

IND 2072 - Análise de Investimentos com Opções Reais

PROVA P1- 1º Semestre de 2007 - 10/05/2007

OBS:

- 1) A prova é SEM CONSULTA. A nota da prova é = mínimo{10; pontuação da P1}
- 2) Múltipla escolha: responder na tabela da última folha (escrever a letra escolhida).

Parte I: Problema e Demonstração Pequena (5 pontos).

ATENÇÃO: **escrever o NOME** na folha de papel almaço com o problema e a demonstração!!

1) Problema: Terreno urbano com opção de espera e opção de escala (3 pontos)

Calcule o valor de um terreno urbano vazio que pode ser desenvolvido imediatamente ou ter o desenvolvimento postergado um período. Existem duas opções de escala para desenvolver o terreno: escala com 6 apartamentos e com 9 apartamentos. Considere que o desenvolvimento é instantâneo (ou que os valores/custos estão em valor presente na data de exercício).

Você tem a opção de resolver ou pelo método da neutralidade ao risco (medida equivalente de martingale) ou através do método de não-arbitragem.

Dados:

Valor de um apartamento (uma unidade) em $t = 0$: $V = 100.000$

Valor de um apartamento em $t = 1$ no cenário favorável: $V^+ = 120.000$

Valor de um apartamento em $t = 1$ no cenário desfavorável: $V^- = 90.000$

Custo unitário de desenvolver com 6 unidades: $C_6 = 80.000$

Custo unitário de desenvolver com 9 unidades: $C_9 = 90.000$

Taxa de juros (discreta) livre de risco: $r = 10\%$ ao período

Aluguel prefixado por período, por unidade: $A = 5.000$

Fórmula da probabilidade de martingale de subida q do ativo básico:

$$q = \frac{1 + r - d}{u - d}, \text{ onde: } u = \frac{V^+ + \text{dividendos no cenário } V^+}{V}$$
$$\text{e } d = \frac{V^- + \text{dividendos no cenário } V^-}{V}$$

OBS: Tentem fazer as contas exatas, mas podem deixar indicados quando as contas não forem exatas ou fáceis de fazer. Não vou tirar ponto de quem não fez as contas, só indicou (mas tem de ser indicação clara e lógica).

2) Demonstração pequena: tendência neutra ao risco no MGB (2 pontos):

Provar que se V segue um MGB (movimento geométrico Browniano), então o valor esperado de V num instante futuro t sob medida equivalente de martingale Q é:

$$E^Q[V(t)] = V(0) e^{(\alpha - \pi)t}$$

Onde:

MGB real é dado por: $dV = \alpha V dt + \sigma V dz$

r = taxa livre de risco (% a.a.)

α = taxa de crescimento ou de ganho de capital de V (*drift*, % a.a.)

π = prêmio de risco percentual de V (% a.a.)

$V(0)$ = valor do ativo no instante corrente (em $t = 0$)

Valor esperado real (medida real P) no MGB: $E^P[V(t)] = V(0) e^{\alpha t}$

OBS: todas as taxas estão em tempo contínuo.

Supor $\delta = 0$. Dica: lembrar que com $\delta = 0$ a medida Q é definida tal que $V(0) = e^{-rt} E^Q[V(t)]$ e que $\mu = r + \pi$.

Parte II: Questões conceituais verdadeiro-falso e de múltipla escolha (6,2 pontos).

OBS: A questão verdadeiro-falso vale dois pontos e cada questão múltipla escolha vale 0,7 pontos, fazendo o total de pontos serem 6,2.

3) Assinale V para verdadeiro e F para falso. Cada item vale 0,4 (total de **2 pontos**):

- (a) O valor de uma opção *americana* de compra é sempre maior ou igual (\geq) que uma opção *européia* com as mesmas demais características. A diferença entre essas opções é chamada de *prêmio de exercício antecipado*. ()
- (b) Pode ser ótimo postergar um projeto de VPL (valor presente líquido) *positivo* se existir incerteza sobre o futuro VPL em caso de postergar o projeto, mesmo se o valor esperado do VPL do projeto postergado for o mesmo e a taxa de desconto $\mu > 0$. ()

- (c) Quando o mercado é *completo* existem *uma ou mais* medidas equivalentes de martingale. O mercado é dito *incompleto* quando não existem tais medidas. ()
- (d) Se o valor de uma firma V é proporcional ao preço P de seu produto, $V = k P$, e se P segue um MGB (movimento geométrico Browniano), $dP = \alpha P dt + \sigma P dz$, então V segue um MGB e com os mesmos parâmetros α e σ . ()
- (e) Seja V o valor de um projeto que segue um processo de Itô. Se esse processo for um MGB então o valor da opção real de investir nesse projeto, $F(V)$, também seguirá um MGB, mas não necessariamente com a mesma tendência e volatilidade. ()

4) Assinale a alternativa CORRETA (0,7 pontos):

- (a) Arbitragem é uma operação de compra e venda de ativos, em que o investidor tem baixo risco de perder e grande chance de ganhar.
- (b) Uma das vantagens de trabalhar com retornos em tempo contínuo é que esses retornos podem ser somados, ao contrário do caso de retornos compostos em tempo discreto.
- (c) O gatilho V^* de uma opção real perpétua de investir I num projeto de valor estocástico V é o ponto a partir do qual o VPL fica positivo, isto é, $V^* = I$.
- (d) Assim como o fluxo de caixa descontado (FCD), a teoria das opções reais (OR) também considera o valor da ação ótima sob incerteza. Só que as OR descontam valores futuros com a taxa livre de risco e por isso dão maiores valores que no FCD.

