

IND 2072 - Análise de Investimentos com Opções Reais

PROVA P2 – 1º Semestre de 2007 - 03/07/2007

OBS:

- 1) A prova é SEM CONSULTA. Nota da prova = mínimo{10; pontuação da P2 + crédito da P1}
- 2) Verdadeiro ou Falso e Múltipla escolha: responder na tabela da última folha (escrever a letra escolhida).

Siglas e Formulário:

* Siglas:

OR = opção real ou opções reais;

r = taxa livre de risco (% ao ano);

δ = taxa de distribuição de fluxos de caixa (*dividend yield*) ou taxa de conveniência (% ao ano);

MGB = movimento geométrico Browniano;

EDP = equação diferencial parcial;

EDO = equação diferencial ordinária;

cc = condições de contorno.

Formulário:

* Se X segue um MGB, então a equação do MGB real é:

$$dX = \alpha X dt + \sigma X dz$$

α = taxa de crescimento ou de ganho de capital de X (*drift*, % a.a.);

σ = volatilidade de X (% a.a.)

dz = incremento de Wiener

* Lema de Itô (subscritos denotam derivadas parciais) para o derivativo F(X, t):

$$dF = F_X dX + \frac{1}{2} F_{XX} (dX)^2 + F_t dt$$

Parte I: Demonstração em duas partes (6 pontos).

ATENÇÃO: escrever o NOME na folha de papel almaço com a demonstração!!

1) Primeira parte da demonstração (3 pontos)

Seja $V(P)$ o valor de um projeto que tem vida infinita e é função do preço P que segue um MGB. Quando produz, o projeto vende por período uma unidade de produto a um preço P e tem um custo operacional constante C , ou seja, produz um fluxo $P - C$ por período (por ano).

Deduza pelo método dos ativos contingentes (*contingent claims*) a EDO do valor $V(P)$ do projeto operando e indique qual seria a EDO do valor do projeto $V(P)$ sem operar (planta parada).

Dica: note que tanto o derivativo V quanto o ativo básico P têm o “termo de dividendos”.

2) Segunda parte da demonstração (3 pontos):

No mesmo problema anterior, escrever as condições de contorno da EDO de $V(P)$ supondo que existe uma opção de parada temporária (opção de “shut-down”) sem custo de parar ou de reativar e sem custo fixo durante o período de parada (lucro operacional = 0 durante a parada). Suponha que o dono da planta agirá otimamente, de forma que podemos escrever o lucro operacional como $\pi = \text{Máx.}[P - C ; 0]$. Aplique as condições de contorno para determinar a solução $V(P)$.

Dicas: (a) No caso particular da planta operar sem nunca parar (sem opção ou sem nunca querer exercer a opção), o valor da planta seria uma perpetuidade que valeria: $P/\delta - C/r$.

(b) Escreva as soluções de $V(P)$ tanto para o caso de $P < C$ quanto de $P > C$ e considere o caso de $P = C$.

OBS: não precisa escrever a *solução* (raízes) da eq. quadrática de β , mas precisa escrever a eq. quadrática, indicar de onde veio e saber se existem raízes negativas, maior que 1 ou não, etc.

Parte II: Questões conceituais verdadeiro-falso e de múltipla escolha (5 pontos).

OBS: A questão verdadeiro-falso vale dois pontos (cada item vale 0,4) e cada questão múltipla escolha vale 0,75 pontos, fazendo o total de pontos serem 5.

3) Assinale V para verdadeiro e F para falso. Cada item vale 0,4 (total de **2 pontos**):

- (a) A EDP de Black-Scholes foi feita para opções européias e não serve para opções americanas. Mas essa EDP é a mesma para os casos de opção de compra e de opção de venda, já que essa distinção de *payoff* de exercício é colocada nas cc. ()
- (b) Nos problemas de opção real em que o ativo básico segue um *processo de Poisson*, combinado ou não com um processo de difusão de Itô, geralmente não se consegue montar um portfólio livre de risco e por isso se assume que os saltos são independentes do mercado, a fim de escrever o retorno do portfólio igual à taxa livre de risco. ()
- (c) Se a distribuição de probabilidades de dV/V , onde V é ativo básico, *depende* do valor corrente de V , então podemos afirmar que a opção $F(V, t; D)$, onde D é o preço de exercício, *não é* homogênea de grau 1 em relação a V e D . ()
- (d) No modelo de *histerese* (entrada e saída) o status da firma (se operando ou não) depende apenas do preço corrente, mas não da história dos preços, desde que os preços sigam um processo estocástico Markoviano. ()
- (e) A simulação neutra ao risco dos processos estocásticos dos ativos básicos em muitos problemas da OR permite calcular o valor presente da OR com a taxa livre de risco. Se tivéssemos a *taxa ajustada ao risco da OR*, poderíamos usar a *simulação real* para calcular o valor presente dessa OR. ()

As questões abaixo são MÚLTIPLA ESCOLHA, assinale apenas uma. Atenção: veja se o enunciado pede a questão correta ou a errada. (**3 pontos**, sendo 0,75 cada)

4) Assinale a alternativa ERRADA (**0,75 pontos**):

- (a) A curva de gatilhos $V^*(t)$ da OR americana finita de investir num projeto de valor V que segue um MGB, é descontínua em $t = T$ (expiração) se $r > \delta$. Mas é contínua em todo $t \in [0, T]$ se $r \leq \delta$.

