

# 1 Introdução

A orçamentação de capital sempre teve extrema importância no campo das Finanças. Os critérios de avaliação utilizados correntemente, representados principalmente pelo fluxo de caixa descontado (FCD), fornecem boas referências e prestam bem o seu serviço em grande parte dos casos. Onde não existem benefícios que tornem válido empregar tempo e dinheiro em seu aperfeiçoamento. Existe, porém, um grupo de projetos específicos, que envolvem altas quantias de investimento, em que é necessária uma melhor reprodução do mundo real. Através da utilização de uma teoria mais complexa que considere a flexibilidade gerencial e a analogia às opções financeiras nos critérios de decisão. Este grupo de projetos inclui, por exemplo, pesquisa e desenvolvimento, exploração de petróleo e metais preciosos (ouro, cobre e outros), telefonia e grandes projetos imobiliários.

Na busca da melhor replicação do mundo real deve-se considerar três características importantes e comuns à maior parte das decisões de investimento, como colocado por Dixit e Pindyck (1994). A primeira delas é a irreversibilidade, que pode ser parcial ou completa. A segunda característica é a incerteza a respeito dos fluxos de caixa futuros do projeto. E a terceira é o *timing* do investimento, importante pelo fato de que em diversos casos é possível aguardar por mais e/ou melhores informações sobre o futuro.

Colocado isto, a intuição indica que ao se aplicar o FCD convencionalmente, como desenvolvido para precificar investimentos em títulos, diversos investimentos serão desfavorecidos. Isto ocorre, exatamente pela dificuldade em capturar a flexibilidade de adaptar, segundo Copeland (2000), e revisar decisões futuras em resposta ao desenvolvimento inesperado do mercado. Conforme Trigeorgis (1996), outra crítica ao modelo tradicional de FCD, é que este assume implicitamente um "cenário esperado" de fluxos de caixa e presume comprometimento passivo da gerência com uma estratégia operacional estática. Este pressuposto não é confirmado na realidade. Onde existem mudanças, incertezas e interações competitivas e, conforme novas informações chegam e a incerteza sobre o mercado se revela, a gerência tem valiosa flexibilidade para alterar a estratégia de operação inicial, podendo capitalizar oportunidades ou reagir para evitar perdas. Ou seja, as decisões são contingenciais e, como colocado

por Amram *et al* (1999), o modo de pensar através de opções pode ser utilizado para se projetar e gerenciar investimentos estratégicos proativamente, reduzindo a exposição à incerteza ou maximizando receitas em caso de cenário positivo.

Diversos tipos de opções operacionais já foram considerados na literatura existente como por exemplo: opção de entrada inicial em operação, de determinação da escala inicial de uma firma com custo de mudança de escala, de escolha entre diversas formas de investimento que oferecem graus de flexibilidade para atender condições futuras, de execução de estágios sucessivos de um projeto multi-estágios, de fechamento temporário e reinício, e opção de saída permanente entre outras. Estas opções acerca de projetos reais são as chamadas Opções Reais. A valoração das diferentes modalidades de opções em projetos da economia real pode ser realizada utilizando-se da analogia entre a oportunidade de investimento e as opções financeiras, permitindo o desenvolvimento de regras de investimento ótimo a partir de métodos já existentes e testados.

Este trabalho de dissertação tem como principal objetivo validar as vantagens sugeridas na utilização da teoria de Opções Reais através de *back-testing*. Para isto foi escolhida a indústria de exploração e produção (E&P) do petróleo. Esta escolha foi motivada por diversos fatores, dentre os quais, destacam-se: os diversos trabalhos acadêmicos já desenvolvidos, principalmente nos Estados Unidos, a alta volatilidade de seu ativo base, o petróleo, a relevante irreversibilidade, a influência do *timing* e das decisões gerenciais e às largas somas de valores envolvidos nos projetos.

O *back-testing* consiste em testes que reproduzem as condições de decisão no passado. Uma vez neste ambiente, a escolha é feita e com os resultados obtidos, pode-se realizar uma análise do resultado à *posteriore*. No caso desta dissertação é escolhido um certo número de anos que terão suas condições reproduzidas para a decisão pelo critério de avaliação de projetos do valor presente líquido (que utiliza o conceito de fluxos de caixa descontados) e pelo critério das Opções Reais. De posse das decisões escolhidas e dos valores reais ocorridos para os preços do petróleo, então é calculado o VPL *ex-post* de cada critério em cada ano de análise.

Nesta dissertação não foram consideradas incertezas técnicas, mas somente a incerteza econômica. Todos os dados de produção, custos operacionais e de impostos fazem parte de um projeto representativo da indústria de E&P nacional

fornecido pela Petrobras . Na análise pela teoria das opções considerou-se que os projetos eram dotados da opção de espera e da opção de escolha entre três alternativas de intensidade. O preço real do petróleo em dólares americanos teve seu comportamento assumido como um Movimento Geométrico Browniano.

Cabe ressaltar que este trabalho se insere em um novo ambiente de competição na indústria nacional de petróleo e gás natural fundamentado pela Lei nº 9.478, de 1997, conhecida como Lei do Petróleo, que entre outras modificações criou a Agência Nacional do Petróleo, a ANP, que tem como uma de suas principais atribuições a promoção de licitações para a concessão de blocos destinados à exploração de petróleo e de gás natural. Então, de acordo com este novo modelo, o Estado, detentor dos recursos minerais, transfere as atividades de exploração e produção a empresas, por meio de contratos de concessão, que são celebrados com a ANP (Agência Nacional de Petróleo, 2002). O estabelecimento deste novo paradigma de competição cria a demanda por modelos cada vez mais acurados de valoração de projetos de exploração, desenvolvimento e produção dos campos de petróleo, utilizados para balizar os lances de cada empresa nas licitações. Esta demanda crescente pode ser ilustrada por dados da ANP, reproduzidos no anexo nos quadros AN.1 a AN.3, que mostram que ao fim de 2001 a ANP administrava 391 contratos de concessão e que à partir da Primeira Rodada, em 1999, até a Terceira Rodada, em 2001, os blocos exploratórios licitados passaram de 12 para 34.

Outro modo de entender o crescimento da demanda por modelos mais próximos da realidade para análise de investimentos, seria considerar o aumento crescente, de 6,5% ao ano em média de 1992 a, das reservas provadas correspondentes a 8,5 bilhões de barris em 2001, e os altos custos de investimento gerados principalmente pelo fato da alta percentagem destas em alto mar , mais precisamente 89,3% do total (ver Anexo: Dados Estatísticos da Indústria do Petróleo). Ou seja, é de grande valia a apresentação de testes e resultados empíricos que ajudem a validar modelos para precificar mais corretamente os projetos de exploração e produção de poços e conseqüentemente os campos de petróleo que estão indo à leilão, dado que somente a Petrobras, como maior empresa do setor de óleo e gás no país, deverá investir cerca de US\$32 bilhões até 2005, sendo US\$15 bilhões em exploração e produção. (Goldberg, 2002).

A motivação para a realização de um trabalho com o objetivo de validar a teoria das Opções Reais está pormenorizada no capítulo 2, onde é apresentado o estado da arte dos critérios para tomada de decisões de investimento mais utilizados no mercado, como o Tempo de Recuperação do projeto, a Taxa de Retorno Contábil, a Taxa Interna de Retorno e o Fluxo de Caixa Descontado, que pode ser utilizado através da Taxa Interna de Retorno ou do Valor Presente Líquido, sendo este último critério colocado como maior representante da prática corrente. Para o melhor entendimento da teoria das Opções Reais, neste capítulo também se fornece uma revisão teórica da base matemática estocástica e apresentam-se duas importantes ferramentas de modelagem dos problemas ao utilizar a teoria.

Ainda no segundo capítulo é apresentada a revisão bibliográfica de dois textos que servem de plataforma para a confecção do modelo utilizado nos testes para validação das vantagens teóricas do critério das Opções Reais na decisão de investimentos, no caso em campos de petróleo não desenvolvidos. Além de um terceiro artigo que estabelece referência para assumir o movimento Geométrico Browniano (MGB) como processo estocástico da evolução dos preços do petróleo ao longo do tempo.

O desenvolvimento da modelagem do *back-testing* para validar o método das Opções Reais, se encontra no capítulo 3. A descrição considera os dados de entrada necessários e a explicação do modelo propriamente dito, com as principais premissas adotadas explicitadas e os critérios de decisão exemplificados. Neste capítulo, um maior detalhamento é fornecido no caso do critério das Opções Reais, onde a dedução da equação diferencial parcial através de *Contingent Claims*, e a sua solução pelo método numérico das diferenças finitas explícito são apresentadas. A solução da equação segue a linha utilizada por Dixit (1993), representada por um gráfico de fronteiras de gatilho para escolha da melhor alternativa, porém nesta dissertação foi incluída a variável tempo.

No capítulo 4, onde é feita a apresentação do *back-testing* e de seus resultados, está a efetiva contribuição desta dissertação. Inicialmente são delineados os dois casos base, o de características do projeto e investimento constantes e o de *moneyness* constante a cada ano, com suas características e intuições. Além de parâmetros importantes como as curvas de produção de petróleo, os preços do petróleo, a taxa livre de risco, o investimento para

desenvolvimento do campo, o tratamento da inflação e o preço de referência para exercício da opção. Os resultados dos testes para os anos de 1970 a 1990, considerando um campo representativo da indústria brasileira de petróleo, são exibidos para cada uma das modalidades de teste e para as análises de sensibilidade.

Os resultados se mostraram positivos no sentido de validar as vantagens teóricas da teoria das Opções Reais na prática. Na primeira das duas modalidades de teste, apesar de o resultado do somatório do critério das Opções Reais ter superado o do critério do VPL existe uma grande sensibilidade ao intervalo de anos em que o *back-testing* é realizado, o que reduz sua capacidade de validação. Já na segunda modalidade os resultados foram conclusivos em relação à superioridade da utilização das Opções Reais, como comprovam o somatório dos VPLs *ex-post* bem superior ao do método do VPL e com baixa sensibilidade em relação ao período de testes escolhido.

Por fim, o capítulo 5 apresenta um último comentário sobre a contribuição desta dissertação, as considerações finais do autor e as sugestões para extensão deste trabalho ou para trabalhos futuros que pretendam seguir esta mesma linha de pesquisa científica.

## **2 Análise de Investimentos, Introdução às Opções Reais e Revisão Bibliográfica**

### **2.1.**

#### **Análise de Investimentos**

A área de análise de investimentos sempre recebeu grande atenção por parte dos profissionais do ramo de finanças. O que é perfeitamente compreensível, já que análises enviesadas podem levar a não participação em projetos rentáveis ou até mesmo a grandes prejuízos, especialmente nos investimentos em desenvolvimento de campos de petróleo, objeto desta dissertação.

Na primeira seção deste capítulo são apresentados, de maneira breve, os principais métodos utilizados atualmente na prática para análise de investimentos. São comentadas as principais vantagens e desvantagens do método do Tempo de Recuperação, Taxa de Retorno Contábil e do Fluxo de Caixa Descontado, que inclui o Valor Presente Líquido (VPL) e a Taxa Interna de Retorno (TIR). Posteriormente discute-se a necessidade de incluir a flexibilidade gerencial nos critérios de avaliações por parte dos gerentes, ou mais especificamente, a necessidade de formalização da análise subjetiva que grande parte dos gerentes utilizam qualitativamente, e a introdução da analogia entre a possibilidade de investir em um projeto real com diversas opções e as opções financeiras. Vale adiantar que as discussões citadas formaram o ambiente que propiciou o aparecimento da teoria de Opções Reais.

#### **2.1.1.**

##### **Métodos usuais para análise de investimentos**

Inicialmente é necessário definir o investimento. Este é o ato de incorrer em custo imediato na expectativa de receitas futuras, ou ainda, o ato do pagamento para se desobrigar de compromissos contratuais na expectativa de redução de perdas futuras.

