt + \sigma V dz$$

ATENÇÃO: **escrever o NOME** na folha de papel almaço com a demonstração!!

### **Parte II: Questões conceituais em múltipla escolha (5 pontos).**

OBS: Cada questão vale um ponto, mas existe uma questão adicional, fazendo o total de pontos ser 6. Uma delas será eliminada pelo professor, que escolherá as 5 questões de maior nota das 6 questões respondidas. Mas, caso se sinta confiante, pode responder só 5 questões.

1) Assinale a afirmativa ERRADA:

- (a) O problema de opções reais pode ser visto como um problema de *otimização sob incerteza*, por ex., maximizar o VPL (função objetivo típica) através do gerenciamento ótimo das flexibilidades gerenciais, sujeito às incertezas relevantes.

- (b) Uma opção do tipo *européia* só pode ser exercida na data de expiração, enquanto que uma opção do tipo *americana* pode ser exercida em qualquer data até (e inclusive) a data de expiração.
- (c) Uma opção *americana* (A) pode ser vista como a soma de uma opção *européia* (E) mais o prêmio de exercício antecipado. Assim, sempre teremos  $A \geq E$ .
- (d) Nunca é ótimo o exercício antecipado de uma opção *americana de venda* se a *taxa de dividendos* ( $\delta$ ) for igual a zero. Mas pode ser ótimo o exercício na expiração.
- (e) O valor de uma opção real  $F(P)$  escrita sobre o preço estocástico  $P$  de um produto, que dá direito de investir num projeto, *ceteris paribus*, é maior se o projeto tem uma opção de *parada temporária* sem custo do que se a lei vigente não permitir essa opção.

2) Assinale a afirmativa CORRETA:

- (a) Uma opção de *abandono* de um projeto por um valor residual pode ser visto como análogo a uma opção *americana de compra*.
- (b) A *desigualdade de Jensen* diz que se  $X$  é uma variável aleatória e se  $f(X)$  é uma função *convexa*, então  $f(E[X]) \geq E[f(X)]$ . Isso explica o ganho da opção com a incerteza.
- (c) Se a *distribuição dos retornos* ( $dV/V$ ) futuros independe do nível corrente de  $V$ , então a opção real  $F(V)$  é *função convexa* de  $V$  e é *homogênea de grau 1* em relação a  $V$  e ao preço de exercício (investimento). Isso ocorre com o MGB (movimento geométrico Browniano) mas não necessariamente com movimentos de reversão à média (MRM).
- (d) A *simetria entre as opções americanas* de compra (C) e venda (V) significa que o valor da primeira é igual ao inverso do valor da segunda ( $C = 1/V$ ).
- (e) Em equilíbrio, a *taxa de desconto ajustada ao risco da opção americana de compra* é menor do que a taxa de desconto ajustada ao risco *do ativo básico*.

3) Assinale a afirmativa ERRADA:

- (a) O conceito de *gatilho*  $V^*$  dá a regra de decisão ótima para exercício de uma opção real. A curva de gatilhos  $V^*(t)$  de uma opção americana de compra finita é *descontínua na expiração* se  $r > \delta$  (taxa livre de risco maior que a taxa de dividendos).
- (b) Fazer *arbitragem* em geral envolve uma operação inicial com *desembolso igual a zero* de forma que no futuro o *valor esperado é positivo*, com ganhos na maioria dos cenários e *risco de perda apenas em poucos cenários* de baixa probabilidade.
- (c) A *simetria entre as opções americanas* de compra e venda significa que podemos usar um software que resolve opções americanas de compra para resolver opções americanas de venda, através de permutação de alguns parâmetros.
- (d) A opção de investir no *desenvolvimento de um terreno urbano* é, muitas vezes, análoga a uma *opção perpétua de compra americana*.
- (e) O conceito de *irreversibilidade* (parcial ou total) do investimento nos remete ao valor da espera, pois a *espera geralmente é reversível*.

4) Assinale a frase CORRETA. Em opções reais, o chamado *método da neutralidade ao risco*, supõe as seguintes hipóteses de preferências de investidores ou firmas:

- (a) Que as *firmas são neutras ao risco*, mesmo que os investidores sejam avessos ao risco.
- (b) Que, como os investidores, as *firmas são avessas ao risco*.
- (c) *Não especifica* se as firmas são neutras ao risco, nem avessas ao risco e nem amantes de risco.
- (d) Que as firmas são *avessas ao risco no caso do ativo básico*, mas são *neutras ao risco no caso de opções* ou de qualquer função desse ativo básico.
- (e) Que o *prêmio de risco exigido é zero*, já que as opções diversificam o risco.

5) Assinale a afirmativa ERRADA:

- (a) A *tendência neutra ao risco* de um processo estocástico é dada pela taxa livre de risco menos a taxa de dividendos ( $r - \delta$ ). Isso equivale a subtrair um prêmio de risco ( $\pi$ ) da tendência real ( $\alpha$ ) do processo estocástico, isto é,  $r - \delta = \alpha - \pi$ .
- (b) *Mercado incompleto* significa que sempre ocorrerão oportunidades de arbitragem, pois *não existirá nenhuma medida de martingale*. O termo incompleto pode ser visto como sendo a falta dessa medida de martingale.
- (c) O *valor da opção real* perpétua de investir em um projeto que não esteja “deep-in-the-money” *aumenta se a volatilidade do projeto aumentar*, pois o prêmio da espera aumenta. O valor do *gatilho também aumenta* nesse caso.
- (d) Na avaliação de opções reais através da *simulação de Monte Carlo*, se usa a simulação *neutra ao risco* para o processo estocástico do ativo básico e se desconta com a *taxa livre de risco* para calcular o valor presente da opção.
- (e) Pode-se usar a *simulação real* de Monte Carlo do ativo básico para estimar probabilidades de exercício de uma opção e de outros *indicadores que não precisam calcular o valor presente de derivativo*. Mas ela não é usada para valorar uma opção, pois geralmente não sabemos a taxa de desconto ajustada ao risco da opção.

6) Assinale a afirmativa ERRADA:

- (a) Num movimento geométrico Browniano (*MGB*), quando o *horizonte temporal* de previsão *tende a infinito*, a *variância também tende a infinito*.
- (b) Num movimento de reversão à média (*MRM*), quando o horizonte temporal de previsão tende a infinito, a variância não tende a infinito, ela é assintótica.
- (c) Se um ativo básico  $V$  segue um *MGB*, então uma *opção real*  $F(V)$  *também segue um MGB*, desde que  $F$  seja duas vezes diferenciável em relação a  $V$ .

- (d) Se o preço  $P$  segue um MGB e se o valor do projeto  $V$  é *proporcional a  $P$* , i. é,  $V = kP$ , onde  $k > 0$  é uma constante, então  $V$  segue também um *MGB e com os mesmos parâmetros de  $P$*  (volatilidade, tendência, etc.)
- (e) Se  $V$  segue um *processo estocástico de Itô* (que inclui o MGB e o MRM dentre outros) então *qualquer função* duas vezes diferenciável em relação a  $V$  (ex.: opção real) *também segue um processo estocástico de Itô*.

## FOLHA DE RESPOSTAS DA MÚLTIPLA ESCOLHA

**Nome do aluno ou da aluna:**

Questão	Resposta
1	
2	
3	
4	
5	
6	