5) Assinale a alternativa ERRADA (0,7 pontos):

- (a) O *prêmio de exercício antecipado* de uma *opção de compra* americana é zero se a taxa de dividendos do ativo básico for igual à zero ($\delta = 0$). Nesse caso, nunca é ótimo o exercício *antecipado* dessa opção de compra.
- (b) O problema de opções reais pode ser visto como um problema de maximização de valor sob incertezas, através do gerenciamento ótimo das flexibilidades (opções reais) disponíveis.

- (c) O método da neutralidade ao risco para valoração de opções assume que o investidor é neutro ao risco. Essa é uma das poucas limitações da teoria das opções.
- (d) Existe uma relação de simetria entre opções americanas de compra e de venda de forma que se temos um software que resolve um tipo de opção, podemos calcular o valor da outra opção com o mesmo software, mas com uma permuta de parâmetros.

6) Assinale a alternativa ERRADA (0,7 pontos):

- (a) A taxa ajustada ao risco de um derivativo $F(V)$ é geralmente *diferente* da taxa ajustada ao risco de V , apesar dos riscos estarem vinculados com uma relação funcional $F(V)$.
- (b) Se os preços seguem um MGB, então num instante futuro qualquer esses preços têm *distribuição lognormal*, com variância que cresce com o horizonte temporal.
- (c) A desigualdade de Jensen diz que se uma função $f(x)$ é convexa (como a maioria das opções), então $E[f(x)] \geq f(E[x])$.
- (d) O preço de um contrato futuro é o valor esperado do futuro preço spot do ativo básico, sob medida de probabilidade *real* P . Caso contrário, haveria arbitragem.

7) Assinale a alternativa ERRADA (0,7 pontos):

- (a) Os preços do mercado futuro e do mercado à vista de uma *commodity* permitem que se faça uma estimativa da taxa de conveniência δ dessa *commodity*.
- (b) O valor de gatilho de exercício de uma opção é aquele ponto ótimo em que o investidor fica indiferente entre exercer ou não essa opção.
- (c) Em equilíbrio, a taxa de desconto da opção real de investir num projeto (opção de compra) é menor que a taxa de desconto ajustada ao risco do projeto (ativo básico).
- (d) O método da neutralidade ao risco faz uma *mudança na medida de probabilidade*, a fim de fazer com que seu retorno esperado seja a taxa livre de risco.

8) Assinale a alternativa ERRADA (0,7 pontos):

- (a) Num processo de *reversão à média* de preços P para um nível de equilíbrio de longo prazo M , se $P(0) > M$, a tendência é os preços subirem, i. é, $E[P(t)] > P(0)$.
- (b) A *forma fraca de eficiência do mercado* está ligada à hipótese Markoviana no sentido que, como os investidores têm as informações sobre as séries de preços passados, então os preços correntes já refletem toda essa informação passada.
- (c) O *lema de Itô* considera um termo adicional que é desprezado na expansão de Taylor. Ele ajuda a determinar a equação diferencial de uma opção $F(V, t)$, já que expande o diferencial dF , relacionando F com as variáveis de estado tais como V e o tempo.
- (d) Um processo estocástico neutro ao risco é um processo em que se substitui a tendência real α por uma tendência neutra ao risco que usualmente é a tendência real α menos um prêmio de risco π .

9) Assinale a alternativa ERRADA (0,7 pontos):

- (a) Um projeto que usa uma *tecnologia flexível*, tais como máquinas padronizadas que podem ser usadas para fabricar diferentes produtos, *ceteris paribus*, tem uma *opção de abandono* mais valiosa do que um projeto com uma tecnologia feita sob medida para fabricar um único produto com a máxima eficiência, quando sua demanda é incerta.
- (b) O uso de *processo de Poisson* permite modelar a chegada de informações de grande impacto, que causam saltos no valor de um ativo básico. Os processos de difusão com saltos são combinações de processos de Poisson com processos de difusão.
- (c) Tanto no movimento geométrico Browniano como no movimento de reversão à média, a variância da variável estocástica cresce sem limites quando o tempo $t \rightarrow \infty$.
- (d) Uma maneira de considerar a sazonalidade num processo estocástico de uma variável estocástica com essa característica é usar uma função periódica (ex.: senoidal) na tendência do processo estocástico.

FOLHA DE RESPOSTAS DA PARTE CONCEITUAL

Nome do aluno ou da aluna:

Verdadeiro-Falso:

Questão	Resposta
3a	V
3b	V
3c	F
3d	V
3e	F

Múltipla Escolha:

Questão	Resposta
4	B
5	C
6	D
7	C
8	A
9	C