Para tornar a definição mais completa é válido explicitar que a maioria das decisões de investimentos têm três características importantes em comum, como colocado por Dixit e Pindyck (1994), que definem o investimento ótimo. A

primeira delas é a irreversibilidade, que pode ser parcial ou completa, advinda do fato de o investimento inicial não ser recuperável, total ou parcialmente. A segunda característica é a incerteza, que os fluxos futuros de receita do investimento possuem. A terceira é o *timing* do investimento, importante pelo fato de que em diversos casos é possível aguardar por mais e/ou melhores informações sobre o futuro.

Passa-se agora para a apresentação do *status quo* dos critérios para tomada de decisões de investimento. Para isto será escolhido um grupo de quatro métodos, que são bastante utilizados na prática pelos analistas e gerentes das empresas. A escolha deste grupo é baseada nas palavras de Brealey e Myers (2000), "além do VPL, as empresas utilizam outras três medidas para realizar decisões de investimento. O Tempo de Recuperação do projeto, o *Book Rate of Return*, ou taxa de retorno contábil, e a Taxa Interna de Retorno."

O primeiro a ser apresentado é o, largamente utilizado pelas empresas, Valor Presente Líquido (VPL) que faz parte do método do Fluxo de Caixa Descontado (FCD). Este critério consiste inicialmente no cálculo do valor presente das despesas de investimento. Em seguida calcula-se o valor presente dos fluxos futuros de receita esperados pela firma, previstos com base em premissas da empresa e dados do setor e da economia como um todo, descontados a uma taxa de juros ajustada ao risco. Este valor presente, subtraído do valor presente do investimento, gera o valor presente líquido, que pode ser compreendido como o valor que será adicionado ao valor da empresa em caso de aceitação do projeto<sup>1</sup>. A regra de decisão determina que caso este seja positivo o investimento será recomendado, caso contrário não.

A aplicação deste critério, apesar da exposição simplória acima, demanda bastante conhecimento acerca do estado da economia e sobre o ramo ou indústria em questão, para a correta determinação dos fluxos de caixa. Além de requisitar também muito estudo à respeito da taxa de juros ajustada ao risco utilizada para desconto dos fluxos de caixa. A determinação desta taxa de juros ajustada é, por si só, objeto de uma vasta literatura e não é objeto desta dissertação aprofundar-se em sua discussão. Porém vale dizer que neste trabalho, a utilização do VPL implicará a simplificação de que a taxa de desconto é única e constante no tempo.

---

<sup>1</sup> Esta afirmação, obviamente, parte do pressuposto de que a teoria do VPL funciona perfeitamente. O que como será visto mais adiante, não está sempre correto.

A teoria do Valor presente Líquido parte do mesmo princípio que a teoria desenvolvida por Tobin (1969) que compara o valor capitalizado do investimento marginal, observado diretamente em mercado secundário, caso exista, ou através do valor presente esperado do fluxo de caixa futuros, com o custo de aquisição. A razão do valor pelo custo do investimento é chamado de  $q$  de Tobin e governa a decisão de investimento.

A Taxa de Recuperação (*Payback*) representa o intervalo de tempo para que o valor acumulado dos fluxos de caixa previstos iguale o investimento inicial. Após atingida esta igualdade e determinado o Tempo de Recuperação, o critério não reconhece nenhum outro fluxo de caixa. Além disto trata igualmente todos os fluxos de caixa sem levar em conta o valor da moeda no tempo, ou seja ignora o custo de oportunidade do investimento. Possui como variação o Tempo de Recuperação Descontado que resolve a segunda questão apresentada, seu valor é determinado pelo momento em que os fluxos de caixa descontados igualam o valor presente do investimento inicial, ou seja o período em que VPL se torna maior ou igual a zero. Porém a primeira problemática, de não considerar os fluxos de caixa posteriores a data de *payback*, persiste.

O *Book Rate of Return*, ou Taxa de Retorno Contábil Média é utilizado por gerentes financeiros devido a facilidade de obtenção de dados. Neste critério os números são retirados diretamente dos balanços financeiros para calcular a taxa de retorno em um determinado investimento. A medida consiste na razão entre o valor contábil da receita e o valor contábil dos ativos.

A principal fraqueza deste último critério se deve ao fato de que os valores determinados por regras contábeis são diferentes dos fluxos de caixa que ocorrem realmente, como por exemplo no caso da diferença inserida artificialmente entre despesas operacionais, contabilizadas diretamente, e investimentos de capital, depreciados por um período arbitrário de tempo estabelecido por normas e/ou leis contábeis. Na realidade, a qualidade do investimento não depende de como se qualificam contabilmente os fluxos de caixas, somente as conseqüências fiscais da legislação em vigor podem e devem ser levadas em consideração. Contudo vale dizer que diversos acionistas, fornecem grande atenção aos índices contábeis de rentabilidade para tomar decisões de compra ou venda de ações, e logo a gerência deve prestar grande cuidado em caso de projetos que irão afetar a Taxa de Retorno Contábil Média da empresa.

A Taxa Interna de Retorno (TIR, ou em inglês *Internal Rate of Return*) segue a mesma metodologia de fluxos de caixa descontados que o VPL utiliza. Matematicamente, a TIR de um projeto consiste na taxa de desconto que leva seu VPL a zero. Este critério pode ser muito útil durante as decisões de investimento, porém deve ser bem compreendido antes de aplicado ou, como colocado por Brealey e Myers (2000) a TIR "deve sempre mostrar se o projeto acrescenta riqueza ao acionista, mas possui algumas armadilhas".

Na realidade o VPL pode ser identicamente expresso sob a forma de TIR, desde que ao invés de verificar se o VPL é positivo, o método comparar a taxa de retorno interna com o custo de oportunidade de capital. Para isto deve ser esclarecido inicialmente se ocorre um investimento ou um empréstimo. Este esclarecimento é essencial para saber se a regra de aceitação do projeto é a taxa de retorno interna ser maior ou menor que o custo de oportunidade. Por exemplo somente será investido dinheiro em um projeto se a sua TIR for maior que o retorno obtido ao aplicar o valor em um fundo de renda fixa (considerado aqui livre de risco<sup>2</sup>), porém um empréstimo só será tomado se a taxa de juros paga (a TIR do empréstimo) for menor que a taxa de juros requisitada pelo mercado de crédito.

Um segundo problema da Taxa Interna de Retorno é a possibilidade de obtenção de múltiplos valores, mais especificamente uma TIR para cada variação de sinal nos fluxos de caixa ao longo do tempo (também conhecido na literatura como problema das múltiplas raízes do polinômio). Além disto, no caso de projetos mutuamente exclusivos não é levado em conta o valor financeiro de cada projeto, mas somente a taxa interna de retorno percentual, por exemplo projetos com valor presente líquido na ordem de milhões de dólares seriam comparados aos de ordem de centenas de dólares sem nenhuma distinção (com a ressalva de que fazendo o fluxo de caixa incremental resolve-se este problema).

Ainda comentando sobre a TIR, pode-se citar também a problemática da simplificação à respeito do custo de oportunidade do capital, pois ao considerá-lo constante no tempo foge-se da realidade, esta crítica é válida também para o VPL pois a taxa de desconto ajustada ao risco também, diferente do que ocorre no mundo real, é considerada constante. A solução para o critério da taxa interna de

---

<sup>2</sup> as melhores *proxys* no Brasil para esta taxa de retorno são a taxa de CDI, Selic ou poupança.

retorno seria considerar a estrutura de termo da taxa de juros, ou considerar a taxa de desconto como uma variável estocástica.

Apesar de todas as críticas e das dificuldades em sua utilização, a vantagem do critério da TIR é que quando utilizado corretamente fornece resultados equivalentes ao VPL e proporciona mais fácil compreensão dos mesmos, já que os gerentes e as pessoas em geral estão acostumadas a utilizar percentuais de retorno na vida cotidiana.

Discutindo sobre qual a técnica mais utilizada em geral no mercado e corroborando o ponto de vista desta dissertação, vale citar Brealey e Myers (2000): "Hoje em dia poucas grandes corporações utilizam o Tempo de Recuperação ou Taxa de Retorno Contábil Média como medida principal de atratividade do projeto. A maioria utiliza fluxo de caixa descontado, e para a maioria delas isto significa TIR, e não VPL. O que é intrigante, mas parece ser devido à maior simplicidade de explicar a TIR para gerentes não financeiros...Mas uma companhia que instrua seus gerentes não financeiros a olhar primeiro para o TIR, leva à uma busca pelo projeto com maior TIR...E onde é achado a maior taxa interna de retorno? Em ativos de curto prazo com pouco investimento inicial. E Estes projetos podem não agregar muito valor da firma".

Copeland e Antikarov (2000) confirmam o paradigma do predomínio da utilização do fluxo de caixa descontado na prática de análises, e ressaltam que o Valor Presente Líquido é a ferramenta mais utilizada pelas grandes empresas. Apesar da divergência com Brealey e Myers (2000) sobre o fato de ser o VPL ou a TIR o método mais usado, a maior frequência de utilização do FCD é confirmada.

Porém a assimilação das técnicas de fluxo de caixa descontado não foi instantânea, conforme Copeland e Antikarov (2000) apresentam, Klamer (1972) relatou que um levantamento feito junto a 100 empresas indicou que em 1959, apenas 19% delas aplicava técnicas de VPL, mas em 1970 já 57% delas as empregavam. Além disto quase dez anos depois, Schall, Sundem e Geijsbeek (1978) tomaram uma amostragem de 424 grandes empresas e verificaram que 86% das que responderam recorriam ao VPL. Concluindo que foram necessárias quase duas décadas para que o método fosse amplamente aceito, lembrando ainda que essa taxa de adoção foi influenciada pelo surgimento das calculadoras de bolso e dos micro computadores.

### 2.1.2.

#### **Necessidade de maior flexibilidade nas análises**

Para introduzir a necessidade de flexibilidade nas análises de investimentos em projetos, vale lembrar que as técnicas de FCD foram originalmente desenvolvidas para valorar investimentos passivos em títulos. E como se sabe um título é composto de *coupons* e valor de resgate do principal predeterminados, ou seja o fluxo de receitas futuras é único e conhecido, fora casos extraordinários de renegociações unilaterais compulsórias e *defaults*, restando apenas a determinação da taxa de desconto ajustada ao risco.

Colocado isto, a intuição é de que ao se aplicar o FCD convencionalmente os investimentos com adaptabilidade operacional e estratégica serão desfavorecidos. Segundo diversos especialistas e a literatura recente isto realmente ocorre, e a flexibilidade de diferir, abandonar, ou alterar o projeto entre outras, terminam por ser ignoradas. Vale dizer, porém, que para negociadores de títulos, a aplicação de técnicas passivas de FCD continua o conceito dominante.

Seguindo a linha de análise, Trigeorgis (1996) reforça a idéia de flexibilidade, o que pareceria óbvio à nível conceptual. Porém à nível de aplicação, gerentes há muito tempo intuem que tanto flexibilidade operacional quanto estratégica, como por exemplo a opção de alterar um curso de ação planejado no futuro dadas as informações disponíveis no momento, são elementos importantes na avaliação e decisões de planejamento.

Exatamente pela dificuldade em capturar a flexibilidade de adaptar e revisar decisões futuras em resposta ao desenvolvimento inesperado do mercado, Trigeorgis (1996) critica a abordagem do fluxo de caixa descontado, que abrange as regras do VPL e da TIR. Ou melhor explicando, o autor ataca o fato de que o FCD tradicional assume implicitamente um "cenário esperado" de fluxos e presume comprometimento passivo da gerência com uma estratégia operacional estática (por exemplo, iniciar um projeto imediatamente e operá-lo continuamente em uma escala base até o final de sua vida-útil esperada). Este pressuposto não é confirmado na realidade, onde existem mudanças, incerteza e interações competitivas, e conforme novas informações chegarem e a incerteza sobre o mercado for se revelando, a gerência terá valiosa flexibilidade para alterar estratégia de operação inicial, podendo capitalizar oportunidades ou reagir para

evitar perdas. Podendo, por exemplo, tomar decisões de diferir, expandir, contrair, abandonar, entre outras.