- (b) O prêmio de exercício antecipado da opção de compra americana pode ser visto como o valor presente dos dividendos capturados com o exercício, abatido dos juros perdidos devido ao pagamento do investimento (preço de exercício) I .
- (c) A EDP $F(V, t)$ de Black-Scholes-Merton depende dos parâmetros livre de risco do MGB, mas não de outros parâmetros tais como a taxa ajustada ao risco de V ou da função *payoff* de exercício da opção.
- (d) No método dos ativos contingentes (*contingent claims*) se monta um portfólio livre de risco, escolhendo um número n de ativos básicos tal que o retorno do portfólio é zero.

5) Assinale a alternativa ERRADA (0,75 pontos):

- (a) Seja o problema do terreno como uma OR perpétua $F(V)$ de desenvolver o terreno para obter um imóvel de valor V , que segue um MGB. Caso o terreno não-desenvolvido pague um *imposto anual* k , esse imposto irá aparecer nas cc., mas não na EDO $F(V)$.
- (b) Se a distribuição de probabilidades de dV/V , onde V é ativo básico, *independe* do valor corrente de V , então podemos afirmar que a opção real $F(V, t)$ é uma função convexa de V .
- (c) Se $F(V)$ é estritamente convexa e V segue um processo de Itô, então um aumento na volatilidade de V , *ceteris paribus*, aumenta $F(V)$. No caso do MGB isso pode ser visto no termo de derivada segunda em que aparece a volatilidade na EDP, pois $F_{VV} > 0$.
- (d) Na programação dinâmica, o caso do problema de *parada ótima* pode ser visto como um problema de decisão binário, escolhendo a cada instante a alternativa mais valiosa entre “parar” (exercer uma opção) e “continuar” (esperar, não exercendo a opção).

6) Assinale a alternativa CORRETA (0,75 pontos):

- (a) No *método integral* de otimização, usam-se algoritmos genéticos para obter os parâmetros que maximizam o valor da integral que representa o valor da OR.

- (b) Se o valor do projeto V e o custo de desenvolvimento D seguem MGBs com *correlação perfeita* ($\rho = 1$), então pode-se afirmar que se o *payoff* de exercício for positivo ($V - D > 0$), então ele será sempre positivo.
- (c) Na solução da EDP pelo *método das diferenças finitas explícitas*, as derivadas parciais são aproximadas por equações de diferenças e substituídas na EDP. A solução é obtida geralmente trabalhando-se *backwards* e assim ele é similar ao método trinomial.
- (d) No *método evolucionário* de otimização, as populações de curvas de gatilho são evoluídas com métodos de computação evolucionária. As curvas de gatilho são avaliadas verificando, por substituição, se elas são soluções da EDP original.

7) Assinale a alternativa ERRADA (0,75 pontos):

- (a) Em problemas de OR com *flexibilidades operacionais* de insumos (*inputs*) e/ou de produtos (*outputs*), tais como o problema do biodiesel, podemos valorar o projeto de forma relativamente simples como uma seqüência de opções europeias, onde a cada período t escolhemos a combinação de inputs e/ou outputs que maximiza o lucro em t .
- (b) No caso clássico da OR análoga à opção americana de Black-Scholes-Merton, dizemos que a opção F está *madura para o exercício imediato* (“deep-in-the-money”) se o valor F for significativamente maior que o VPL de exercício da mesma.
- (c) A *simulação* de Monte Carlo do processo estocástico *real* do ativo básico é útil para estimar probabilidades de exercício de uma opção e outros indicadores que não precisam calcular o valor presente de derivativo. Mas geralmente ela não é usada para valorar uma opção, por não sabermos a taxa de desconto ajustada ao risco da opção.
- (d) Um contrato que tem uma “porta de saída” (*opção de abandono*) sem custo ou a baixo custo, *ceteris paribus*, em geral vale mais do que um contrato sem essa opção. Essa opção é mais importante quanto maior for a incerteza nas variáveis relevantes.

FOLHA DE RESPOSTAS DA PARTE CONCEITUAL

Nome da aluna ou do aluno:

Verdadeiro-Falso:

Questão	Resposta
3a	F
3b	V
3c	F
3d	F
3e	V

Múltipla Escolha:

Questão	Resposta
4	D
5	A
6	C
7	B

Não esqueça de colocar o seu nome!!