Trigeorgis (1996), porém, não sugere uma forma completamente nova de análise, mas uma adaptação ao critério do VPL tradicional (chamado também de estático ou passivo), que após ter o valor da opção de flexibilidade gerencial e interações estratégicas adicionado, passa a ser chamado de VPL expandido ou estratégico.

Na mesma direção, Dixit e Pindyck (1994), ressaltam a importância da irreversibilidade e a possibilidade de adiamento na maioria dos investimentos do mundo real. Uma literatura cada vez mais extensa tem mostrado que a habilidade de adiar um investimento irreversível pode afetar profundamente a decisão de investir. Isto mina a teoria do VPL simples (ou estático) e logo o fundamento teórico do padrão de modelos neoclássicos de investimento .

Dixit e Pindyck (1994) salientam a semelhança entre a oportunidade de investir e uma opção de compra financeira (*call*), ou seja, por definição quando é exercida a opção americana, se desiste da possibilidade de esperar por novas informações que podem afetar o desejo ou *timing* do investimento. Assim como Trigeorgis (1996), eles sugerem também que a regra do VPL deveria ser modificada, passando-se a requisitar o excesso de retorno, sobre o custo de investimento e instalação, por um valor maior que o de manter a opção viva.

Baseados em estudos, Dixit e Pindyck (1994) mostram que o custo de oportunidade de investir, já acrescido do valor de manter a opção viva, pode ser alto, e regras de investimento que ignorem isto podem estar erradas. Este custo de oportunidade é altamente sensível à incerteza sobre o valor futuro do projeto, logo mudando as condições econômicas que afetam o risco e aumentam a volatilidade acerca dos fluxos futuros de caixa podem ter grande impacto no dispêndio do investimento, mais alto por exemplo que uma mudança na taxa de juros ou na política tributária. Esta sensibilidade diferenciada pode, segundo os autores, ajudar a explicar porque a teoria neoclássica de investimentos (que tem como base o VPL) tem fornecido previsões excessivamente otimistas da efetividade da taxa de juros e de políticas de impostos em estimular investimentos.

Outra vantagem da inclusão da flexibilidade e da analogia às opções financeiras aos processos de análise de investimentos, é que além de representar melhor a realidade, tem potencial de melhor considerar as áreas de competição e

estratégia, pois estará considerando vantagens competitivas sustentáveis resultantes de patentes, propriedades tecnológicas, propriedade de recursos naturais valiosos, reputação ou marca, escala, poder de mercado e opções de crescimento.

Ainda à respeito das vantagens citadas, Trigeorgis (1996) explica que planejamento estratégico pode ser melhor enxergado como o reconhecimento explícito, criação e gerência (do exercício ótimo) do portfólio de opções reais da firma. Considerando somente a teoria da orçamentação de capital limitado, estaria se encorajando a gerência a examinar vários projetos e achar maior VPL total combinado. Pois a teoria de finanças padrão indica seleção de projetos com VPL positivo, como se a gerência tivesse de tomar decisões independentes de aceitar ou rejeitar projetos. Porém a prática, novamente avançada em relação à teoria, mostra que bons gerentes já valoram a presença de interações entre os vários projetos. Como sinergias entre projetos paralelos ou interdependências entre projetos ao longo do tempo (opções de crescimento). Mesmo sem capital limitado eles entendem que projetos que interagem devem ser valorados conjuntamente. Amram e Kulatilaka (1999) corroboram a idéia colocada, estabelecendo que projetos estrategicamente importantes normalmente não passam nos testes financeiros comuns. O que leva os analistas a uma jornada para justificar suas intuições.

A precificação de diferentes modalidades de opções em projetos da economia real pode ser realizada à partir da analogia entre a oportunidade de investimento e as opções financeiras, permitindo o desenvolvimento de regras de investimento ótimo à partir de métodos já existentes e testados. Diversos tipos de opções já foram consideradas na literatura existente, como por exemplo: opção de entrada inicial em operação, de determinação da escala inicial de uma firma com custo de mudança de escala, de escolha entre diversas formas de investimento que oferecem graus de flexibilidade para atender condições futuras, de execução de estágios sucessivos de um projeto multi-estágios, de fechamento temporário e reinício, e opção de saída permanente entre outras. Estas opções acerca de projetos reais são chamadas então de Opções Reais<sup>3</sup>.

## 2.2.

### Método das Opções Reais

A análise acima levanta críticas aos modelos atuais de análise de decisões. Porém deve ser lembrado que mesmo com suas limitações, os métodos de análises de decisões mais utilizados atualmente servem de excelente referência para os gerentes e analistas, fornecendo na maioria dos casos resultados bem robustos e sem benefício suficiente a ser gerado se forem levados em consideração os custos de aperfeiçoamento. Resta portanto o grupo de projetos específicos onde é válida a utilização das Opções Reais, que possui entre seus membros principalmente investimentos com altos valores e retornos com grande incerteza, como por exemplo em pesquisa e desenvolvimento, exploração de petróleo e metais preciosos (ouro, cobre e outros), telefonia e grandes projetos imobiliários.

É válido colocar que diversas empresas importantes já estão evoluindo para o uso das Opções Reais, como mostra o estudo de Graham e Harvey (1999). Nesta pesquisa os autores obtiveram resposta de 392 CFO's (Chief Financial Officers), estes profissionais pertenciam ou a empresas cadastradas no Financial Executives Institute e/ou que fizeram parte da lista Fortune 500 de 1998 (não há como ter certeza das percentagens pois as respostas foram recebidas por uma terceira parte responsável por torná-las anônimas). O artigo conclui que a maioria das firmas utiliza técnicas de valor presente para avaliar novos projetos. E apesar de não ter como comprovar a veracidade das respostas, ou seja, na realidade esta sendo considerado o que os CFO's acreditam que fazem e não efetivamente o que esta sendo feito em suas firmas, a pesquisa mostra que 26.9% dos executivos consultados sempre ou quase sempre incorporam as Opções Reais à sua avaliação.

Esta segunda seção do capítulo 2 trata mais diretamente da teoria das Opções Reais. Fornecendo em uma primeira parte a revisão teórica da base matemática estocástica necessária para seu entendimento. À seguir apresenta-se as duas principais ferramentas de modelagem dos problemas desta teoria, a Programação Dinâmica e a análise por Contingent Claims, sendo que, por ser a

---

<sup>3</sup> À título de curiosidade vale dizer que segundo Amram et al. (1999) o termo Opções Reais foi utilizado inicialmente por Stewart Myers.

ferramenta escolhida para modelagem nesta dissertação, a última é exibida com maior detalhes.

### 2.2.1.

#### **Base matemática**

A teoria das Opções Reais como já explicado, precifica a opção de investimento em um projeto real partindo da analogia a uma opção financeira, ou mais especificamente à uma opção de compra americana. Para realizar esta tarefa é válido expor brevemente a base matemática requisitada para entender como é obtida a equação diferencial parcial que representa o valor desta opção de compra americana. A apresentação compreenderá, na ordem, o processo estocástico, o processo estocástico de Markov, o processo estocástico de Ito, o processo estocástico de Wiener, o Movimento Geométrico Browniano e o teorema fundamental do cálculo estocástico, ou Lema de Ito. Segue a apresentação:

- Processo Estocástico

O processo estocástico pode ser entendido como a tentativa de descrever uma variável que se desenvolve no tempo de uma maneira parcialmente (ou totalmente) aleatória e imprevisível. Este processo é definido por uma lei de probabilidade para a evolução desta variável no tempo.

Os processos estocásticos podem ser qualificados como estacionários, quando as propriedades estatísticas (média e variância) da variável são constantes ao longo do tempo, ou não-estacionários, onde o valor esperado pode crescer sem fronteira. Estes processos podem ser ainda definidos em tempo contínuo ou discreto.

- Processo de Markov

O processo de Markov é definido como o processo estocástico onde somente o valor atual de uma variável é relevante para se prever os valores futuros. Esta premissa simplifica a análise dos processos estocásticos, como no caso dos preços de ações, que geralmente são modelados usando este processo (Dixit e Pindyck, 1994). Ou seja se o preço de uma ação segue um processo de Markov, as previsões sobre a flutuação futura dos preços desta ação não devem levar em conta a flutuação ocorrida no passado. A única informação importante que temos para avaliar esta ação é o preço disponível no presente. O mesmo é

válido para o caso de valores futuros expressos em termos de distribuições de probabilidades, quando a propriedade de Markov estabelece que a distribuição de probabilidades dos preços em qualquer tempo no futuro depende única e exclusivamente do preço atual da ação.

Vale acrescentar que a consideração da propriedade de Markov para o preço das ações, somente se torna correta se for considerada a Forma Fraca da Eficiência de Mercado, onde o preço atual da ação já reflete plenamente todas as informações que estão contidas na seqüência histórica do preço. Consequentemente, se a propriedade de Markov se verificasse, não existiria nenhum benefício em utilizar séries históricas dos preços para prever as movimentações futuras no valor de mercado das ações.

- Processo de Ito

Os Processos de Ito são processos de Markov em tempo contínuo, e podem ser utilizados para representar a dinâmica do valor de um projeto, preços de venda de mercadorias, preços de compra de materiais e outras variáveis que se desenvolvem estocasticamente através do tempo e que afetam a decisão de investir.

Uma das primeiras dificuldades destes processos é não possuírem uma derivada convencional em relação ao tempo, ou seja, que não pode ser manipulada usando-se as regras ordinárias de cálculo. Para isto é usado o Lema de Ito, que será apresentado mais abaixo.

- Processo de Wiener

O processo de Wiener, também conhecido como Movimento Browniano, faz parte da classe de processos estocásticos de Ito, e possuem três características principais como colocado por Dixit e Pindyck (1994): É um processo de Markov; tem incrementos independentes, ou seja, a distribuição de probabilidade para a mudança no processo em qualquer intervalo de tempo é independente de todos os outros intervalos de tempo; e mudanças no processo em qualquer intervalo de tempo são normalmente distribuídas, com uma variância que aumenta linearmente com o intervalo de tempo considerado.

O Movimento Browniano, ou mais genericamente o processo de Ito, pode ser representado pela seguinte equação:

$$dx = a(x,t)dt + b(x,t)dz \quad (2.1)$$

A derivada  $dt$  é considerada infinitesimalmente pequena, o que faz com que toda vez que for elevada por um número maior que um, o resultado seja zero.

$$dt^n = 0 \quad \text{se } n > 1 \quad (2.2)$$

O que este resultado apresenta na realidade é quantificação da intuição de que as derivadas de magnitude  $dt$  são as magnitudes relevantes, e que  $dt^n$  para  $n > 1$  são de menor ordem de magnitude e podem ser ignoradas.

Além disto,  $dz$  é definido como a derivada do processo padrão de Gauss-Wiener, por vezes chamado somente de incremento de Wiener):

$$dz = \varepsilon \cdot \sqrt{dt} \quad ; \quad \text{onde } \varepsilon \approx N(0,1) \quad (2.3)$$

Logo  $dz$  segue uma distribuição normal com variância  $dt$ , como desenvolvido abaixo<sup>4</sup>:

$$E[dz] = E[\varepsilon] \cdot \sqrt{dt} = 0$$

$$\text{Var}[dz] = \text{Var}[\varepsilon \cdot \sqrt{dt}] = (\sqrt{dt})^2 \cdot \text{Var}[\varepsilon] = dt \cdot \text{Var}[\varepsilon] = dt$$

$$\text{Var}[dz] = E[(dz - E[dz])^2] = E[dz^2] = dt$$

$$\text{Var}[dz^2] = 0 \Rightarrow E[(dz^2 - E[dz^2])^2] = 0 \Rightarrow dz^2 = E[dz^2] \therefore dz^2 = dt \quad (2.4)$$

#### - Movimento Geométrico Browniano

O Movimento Geométrico Browniano (MGB) é um caso particular do Processo de Ito descrito pela eq. (2.1). Geralmente é o processo utilizado para modelar preço de ações, taxas de juros, preços de produtos e outras variáveis financeira e econômicas (Dixit e Pindyck, 1994). E como será explicitado no próximo capítulo, será utilizado como *proxy* do comportamento do preço do petróleo ao longo do tempo nesta dissertação.

No MGB os parâmetros que multiplicam as derivadas  $dt$  e  $dz$  são chamados de *drift* e variância, e são dados por:

<sup>4</sup> Este resultado será utilizado mais à frente porém para maiores explicações de sua prova, ou seja do desenvolvimento para explicitar o fato de que a variância de  $dz^2$  é igual a zero, verificar Apêndice de Smith (1979).

$$\begin{aligned} a(x, t) &= \alpha x \\ b(x, t) &= \sigma x \end{aligned} \quad (2.5)$$

A escolha do Movimento Geométrico Browniano deve ser feita considerando a possibilidade do processo divergir levando  $x(t)$  para o infinito, devido à esta restrição alguns modelos que seguem o MGB podem não ser muito realistas.

- Lema de Ito

Conforme dito anteriormente, o processo de Ito é contínuo no tempo e não diferenciável pelas regras ordinárias de cálculo. Porém para calcular o valor de uma opção é necessário antes achar algumas derivadas e integrais que têm como argumento Processos de Ito. Para resolver esta problemática é necessário utilizar o Lema de Ito, ou como também conhecido, o Teorema Fundamental do Cálculo Estocástico.

O Lema de Ito pode ser entendido como uma versão da Expansão de Taylor para o cálculo estocástico (Dixit e Pindyck (1994)). Para ilustrar sua utilidade prática será considerada abaixo a variável  $x(t)$ , que segue um Processo de Ito, ou Movimento Browniano Generalizado, onde  $dz$  novamente representa o incremento de Wiener, conforme na eq.(2.1).

Considera-se também a função  $F(x,t)$  que é diferenciável ao menos duas vezes em relação à  $x$  e uma vez em relação à  $t$ . Utilizando o Lema de Ito, sua derivada será:

$$dF = \frac{\partial F}{\partial x} dx + \frac{\partial F}{\partial t} dt + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} dx^2 + \frac{1}{6} \frac{\partial^3 F}{\partial x^3} dx^3 + \dots \quad (2.6)$$

Sabendo-se que pela eq.(2.2):  $dt^n = 0$  para  $n > 1$ ; e que pela eq.(2.4):  $dz^2 = dt$ .

Obtém-se:

$$\begin{aligned} dx^2 &= a^2(x, t)dt^2 + b^2(x, t)dt + a(x, t)b(x, t)dt^{3/2} = b^2(x, t)dt; \\ dx^3 &= (dx^2)^{3/2} = b^3(x, t)dt^{3/2} = 0; \\ n > 2 &\Rightarrow dx^n = 0 \end{aligned}$$

Então pelo Lema de Ito encontra-se a derivada da função F. Este resultado obtido será utilizado mais adiante nesta dissertação.

$$\begin{aligned} dF &= \frac{\partial F}{\partial x}(a(x, t)dt + b(x, t)dz) + \frac{\partial F}{\partial t}dt + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} b^2(x, t)dt \\ dF &= \left[ \frac{\partial F}{\partial t} + a(x, t) \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} b^2(x, t) \right] dt + b(x, t) \frac{\partial F}{\partial x} dz \end{aligned} \quad (2.7)$$

### 2.1.2.

#### Ferramentas de modelagem dos problemas de Opções Reais

Após as definições da subseção anterior, o próximo passo para a obtenção da equação diferencial parcial, que representa o valor da opção de investimento, é entender como realizar a modelagem matemática da decisão de investimento. Com este objetivo as duas principais ferramentas de modelagem, segundo Dixit e Pindyck (1994), Programação Dinâmica e a Contingent Claims Analysis são apresentadas nesta subseção. Além disto, é apresentada uma comparação entre as duas ferramentas, mostrando que apesar de serem semelhantes, fazem considerações distintas sobre mercados financeiros e taxas de desconto utilizadas pelas firmas para valorar fluxos de caixa futuros.

##### - Programação Dinâmica

A programação dinâmica é um modo sistemático de realizar comparações entre decisões dinâmicas (Dixit e Pindyck, 1994). Como por exemplo no caso simples da decisão de uma firma entre a decisão de investimento no período imediato e a decisão de espera, representada por uma função de valoração que engloba as conseqüências de todas as decisões subsequentes. A direção de decisões ótimas será do ultimo para o primeiro ponto na escala do tempo, ou seja para obter-se a seqüência ótima de decisões trabalha-se *backwards*.

A Programação pode ser melhor entendida observando-se a equação de Bellman:

$$F_t(x_t) = \max_{u_t} \left\{ \pi_t(x_t, u_t) + \frac{1}{(1 + \rho)} E_t [F_{t+1}(x_{t+1})] \right\} \quad (2.8)$$

Esta equação é também conhecida como equação fundamental da *optimalidade*. A primeira parcela significa o *payoff* imediato, ou a receita líquida que advém exatamente do período  $t$ . A segunda parcela é o valor de continuação, ou seja, o valor presente de todos os fluxos de receita posteriores ao período em questão, descontados à taxa de juros ajustada ao risco,  $\rho$ . A melhor decisão é aquela que maximiza a soma destas duas parcelas. A variável  $u_t$  pode ser compreendida como uma variável de controle para representar as escolhas disponíveis para a firma em cada período.

#### - *Contingent Claims*

A análise por *Contingent Claims* é baseada nos fundamentos da teoria de finanças econômicas e considera que existam diversos ativos negociados com retornos e riscos diferentes. Ao avaliar um novo ativo, este terá seu retorno e risco replicados por um portfolio de ativos existentes, o valor do ativo seguirá o valor do portfolio se considerarmos que qualquer diferença de preço entre a cesta e o ativo será aproveitada por *arbitrageurs*<sup>5</sup> e não durará muito.

Neste modelo a taxa de retorno esperada é definida como a variação do valor de projeto somada aos dividendos, que podem ser diretos ou indiretos (neste último caso também chamado de *convenience yield*). E a taxa de retorno livre de risco é especificada exógenamente.

O primeiro passo do procedimento para valorar o ativo (um projeto, por exemplo) consiste em criar um portfolio livre de risco. Um dos componentes que este portfolio possui é a opção de investir no próprio projeto. O outro componente do portfolio normalmente é o próprio ativo (ou projeto), porém caso o ativo em questão não seja negociado diretamente em algum mercado líquido tenta-se

---

<sup>5</sup> Agentes que ao notar possibilidades de lucro imediato sem risco, atuam em benefício próprio e ao mesmo tempo geram equilíbrio de preços entre ativos com característica de risco semelhante.

replicar o seu risco e retorno característicos através de um portfólio com ativos negociados existentes.

Com o portfólio montado é necessário desenvolver o retorno da carteira que será formado do ganho de capital e dos dividendos fornecidos pelo ativo, que serão negativos se o portfólio estiver *short* no ativo. Para determinar a quantidade relativa de um ativo em relação ao outro na carteira, deve-se igualar à zero a parcela referente ao risco aleatório, representado pelo incremento de Wiener, este procedimento se tornará mais claro no capítulo 3 com a ilustração algébrica.

Feito isto e lembrando que a carteira é livre de risco iguala-se o retorno total da carteira, citado acima, com o retorno da taxa livre de risco, obtendo então a equação diferencial parcial que rege o valor da opção de investir no ativo. Outra opção para compor o portfólio juntamente com a opção seria por exemplo, o produto principal produzido no projeto (petróleo no caso desta dissertação), em lugar de quotas do ativo.

#### - Comparação

A comparação entre os dois instrumentos é baseada na colocação de Dixit e Pindyck (1994), estabelecendo que o *Contingent Claims*, trata o risco de uma maneira mais adequada que a Programação Dinâmica, pois a taxa de desconto, ao invés de exógena, é derivada do equilíbrio geral do mercado dado pela teoria do *Capital Asset Pricing Model* (CAPM). Contudo vale sublinhar que o *Contingent Claims* requer a existência de uma vasta quantidade de mercados de ativos de risco, o que se confirma para a indústria do petróleo mas pode se tornar difícil em certos casos, enquanto que a Programação Dinâmica não faz esta demanda.

### 2.3.

#### **Aplicações da teoria de Opções Reais à Indústria de extração do Petróleo, Revisão Bibliográfica**

Conforme a revisão da teoria da análise de investimentos, onde foram observados os métodos mais utilizados no mercado, a análise por Opções Reais foi sugerida devido principalmente à necessidade de levar em consideração a

flexibilidade em projetos específicos, entre eles os da indústria de *upstream*<sup>6</sup> do petróleo que é o cerne desta dissertação.

Após a base matemática e as formas de modelagem estarem apresentadas, é válido fazer uma revisão bibliográfica de textos que servirão de plataforma para a idéia principal deste trabalho, que é a tentativa de validar as vantagens teóricas da utilização da teoria de Opções Reais na decisão de investimentos para desenvolvimento de campos de petróleo. Além de estabelecer a referência para utilizar o MGB como processo representativo do comportamento dos preços do petróleo ao longo do tempo, uma importante premissa utilizada nesta dissertação.

O primeiro é um paper de autoria de Paddock, Siegel e Smith (1988), que também tem seus resultados discutidos no capítulo 12, do livro de Dixit e Pindyck (1994). O segundo é um artigo de Dias, *Real Options in Upstream Petroleum: Overview of Models and Applications* (2002), que além de apresentar um *overview* dos modelos de Opções Reais em exploração e produção, sugere a base teórica do modelo utilizado nesta dissertação. E o terceiro *paper* é de Pindyck (1999), onde o autor constata analisando uma série de 127 anos de dados de preços do petróleo que para modelagem de decisões de investimento irreversíveis pode-se considerar que o petróleo segue o Movimento Geométrico Browniano.

### 2.3.1.

#### **Option Valuation of Claims on Real Assets: The Case of Offshore Petroleum Leases (Paddock, Siegel e Smith, 1988)**

Com seus trabalhos iniciados no MIT utilizando a teoria de opções para valorar uma concessão de campo de petróleo *offshore* e determinar o *timing* ótimo de investimento para seu desenvolvimento, e com diversos *papers* publicados, Paddock, Siegel e Smith têm sua abordagem tida como base do mais popular modelo para aplicações na indústria de exploração de petróleo (Dias, 2002). Ao longo desta revisão serão apresentados também comentários feitos durante a revisão deste mesmo artigo por Dixit e Pindyck (1994), em seu capítulo 12.

O artigo utiliza uma analogia ao trabalho seminal de Black e Scholes (1973) e Merton (1973), e inicialmente demonstra como desenvolver um modelo

---

<sup>6</sup> Entenda-se por *upstream* a exploração, desenvolvimento e produção. Enquanto *dowstream* significa o transporte, refino e distribuição.

explícito de equilíbrio no mercado para reservas desenvolvidas de petróleo, os ativos reais. Depois, usando concessões de petróleo como um exemplo, especificam o problema de valoração em detalhes suficientes para permitir exame das questões teóricas e práticas envolvidas na extensão das opções financeiras para opções reais. Finalmente, considera economias em termos de informação e computacionais na metodologia de valoração de opções em relação às técnicas de desconto de fluxo de caixa convencionalmente utilizadas.

A avaliação de concessões de áreas de reservas *offshore* de petróleo é um tópico importante, pois os leilões podem envolver bilhões de dólares. As avaliações do governo, segundo os autores, tendiam à subestimar as ofertas da indústria. Usando os mesmos dados geológicos e de custo que o governo, os autores chegam a valores mais próximos das ofertas da indústria. Vale dizer que a publicação é datada de 1988 e que foge ao escopo desta dissertação a continuidade dos testes.

Continuando a análise do modelo de concessões de petróleo desenvolvido por Paddock, Siegel e Smith (1988), Dixit e Pindyck (1994) estabelecem ser aparente que o fracasso em reconhecer e contabilizar as características de opção de uma reserva de petróleo pode levar a sérios erros em sua valoração. Os dois autores criticam a metodologia do VPL, acrescentando que provavelmente este método seria utilizado pelo governo americano em suas avaliações. E a razão para as baixas avaliações observadas seria a maior volatilidade percebida nos preços internacionais do petróleo, que leva à uma maior taxa de desconto e logo um menor valor estimado da reserva não desenvolvida. Dixit e Pindyck (1994) colocam que na realidade, o correto seria considerar a flexibilidade que o proprietário tem ao desenvolver realmente a reserva, ou seja o valor da opção da reserva. Ressaltando que propriamente por ser um valor de opção, quanto maior a volatilidade dos preços de petróleo, maior o valor da reserva. Ou seja, a direção do resultado é oposta à que o VPL simples indica.

Os autores levantam que, no caso da utilização do fluxo de caixa descontado, para a determinação dos fluxos de caixa esperados e as taxas de desconto, é necessário primeiro especificar distribuições estatísticas (não necessariamente independentes) para custos de exploração, quantidades de reservas de hidrocarbonetos, custos de desenvolvimento, preços do petróleo e custos operacionais. Para complicar ainda mais o analista deve fazer

considerações sobre o *timing* da exploração e desenvolvimento, assim como a taxa de extração. Como normalmente usada, a análise por FCD deve envolver simulações de Monte Carlo.

Continuando as críticas ao FCD como normalmente utilizado, o artigo coloca que realizar os cálculos corretamente é muito difícil, e o método possui cinco fraquezas principais que inibem a correta precificação da concessão:

- *Timing* para exploração e desenvolvimento não é transparente, é arbitrário e subjetivo;

- Diferentes companhias e o governo podem avaliar diferentemente distribuições estatísticas futuras;

- A escolha da taxa de desconto ajustada ao risco na presença de estruturas estatísticas complexas de fluxo de caixa é uma tarefa difícil. As companhias e o governo terminam por usar regras *ad hoc* (regras de bolso, ou ainda *rules of thumb*);

- Os cálculos do FCD, particularmente aplicações de Monte Carlo, são muito complexas e custosas;

- E informações sobre as áreas de concessão são muito vagas no momento do leilão e logo as variações entre avaliações podem ser grandes.

Em uma breve exposição dos motivos pelo qual a avaliação apropriada de uma concessão de petróleo envolve avaliar fluxos de caixa de característica multi-estágios, o artigo explica que o possuidor de uma concessão de petróleo *offshore* deve passar por três estágios antes de ter petróleo na superfície: exploração, desenvolvimento e extração. A exploração envolve atividades sísmicas e de perfuração para obter informação sobre quantidade de hidrocarbonetos existentes na área, e o custo de retirá-los. Se os resultados da exploração forem favoráveis, a firma deve partir para o estágio de desenvolvimento, que envolve colocar o equipamento para extrair o petróleo, por exemplo construindo plataformas e perfurando poços de produção. Os investimentos em desenvolvimento convertem reservas não-desenvolvidas em reservas com capacidade de produção. Após o desenvolvimento do campo o concessionário pode decidir o melhor momento para iniciar a extração. Então tanto a exploração quanto o desenvolvimento e a extração representam opções para o concessionário. No caso das duas primeiras opções o governo sujeita o concessionário às regras de tempo máximo permitido para iniciar exploração e desenvolvimento.

Posteriormente, os autores definem os estágios explicitados anteriormente em três opções explicitadas anteriormente, definindo seu preço e payoff: o estágio de exploração possuindo a opção de fazer os gastos em exploração e receber o valor da reserva não desenvolvida, resolvendo a incerteza à respeito da quantidade de petróleo e do custo de desenvolvimento das reservas; o desenvolvimento sendo a opção de pagar o custo de desenvolvimento e receber a capacidade produtiva; e a extração que é a opção de retirar os hidrocarbonetos. Lembrando também que nesta avaliação de reservas desenvolvidas é necessário assumir premissas sobre a qualidade do petróleo, custos e taxas de extração futuras, impostos, regimes de royalties e preços do petróleo.

Dixit e Pindyck (1994) concordam que a valoração e exploração de uma área concedida de petróleo pode ser vista como parte de um problema de investimento multi-estágios, envolvendo exploração, desenvolvimento e extração. Como a fase de desenvolvimento envolve o maior desembolso de capital, é fase que tem opção com maior importância. Por isto, o foco será na avaliação na opção de desenvolvimento da reserva não desenvolvida (mas bem delineada), e na decisão de quando a desenvolver, já que a opção é do tipo americana. Chamando atenção para o fato da opção de desenvolver uma reserva não ser perpétua, devido ao limite de prazo, estabelecido no contrato de concessão, para apresentação do plano de obras para desenvolvimento.

No modelo desenvolvido ao longo do artigo, a receita de capital segue um Movimento Browniano, e provém de duas fontes: os lucros da produção e o ganho de capital por possuir o petróleo restante. A produção segue um decaimento exponencial, que é colocada como uma premissa assumida para representar as restrições geológicas na taxa de extração. Desenvolvendo equações conclui-se que o Valor do Campo segue um MGB.

O *paper* apresenta em tabela, que é reproduzida abaixo, a analogia entre uma reserva não desenvolvida de petróleo e uma opção financeira de compra americana. Esta opção é definida como americana devido ao fato do possuidor da concessão poder exercer sua opção em qualquer período de tempo até sua expiração.

**Tabela 2.1- Comparação das Variáveis para Modelos de Precificação de uma Opção de Compra Financeira e uma Reserva Não Desenvolvida de Petróleo**

Opção Financeira	Reserva Não-Desenvolvida
Preço atual da ação	Valor corrente da reserva desenvolvida
Variância da taxa de retorno da ação	Variância da taxa de variação do valor da reserva desenvolvida
Preço de exercício	Custo de desenvolvimento por unidade produzida
Tempo de expiração	Prazo do contrato de concessão
Taxa de juros livre de risco	Taxa de juros livre de risco
Dividendos	Venda da produção menos depleção

Fonte: Paddock, Siegel e Smith, 1988

Dixit e Pindyck (1994) corroboram analogia feita no artigo e apresentada acima na tabela 2.1. Explicando ainda que a analogia ao dividendo, no estudo revisado, para a reserva desenvolvida é a receita provinda da produção menos a taxa de depleção, que a firma deixa de receber ao adiar a produção.

Os autores do artigo fazem simplificações de que é sempre ótimo começar o desenvolvimento imediatamente após uma exploração bem sucedida ter ocorrido. Dizendo que, sem a incerteza geológica, juntar as opções de desenvolver e explorar é sempre apropriado. Assume-se também que a taxa de retorno de uma reserva desenvolvida segue um movimento Browniano.

Para a dedução da equação diferencial parcial o retorno deve ser decomposto em duas partes, o ganho de capital sobre o petróleo restante, que é o ganho (perda) decorrente da valorização (desvalorização) do preço da *commodity* subtraído da depleção da reserva, e o fluxo de lucros com a produção e comercialização da produção. Além disto, conforme explicitado por Dixit e Pindyck (1994), o método *Contingent Claims* pode ser utilizado neste artigo para avaliar reservas não desenvolvidas. Este método é passível de utilização porque para replicar as flutuações no preço do petróleo existe uma grande variedade de instrumentos financeiros, como contratos futuros, à termo e ações de companhias de petróleo.

A equação diferencial parcial para o valor da reserva não desenvolvida,  $F(V,t)$ , é então dada por:

$$\frac{1}{2} \cdot \sigma_v^2 \cdot V^2 \cdot F_{vv} + (r - \delta) \cdot V \cdot F_v - r \cdot F = -F_t \quad (2.9)$$

Os parâmetros necessários para resolver a eq.(2.9) estão presentes na Tabela 2.2. Destes, somente o desvio padrão da taxa de variação da reserva desenvolvida e a taxa livre de risco não são diretamente observáveis. Vale acrescentar que os autores elogiam a abordagem da avaliação por Opções Reais por não requisitar o cálculo da taxa de desconto ajustada ao risco.

Na seção de resultados empíricos, o artigo utiliza o modelo desenvolvido para estimar valores de mercado de campos de petróleo *offshore* ofertados em um determinado leilão. Os valores encontrados são então comparados com estimativas obtidas através da utilização do FCD realizadas pelo *US Geological Survey* (USGS, que fornece também dados acerca da quantidade de hidrocarbonetos recuperáveis e seus desvios padrão, probabilidades do poço estar seco, e custos de desenvolvimento e exploração). E são também comparados com as ofertas da indústria para os mesmos contratos de concessão.

**Tabela 2.2- Parâmetros utilizados para cálculo da Reserva Não Desenvolvida**

Parâmetros	Premissas
Valor da reserva desenvolvida descontada para o tempo até o início do desenvolvimento	Além dos dados fornecidos pela USGS, US\$ 12 / barril de petróleo da reserva e entre US\$ US\$ 2-3 por mcf de gás natural na reserva
Variância da taxa de variação do valor da reserva desenvolvida	Realizou testes para $\sigma^2=0.02019$ ( $\sigma=0.142$ ) e $\sigma^2=0.0625$ ( $\sigma=0.25$ )
Custo de desenvolvimento por unidade produzida (**)	Considera 77% do valor fornecido pela USGS
Prazo do contrato de concessão	5 anos
Taxa de juros livre de risco	Taxa real de 1.25%
Venda da produção menos depleção	$\delta=0.041$ (*)

(\*) Para achar este valor utiliza aproximação de que preços de uma reserva desenvolvida tendem a ser um terço do preço do *Crude Oil*, e acrescentam que participantes da indústria normalmente utilizam este valor. Além de considerar que o custo operacional mais os royalties por barril equivalem a trinta por cento do valor de mercado e que a depreciação vale dez por cento do valor de mercado.

(\*\*) Vale dizer que neste *paper*, o modelo considera o desenvolvimento como um ato de dispêndio imediato.

O artigo chega a diversos resultados, sendo o de principal importância para esta dissertação, a comprovação empírica do valor da concessão de um campo de petróleo com opção de esperar para explorar e desenvolver. Os testes foram feitos com dados de áreas de alto custo (no Alaska e Atlântico Norte), que não teriam valor pelo critério do VPL como normalmente utilizado. Contudo ao realizar a avaliação por Opções Reais mostra-se que os contratos possuem valor e que este

crece conforme o maior tempo permitido para espera, especialmente em períodos de grande incerteza à respeito dos preços futuros do petróleo e gás natural como pode ser visto na Tabela 2.3 que é reproduzida abaixo.

**Tabela 2.3 - Valoração por Opções Reais para Diferentes Variâncias e Tempos de Expiração: Reservas Não Desenvolvidas com Custos de Desenvolvimento Altos (valores em milhões US\$)**

Variância e tempos de expiração	Razão Valor Custo de Desenvolvimento (V/D)			
	0.70	0.80	0.90	1.00
$\sigma=0.142$ , T=5 anos	10.78	26.06	51.51	88.25
$\sigma=0.142$ , T=10	21.76	40.49	67.14	102.41
$\sigma=0.142$ , T=15	28.04	47.65	74.28	108.65
$\sigma=0.250$ , T=5	73.74	106.47	142.96	182.06
$\sigma=0.250$ , T=10	116.50	149.64	184.19	219.70
$\sigma=0.250$ , T=15	139.67	171.84	204.76	238.19

Valor da Reserva = \$11.52

Reserva de Hidrocarbonetos = 100 milhões de barris

Fonte: Paddock, Siegel e Smith (1988)

A respeito da consideração dos autores de que o valor da reserva desenvolvida de petróleo e o preço do petróleo seguem um MGB, Dixit e Pindyck (1994) sugerem que para períodos longos de tempo, preços de petróleo (assim como preços de outras commodities) devem convergir para o custo marginal de longo prazo, e logo reverter para uma média. Porém explicam que com quantidade limitada de dados é difícil determinar se o processo é de reversão à média ou se tem um componente de *jump* significativo. Esta sugestão é de grande importância e será testada no artigo de Pindyck analisado na seção 2.3.3, com base em uma série longa de preços.

### 2.3.2.

#### **Real Options in Upstream Petroleum: Overview of Models and Applications (Dias, 2001)**

Este artigo corrobora o fato, já apresentado neste capítulo, de que investimentos em projetos de E&P do petróleo devem levar em conta várias incertezas técnicas e econômicas, e de que existem várias opções reais valiosas que agregam valor e podem mudar a decisão de investimento tomada à partir de métodos de análise de investimentos mais tradicionais.

Comentando o acima apreciado trabalho de Paddock *et al* (1988), Dias estabelece que uma das dificuldades da analogia, entre opções financeiras e opções reais, apresentada na Tabela 2.1, para o caso de reservas desenvolvidas de petróleo é a determinação do valor corrente da reserva desenvolvida. Isto decorre da não existência de um mercado direto e líquido para negociação destas reservas. Na falta de um valor de mercado, o autor estabelece que o valor de uma reserva pode ser calculado à partir do valor das receitas de venda líquidas dos custos operacionais e impostos. Ou seja, sugere a utilização do VPL tradicional nesta fase de cálculos.

Conforme já explicado, o tempo para expiração deste modelo de opção real é a data limite de expiração do direito de investimento, quando a companhia tem de apresentar imediatamente um plano de investimento para desenvolvimento ou devolver os direitos de concessão para a agência nacional de petróleo.

O artigo detalha também a analogia do fluxo de caixa líquido em percentagem do valor da reserva desenvolvida por período resultante da posse do campo de petróleo (*convenience yield*) à taxa de distribuição de dividendos por período ( $\delta$ ) existente nos ativos do mercado de capitais. O artigo considera o efeito do fenômeno da depleção devido a quantidade finita de reserva de petróleo.

O autor sugere dois modos práticos de determinar o  $\delta$ . O primeiro assume o valor do barril de reserva desenvolvida proporcional ao preço do petróleo na cabeça do poço, é possível ver  $\delta$  como (net) *convenience yield* dos preços do petróleo usando dados dos mercados futuros. O segundo método é a utilização do *convenience yield* igual a taxa livre de risco, uma regra baseada no estudo de Pickles e Smith (1993), e melhor discutida no capítulo 3. O qual Dias classifica como razoável para o equilíbrio de longo prazo, já que o processo estocástico para a variável se torna sem *drift* e neutro ao risco.

Outra discussão contida neste artigo é a consideração pela maioria dos especialistas, de que o modelo estocástico de reversão à média (MRM) deve ser utilizado para as commodities em geral. Esta consideração é colocada como resultado das forças de mercado (incluindo cartéis, como a Organização dos Países Exportadores de Petróleo - OPEP) que irão agir no sentido de trazer o preço para uma média de longo prazo sempre que esta tendência não estiver ocorrendo. Este modelo de reversão a média é tido como mais consistente com o

mercado de futuros, com testes econométricos e mesmo com a teoria micro-econômica. Contudo o MGB como utilizado em Paddock *et al* (1988) é bem mais simples de usar e, utilizando-se de resultados de Pindyck (1999) - em trabalho apresentado na seção 2.3.3 - conclui que para aplicações como Opções Reais assumir o MGB não deve levar a erros na decisão de investimento ótima.

Vale ressaltar que Dias alerta para um dos resultados de Schwartz (1997), de que o MGB pode induzir a investimentos tardios, pois negligencia a reversão a média. O autor acrescenta que, para o preço real do petróleo, o MGB pode ser uma boa aproximação em diversos casos, mas não quando os preços spot estão muito longe de uma faixa de equilíbrio de longo prazo (definida no artigo como entre 18 e 22 dólares). E que um modelo mais razoável seria aquele com grau de previsibilidade entre a do MRM (alta) e a do MGB (baixa), como por exemplo, modelos que levam em conta diversos fatores (Schwartz e Cortazar, 1998), que consideram uma reversão à média com *jumps* (Dias e Rocha, 1998) ou reversão à uma média estocástica (Pindyck, 1999).

Dias ainda explica o conceito de qualidade econômica da reserva que será explicado em maiores detalhes mais adiante na dissertação e sugere um dos modos de regressão do VPL do projeto em relação ao preço do petróleo (denominada de Equação *Business* neste trabalho) baseado na linearidade. E por fim o autor trata também da abordagem que deve ser adotada quando existe a incerteza técnica, não considerada neste trabalho de dissertação, seja a respeito da qualidade econômica da reserva ou do tamanho do reservatório.

### 2.3.3.

#### **The Long-Run Evolution of Energy Prices (Pindyck, 1999)**

Este *paper* tem grande importância para a presente dissertação, pois suporta a tese de que o Movimento Geométrico Browniano pode representar o comportamento dos preços do petróleo, durante períodos relativamente curtos de tempo (de vinte a trinta anos), que são suficientes para análises de investimentos utilizando Opções Reais.

O artigo inicia estabelecendo que produtores e consumidores de energia regularmente tentam prever preços de petróleo, carvão e outros recursos ao longo de horizontes de tempo da ordem de vinte ou trinta anos. E que o ideal seria

explicar os movimentos de preços em termos estruturais, ou seja, em termos das variáveis que determinam oferta e demanda. Porém para horizontes longos estes modelos não são muito úteis, já que é difícil prever suas variáveis.

Como resultado as previsões de preços de energia ao longo de horizontes longos de tempo são extrapolações em que assume-se que os preços reais crescem a uma taxa fixa. Ou alternativamente, pode-se assumir que o preço reverta para uma linha de tendência que cresce ou declina. Esta última premissa é consistente com a noção de que o recurso é produzido e vendido em um mercado competitivo e logo reverte para um custo marginal de longo prazo. Isto implica em considerar choques de preços como temporários e que em horizontes de tempo longos os preços revertem à média.

Vale lembrar que a questão da definição do comportamento do preço como processo de reversão à média ou MGB é importante quando investimentos têm características de opção, ou seja, quando são irreversíveis. Porém nas avaliações pelo VPL simples, onde só se considera o valor esperado dos preços (e não seu comportamento) esta questão não é tão importante.

Para os preços do petróleo, os testes são realizados à partir de uma série de preços de 127 anos, utilizando médias do preço dos produtores nos EUA. A série foi deflacionada pelo Wholesale Price Index, até 1970, e pelo Producer Price Index de 1970 em diante.

Pindyck testa se os preços seguem uma reversão à média, para isto, o autor traça um gráfico do logaritmo natural da série de preços deflacionados em relação ao tempo e adiciona linhas de tendências quadráticas, utilizando intervalos de tempo variados para isto (por exemplo, inicialmente a série de dados inteira, depois somente até 1960, depois só até 1970 e assim por diante). Os resultados sugerem que os logaritmos dos preços revertem para uma linha de tendência quadrática, porém a reversão é lenta. E a própria linha de tendência flutua conforme a amostra é estendida. O que torna os testes inconclusivos, já que os preços de energia reais revertem para linhas de tendência com inclinações e níveis que mudam continuamente e de maneira imprevisível ao longo do tempo.

O texto mostra também que considerando um processo auto regressivo de primeira ordem e com vida-média observada de cinco anos para o petróleo, pode-se concluir que são necessários 120 anos para rejeitar o teste da raiz unitária para um nível de confiança de noventa e cinco por cento. Este teste tem como principal

finalidade mostrar se o processo é um random walk, o que é rejeitado (com 95% de confiança) para o petróleo, porém somente quando utilizados dados desde pelo menos 1900.

Outro teste realizado é a verificação da hipótese de os choques de preços serem temporários, ou seja, se a série de preços é estacionária (reversão à média) ou não estacionária (*random walk*). Testes de razão da variância são utilizados e para o caso do petróleo os choques são determinados como em sua maioria transitórios, ou seja, componente *random walk* é pequeno.

Pindyck estabelece que apesar dos esforços da OPEP em manter os preços acima dos níveis de competição por certos períodos de tempo, no longo prazo a produção de óleo tem sido competitiva. Logo se deve esperar uma reversão para um custo marginal de longo prazo. O autor escreve então, que para recursos que sofrem depleção, a variação do nível e inclinação da linha de tendência é uma resposta a flutuação na demanda, custos de extração e reserva. E estes parâmetros flutuam continuamente e imprevisivelmente ao longo do tempo, tornando o custo marginal de longo prazo inobservável.

A literatura sobre Opções Reais utiliza a conveniente premissa de que variáveis estocásticas relevantes seguem o MGB, segundo o autor que cita inclusive o artigo de Paddock *et al* (1988). Pindyck prossegue colocando que a premissa é válida se a reversão à média é lenta, como já foi concluído no artigo, e se a volatilidade implícita é relativamente constante (já que o MGB a considera constante).

Para verificar a última hipótese é realizado um teste, para intervalos de tempo iniciados em 12 décadas diferentes (de 1870 até 1970) e terminando em 1996, onde são calculadas as volatilidades e taxas de crescimento para cada amostra. O resultado pode ser observado na tabela abaixo, onde a taxa de crescimento é bem perto de zero e estabilidade da volatilidade se mostra consistente com o modelo de reversão lenta à média.

**Tabela 2.4 - Taxas de Crescimento Percentuais e Desvio Padrão Anuais do Petróleo**

Amostra	$\mu$	$\sigma$
1870-1996	-0.0027	0.2072
1880-1996	0.0064	0.1794
1890-1996	0.0052	0.1784
1900-1996	0.0018	0.1702
1910-1996	0.0111	0.1740
1920-1996	0.0050	0.1712
1930-1996	0.0069	0.1683
1940-1996	0.0096	0.1603
1950-1996	0.0067	0.1725
1960-1996	0.0091	0.1762
1970-1996	0.0144	0.2069

Fonte: Pindyck (1999)

Concluindo, Pindyck coloca que "estes números sugerem que para decisões de investimento irreversíveis para os quais o preço do petróleo é a variável estocástica principal, pressupor o MGB não deve levar a grandes erros na regra ótima de investimento".

### 3 Modelagem do *Back-Testing* do método das Opções Reais

Conforme apresentado no capítulo anterior, em casos específicos como projetos de exploração e produção de petróleo, existem relevantes críticas aos métodos de avaliação usados correntemente por analistas de investimentos, neste capítulo representados pelo valor presente líquido (VPL). O método de opções reais surge então, teoricamente, para responder grande parte das críticas levantadas.

Porém ao observar a literatura existente, pode-se notar que são escassas as comparações entre os dois métodos. Inclusive Copeland e Antikarov (2000) citam que existem poucos estudos empíricos que comparam os métodos do VPL e das opções reais. Os autores encontraram somente quatro estudos empíricos com este tipo de comparação, sendo um deles o *paper* de Padock, Siegel & Smith (1988), analisado no capítulo 2. Indo ao encontro do principal objetivo desta dissertação os autores declaram que "Talvez um artigo econômico experimental preencha a lacuna."(pg76). Necessidade reforçada e estimulada por Dixit e Pindyck (1994), quando escrevem que: "Existe bastante evidência certificando o mérito e significância desta teoria (de Opções Reais). Então testes empíricos mais sérios se tornam uma oportunidade de pesquisa. Nós esperamos que nosso livro espalhe e melhore a compreensão desta teoria, e indiretamente contribua para a pesquisa no lado empírico. (pg 425)".

Para preencher parte das lacunas existentes neste campo, este trabalho de dissertação irá comparar a utilização do método das Opções Reais com o critério de investimentos do VPL. Esta comparação será realizada através de um *back-testing*, que é uma modalidade de teste utilizada para verificar a efetividade de critérios a *posteriori*. Ou seja, olhando para o passado, com todos os dados de mercado ocorridos disponíveis, e sabendo das decisões que seriam tomadas, pode-se verificar os resultados destas decisões e logo a eficiência do critério que baseou as mesmas.

Explicando mais detalhadamente, o *back-testing* consiste de duas etapas. Em uma primeira fase, chamada de *ex-ante*, serão reproduzidas as condições de tomada de decisão no passado, e serão tomadas as decisões pelos métodos do VPL

e das opções reais. Na segunda etapa, chamada de *ex-post*, já de posse das decisões tomadas e dos valores ocorridos realmente para os preços do petróleo, calcula-se o valor presente líquido *ex-post* para a alternativa definida por cada um dos critérios. Após definir o intervalo de anos para a realização dos testes, que nesta dissertação será entre 1970 e 1990, encontra-se o resultado do *back-testing* somando-se os valores em cada ano do VPL *ex-post*. Como parâmetro para definir o critério de decisão mais bem sucedido foi escolhido o somatório destes VPLs *ex-post* em cada ano de análise, esta definição foi tomada com base no fato de que estando todos os valores em termos reais, não há a necessidade de dar pesos diferentes a cada valor.

O procedimento acima descrito utiliza-se de dados passados de projeto representativo da indústria de petróleo brasileira fornecido pela Petrobras e um modelo desenvolvido nesta dissertação que será mais bem explicado abaixo. Este modelo analisa projetos na indústria de extração de petróleo, dotados das opções de espera e de escolha entre três alternativas de intensidade. O processo testado para o comportamento do preço real do petróleo é o Movimento Geométrico Browniano. Vale dizer que este modelo pode ser adaptado para outros projetos com opções semelhantes e/ou processos estocásticos diferentes, mas caso queira-se levar em consideração outras opções operacionais que a firma pode exercer durante a vida produtiva da reserva, como a opção de expandir a produção, opção de aumento da vida útil da reserva através de injeção de água (Castro, 1998), opção de suspensão temporária da produção ou mesmo a opção de abandonar a concessão, será necessário um novo algoritmo.

Ao longo deste trabalho, a fase de desenvolvimento do projeto representará o projeto inteiro de E&P (Exploração e Produção) do campo de petróleo. Conforme já explicado, na realidade o problema multi-estágios está claramente delineado na avaliação de um campo de petróleo. Onde o primeiro estágio envolve a exploração, testes sísmicos e testes de perfuração que são realizados para descobrir qual a quantidade de óleo e o custo estimado de retirá-lo. Caso os resultados do primeiro estágio sejam favoráveis, o próximo estágio é o desenvolvimento, a instalação de plataformas e poços de produção necessários para extrair o petróleo. Este segundo estágio pode ser precedido por uma fase de avaliação mais profunda para diminuir as incertezas técnicas, que dura até a incerteza técnica restante não justificar o investimento adicional em informação .

O último estágio equivale à opção de extração de petróleo por um período finito de tempo ou de devolução do campo para a agência encarregada, sendo que neste trabalho não será visto como uma opção, sempre que um campo for desenvolvido ele será explorado. Contudo devido ao fato de a fase de desenvolvimento envolver o maior desembolso de capital, e logo um valor de opção maior, ela será considerada como momento de decisão do processo.

Ou seja, no modelo desenvolvido à seguir, a decisão de investir ou não em um projeto de E&P de Petróleo é representada pela decisão de investir ou não no desenvolvimento e exploração do campo, cabendo ressaltar que esta simplificação é baseada no trabalho de Paddock et al (1988) e em comentários de Dixit e Pindyck (1994).

O modelo foi desenvolvido em Visual Basic for Applications (VBA), utilizando a interface com o Excel 2000 para entrada de dados e exibição dos resultados<sup>7</sup>. A razão para utilização destas ferramentas computacionais se deve à facilidade de utilização e conhecimento geral por parte da comunidade acadêmica e profissional, contudo o algoritmo não faz uso de nenhuma função que não seja encontrada em linguagens similares. O principal teste para validar o modelo e capacitá-lo para a realização dos testes se encontra no apêndice 1.

Este capítulo tem o objetivo de apresentar toda a metodologia adotada para a construção do modelo. Iniciando com os dados de entrada necessários, passando pela explicação do modelo propriamente dito, onde as principais premissas adotadas e cada um dos critérios são detalhados, e finalizando com os resultados.

### **3.1. Entradas**

Abaixo são apresentadas as entradas do modelo com suas definições qualitativas e seus métodos de cálculo, sendo que devido à sua importância, as três primeiras variáveis são quantificadas no capítulo 4:

- Preços do petróleo,  $P(t)$ , são representados pela série de preços mensais do Petróleo tipo Brent listado em Londres, em dólares americanos por barril. Estes

---

<sup>7</sup> O corpo do programa em VBA, com comentários, encontra-se no Apêndice 7.

preços serão deflacionados para maio de 2002 utilizando-se o PPI (Índice de Preços ao Produtor) americano.

- Curvas de produção de petróleo,  $Q_k(t)$ , para cada alternativa de produção  $k$  equivalem ao fluxo de extração de petróleo em barris por dia (o gás natural é desconsiderado para efeito destes testes). O número máximo de anos de duração do projeto é limitado em vinte e cinco. O modelo permite alimentar até três curvas, correspondendo cada uma delas a uma alternativa de intensidade de produção  $k$ . As curvas de produção possuirão tipicamente crescimento de produção linear, seguindo-se um período de produção máxima constante, chamado de *plateau*, e posteriormente um decaimento exponencial.

- Valor presente do investimento em desenvolvimento do poço ( $D$ ), líquido dos benefícios fiscais. Para seu cálculo, são necessários os valores do investimento não depreciável, investimento sujeito a depreciação em cada ano, e a alíquota de imposto de renda corporativo,  $T_c$ . A depreciação será considerada linear em dez anos.

- Na obtenção do VPL fazem-se necessários os seguintes parâmetros: a taxa de desconto ajustada ao risco,  $\rho$ ; o custo operacional variável COV em US\$/bbl por ano; o custo operacional fixo COF(t) em US\$ por ano; preço do petróleo,  $P_{long}$ , que é considerado como uma previsão do preço do petróleo para o futuro; e alíquota de *royalties*<sup>8</sup> (ROY) para empresas produtoras de petróleo no Brasil. Além do valor presente do investimento para o desenvolvimento do poço, que é calculado com os parâmetros apresentados no item acima.

- Parâmetros do cálculo das fronteiras de gatilho para o método de opções reais: discretização do preço do petróleo ( $\Delta S$ ); discretização do tempo ( $\Delta T$ ); tempo máximo de espera para exercício da opção americana,  $T$ ; valor máximo para o preço do petróleo,  $S_{max}$  (US\$/bbl); e como é considerado neste modelo que o preço real do petróleo tipo Brent segue um Movimento Geométrico Browniano, devem ser inseridos: a volatilidade histórica anual do preço do petróleo, *convenience yield*,  $\delta$ , em percentagem ao ano, e a taxa livre de risco,  $r$ . Pede-se

---

<sup>8</sup> No modelo brasileiro, os *royalties* do petróleo são uma compensação financeira devida ao Estado pelas empresas que exploram e produzem petróleo e gás natural. É uma remuneração à sociedade pela exploração desses recursos, que são escassos e não renováveis.

também um preço inicial do petróleo, valor este, utilizado para teste do modelo e não para efeitos de comparação com VPL.

- Quanto ao valor da volatilidade, serão utilizados os valores de 15%, 25% e 35% ao ano para realizar uma análise de sensibilidade. Cabe ressaltar que estes valores concordam em ordem de grandeza com Dixit & Pindyck (1994) que recomendam o número entre 15% e 25% por ano, Baker, Mayfield & Parsons (1998) que utilizam valores maiores que 30% e Pickles e Smith (1993) que utilizam 22%.

### 3.2.

#### **Modelo para o *Back-Testing***

Conforme já explicado, o modelo de *back-testing* reconstitui o ambiente de tomada de decisões em períodos passados. Além do método do VPL, efetivamente utilizado como critério anteriormente e ainda hoje, será considerado também o critério das opções reais. É escolhida então a alternativa definida pelo método do Valor Presente Líquido e definido o gráfico de fronteiras de exercício ótimo pelo critério das opções reais à partir da equação diferencial parcial, utilizando o método numérico de diferenças finitas explícito. Já as decisões pelo critério das opções são tomadas, em base anual, comparando as fronteiras de exercício ótimo com os preços correntes no período, no caso a média anual dos preços ocorridos.

Com as decisões definidas por ambos os critérios e com os preços históricos disponíveis, o próximo passo é definir para cada ano o VPL *ex-post* da decisão tomada pelo método do VPL e pelo método das opções reais, lembrando que para o último existe ainda a possibilidade de adiamento do investimento em até dois anos.

Para a comparação, conforme já definido, serão somados todos os VPL *ex-post* de cada ano, sendo o critério de maior somatório o mais bem sucedido em refletir a realidade. Vale dizer que valores negativos podem ser encontrados e caso isto aconteça também entrarão no somatório.

### 3.2.1.

#### Determinação da Equação Diferencial Parcial

Como explicado anteriormente, para utilizar a abordagem de *Contigent Claims*, o mercado de capitais deve ser suficientemente completo possibilitando achar um ativo ou construir um *portfolio* dinâmico de ativos, cujo preço seja perfeitamente correlacionado com o valor do projeto, ou ativo em questão. Neste sentido, Dixit e Pindyck (1994) afirmam que essa premissa é válida para a maioria das *commodities* que tipicamente são negociadas tanto nos mercados futuros como *spot*, o que é verdade para o caso do petróleo, e através de uma aproximação pode vir a ser válida para um projeto de *upstream* na indústria do petróleo, como será visto mais à frente.

Será considerado que o Valor do Projeto,  $V$ , segue um MGB e pode ser replicado por um ativo (ou portfólio dinâmico de ativos) perfeitamente correlacionado. Colocando então sob a mesma forma da eq.(2.1):

$$dV = \mu V dt + \sigma V dz \quad (3.1)$$

Introduzindo o parâmetro  $\delta$ , é repetida a analogia a uma ação apresentada por Dixit e Pindyck (1994), onde, se  $V$  for o preço e  $\delta$  a taxa de dividendos pagos. O retorno total da ação,  $\mu$ , seria a taxa de dividendos,  $\delta$ , mais os ganhos de capital esperados,  $\alpha$ . Se  $\delta = 0$ , uma opção de compra americana nunca seria exercida antes do seu vencimento, pois neste caso todo o retorno proveniente da ação é capturado pelo movimento de seu preço e logo pela opção, deste modo não há custo de manter a opção viva. Mas se houver dividendos ( $\delta > 0$ ), existe um custo de oportunidade de dividendos perdidos por esperar para exercer, e quanto maior for o  $\delta$ , melhor será exercer a opção antecipadamente.

Para o caso de investimentos reais,  $\mu$  pode ser vista como a taxa de retorno total requerido para possuir o projeto, sendo esta taxa estabelecida pelo equilíbrio de mercado de capitais. Quando a taxa de retorno do capital no projeto (ou simplesmente a taxa de variação em  $V$ ),  $\alpha$ , é menor que  $\mu$ , a diferença entre os dois,  $\delta$ , é maior que zero. Logo  $\delta$  pode ser visto como um custo de oportunidade de adiar a construção do projeto e manter viva a opção de investir, então se fosse

zero não haveria custo de manter a opção de investir viva e ninguém investiria. Por outro lado se fosse um valor muito alto a opção praticamente não teria valor, e o critério tradicional do VPL voltaria a ser válido.

Partindo efetivamente para a obtenção da equação diferencial parcial, inicialmente deve ser montado um portfolio livre de risco para o calculo do valor da opção de investimento  $F(V)$ . Este portfolio é composto de uma posição *long* na própria opção de investir no projeto e *short* em um número  $n$  de unidades de petróleo<sup>9</sup>.

$$\phi = F(V) - n \cdot P \quad (3.2)$$

$$d\phi = dF - n \cdot dP \quad (3.3)$$

Lembrando que  $P$ , o preço do petróleo, é assumido como um processo MGB:

$$dP = \mu \cdot P \cdot dt + \sigma \cdot P \cdot dz \quad (3.4)$$

E utilizando o Lema de Ito:

$$dF = \frac{\partial F}{\partial t} \cdot dt + \frac{\partial F}{\partial P} \cdot dP + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial P^2} \cdot (dP)^2 = F_t \cdot dt + F_p \cdot dP + \frac{1}{2} \cdot F_{pp} \cdot (dP)^2$$

$$dP^2 = \mu^2 \cdot P^2 \cdot dt^2 + \sigma^2 \cdot P^2 \cdot dz^2 + 2 \cdot \mu \cdot \sigma \cdot P^2 \cdot dt \cdot dz \quad (3.5)$$

Como dito anteriormente,  $dt$  elevado a uma potência maior que um tende a zero e  $dz$  é a derivada de um processo de Gauss-Wiener ( $dz = \sqrt{dt}$ ), então a equação se torna:

$$dP^2 = \sigma^2 \cdot P^2 \cdot dt \quad (3.6)$$

---

<sup>9</sup> Este portfolio fornece a equação representativa da oportunidade de investir no projeto. Outra possibilidade seria a equação que representa o valor do projeto. Esta segunda possibilidade esta desenvolvida no Apêndice 1.

Substituindo na eq.(3.3):

$$d\phi = \left( F_t + (F_p - n) \cdot \mu \cdot P + \frac{1}{2} \cdot F_{pp} \cdot \sigma^2 \cdot P^2 \right) \cdot dt + (F_p - n) \cdot \sigma \cdot P \cdot dz \quad (3.7)$$

Mas o portfolio é livre de risco e logo não deve possuir um termo aleatório (dz), então:

$$\begin{aligned} (F_p - n) \cdot \sigma \cdot P \cdot dz &= 0 \Rightarrow n = F_p \\ d\phi &= F_t \cdot dt + (F_p - n) \cdot dt + \frac{1}{2} \cdot F_{pp} \cdot \sigma^2 \cdot P^2 \cdot dt \\ d\phi &= F_t \cdot dt + \frac{1}{2} \cdot F_{pp} \cdot \sigma^2 \cdot P^2 \cdot dt \end{aligned} \quad (3.8)$$

Voltando para a eq.(3.2), sabe-se que o possuidor de uma posição *short* tem de pagar a taxa de dividendos por período ao investidor que está na posição *long*, pois de outra forma nenhum investidor ficaria na ponta comprada (Dixit e Pindyck, 1994). Em forma de equação, o retorno total do portfolio em um período de tempo dt é:

$$d\phi - \delta \cdot P \cdot F_p dt \quad (3.9)$$

Substituindo a expressão encontrada para  $d\phi$ , fica-se então com o retorno líquido total do *portfolio* igual a:

$$\begin{aligned} \left( \frac{1}{2} \cdot F_{pp} \cdot (dP)^2 + F_t \cdot dt \right) - \delta \cdot P \cdot F_p \cdot dt \Rightarrow \\ \frac{1}{2} \cdot F_{pp} \cdot \sigma^2 \cdot P^2 \cdot dt - \delta \cdot P \cdot F_p \cdot dt + F_t \cdot dt \end{aligned} \quad (3.10)$$

A carteira é livre de risco, como já foi dito, e considerando que não existem possibilidades de arbitragem o seu retorno total pode ser visto como:

$$r \cdot \phi \cdot dt = r \cdot [F - F_p \cdot P] \cdot dt$$

Que obviamente deve ser idêntico ao retorno total obtido inicialmente na eq.(3.8):

$$r \cdot [F - F_p \cdot P] \cdot dt = \frac{1}{2} \cdot F_{pp} \cdot \sigma^2 \cdot P^2 \cdot dt - \delta \cdot P \cdot F_p \cdot dt + F_t \cdot dt$$

Manipulando os termos e dividindo tudo por dt, obtém-se finalmente a equação diferencial parcial que representa o comportamento do valor da opção, F, de investir no projeto:

$$\frac{1}{2} \cdot F_{pp} \cdot \sigma^2 \cdot P^2 + (r - \delta) \cdot P \cdot F_p + F_t \cdot dt = r \cdot F \quad (3.11)$$

### 3.2.2.

#### Método de decisão pelo VPL

##### 3.2.2.1.

##### *Ex-Ante*

O valor da reserva desenvolvida para cada alternativa é igual ao valor presente de toda a receita proveniente da produção do petróleo, líquida de royalties, custos operacionais variáveis, custos operacionais fixos e impostos, onde  $t_s$  representa o tempo entre o início das obras e o início da produção:

$$V_k = \sum_{t=t_0}^{t_{\max}} \left[ \frac{\{365 \cdot Q_i(t) \cdot P_{\text{long}} \cdot (1 - \text{ROY}) - 365 \cdot Q_i(t) \cdot \text{COV} - \text{COF}(t)\} \cdot (1 - T_c)}{(1 + \rho)^t} \right] \quad (3.12)$$

De acordo com ano de análise, o preço de longo prazo é variado. Então o valor presente líquido de cada alternativa é dado por:

$$\text{VPL}_k = V_k - D_k \quad (3.13)$$

Depois de calculado o VPL para cada uma das alternativas, escolhe-se a alternativa com maior VPL ou nenhuma delas, em caso de somente existirem valores negativos, para cada período de análise. Esta alternativa é chamada de alternativa escolhida pelo VPL *ex-ante*, ou Alternativa VPL.

### **3.2.2.2.**

#### ***Ex-Post***

Para o cálculo do VPL ex-post neste método, deve-se somente substituir o valor dos  $P_{long}$  pelos valores dos preços reais ocorridos em cada ano,  $P(t)$ , sendo que para períodos ainda sem valores definidos utiliza-se o último valor anual disponível, neste caso 2002.

### **3.2.3.**

#### **Método das Opções Reais**

Nesta subseção serão apresentados os parâmetros necessários para calcular a curva de exercício ótimo pelo método das opções reais. Como já explicado, este modelo leva em consideração flexibilidades gerenciais como a opção de espera e a opção de escolher entre três alternativas de investimento. Não estão sendo incluídas nesta dissertação as opções de abandono, parada temporária, expansão e estímulos à produção do poço (como injeção de água ou hidrogênio).

#### **3.2.3.1.**

##### ***Qualidade da reserva, $q_k$***

A qualidade econômica da reserva para cada uma das alternativas,  $q_k$ , é uma das entradas do método das opções reais. Este é um parâmetro muito utilizado na indústria de extração do petróleo e representa a velocidade de produção, proveniente de um custo mais alto de desenvolvimento do campo, por exemplo, devido a um maior número de poços.

Como colocado por Dias (2002),  $q$  é a qualidade econômica da reserva desenvolvida, pois "para mesmo preço do petróleo e para mesmo tamanho da reserva, o valor de mercado da reserva é maior conforme o valor de  $q$  seja maior". Este fator relaciona o preço final do petróleo negociado em bolsas,  $P$ , com o preço do petróleo da reserva desenvolvida,  $v=q.P$ . Quanto maior o valor de  $q$  maior será a qualidade da reserva e logo maior o valor do barril de petróleo produzido nela. A partir do valor do preço por unidade do petróleo produzido, para achar o valor total da reserva é necessário multiplicar este valor pelo tamanho da reserva,  $B$ .

Este parâmetro depende de fatores técnicos e econômicos, como a taxa de desconto (e logo taxa de juros e spread de prêmio de risco do país), imposto corporativo marginal sobre receitas, *royalties*, outros impostos, propriedades da rocha do reservatório, qualidade do fluido (petróleo e gás) entre outras.

A utilização do parâmetro  $q$  decorre da adoção de um modelo linear para relacionar o valor presente líquido do projeto com o preço do petróleo. Estes modelos lineares são os mais importantes tanto na indústria do petróleo como fora dela devido a sua relevância prática, além disto, para o regime fiscal de concessão (como Brasil, EUA e outros) o modelo linear é ao menos uma boa aproximação (Dias, 2002b). Nesta dissertação serão utilizados dois modelos alternativos, seguindo o mesmo procedimento que Dias (2002b).

O primeiro deles, mais usual no mercado, chamado aqui de equação *Business*<sup>10</sup>, considera a correlação perfeita entre o preço do petróleo e os custos operacionais. A intuição por trás disto é o fato de os principais custos envolvidos serem próprios da indústria, ou seja quando os preços do petróleo se aproximarem de zero o material e serviço contratados não interessarão a nenhum *player* da indústria e não haverá a possibilidade de repassá-los para participantes de outras indústrias. Esta equação é então apresentada abaixo:

$$VPL_k = q_k \cdot P \cdot B - D_k \quad (3.14)$$

Ou graficamente:

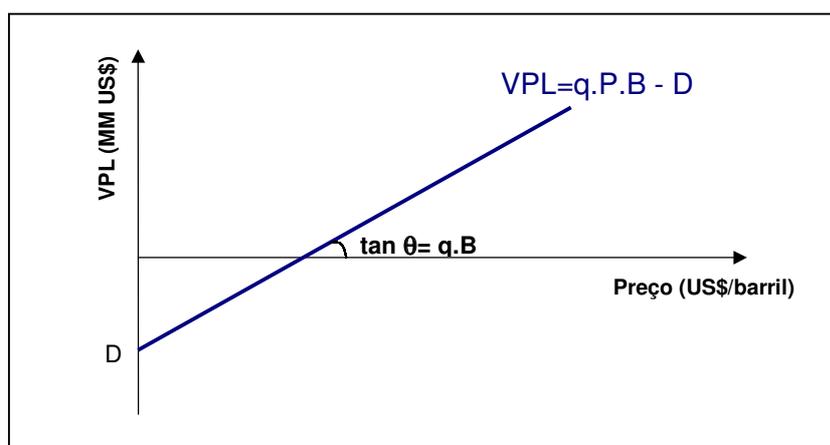


Gráfico 3.1 - Visualização equação Business

<sup>10</sup> Utilizado no texto apreciado de Paddock, Siegel & Smith (1988), com  $q=1/3$ .

Observando o gráfico 3.1, nota-se que de posse do VPL calculado à partir de um determinado preço, com o ponto de preço igual a zero e  $VPL_k$  negativo igual a  $D_k$ , e sabendo-se o valor da reserva  $B$  (somatório de todo o fluxo de petróleo produzido) pode-se calcular o valor de  $q_k$  pela tangente da reta.

Para ilustrar a utilização da versão *Business*, se apresenta abaixo gráfico similar ao utilizado por Dixit (1988) e em sua atual versão por Dias (2002), onde se considera um projeto sem opção de espera, com reserva total de hidrocarbonetos constante, e opção escolha entre três alternativas com  $q_k$  diferentes.

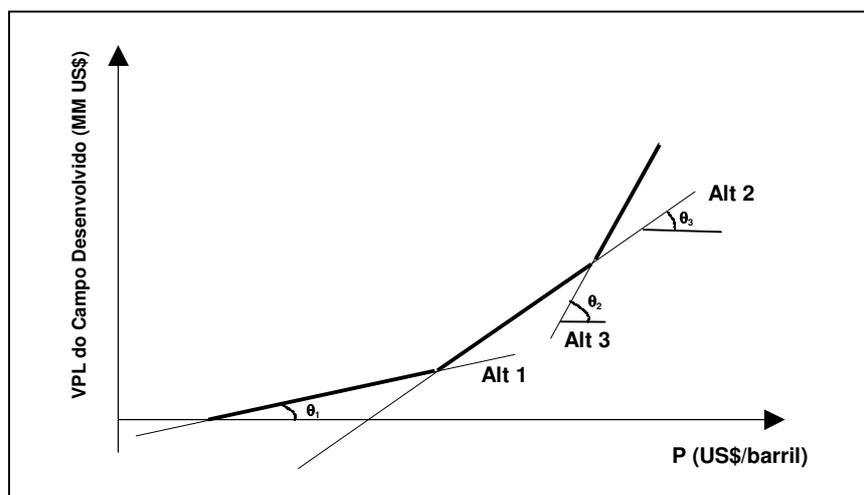


Gráfico 3.2 - Projeto com opção de escolha entre três alternativas com qualidades diferentes (Fonte: Dixit, 1988 e Dias, 2002)

A partir do gráfico 3.2 pode-se concluir que a alternativa que gera maior valor para a reserva desenvolvida dependerá do preço do petróleo. Vale adiantar que um gráfico análogo a este, porém com a inclusão da opção de espera, e logo com eixo do tempo incluído, será calculado pelo modelo desenvolvido.

Outro modo de achar o valor de  $q_k$ , seria pelo "Método do Fluxo de Caixa Rígido", que considera a inexistência de correlação entre custos operacionais e preços do petróleo. Para efeito de cálculos é incluído um novo fator  $C$ , que representa os custos operacionais variáveis e fixos, porém exclui impostos e *royalties*.

$$V'_k = q'_k \cdot P \cdot B - C_k \quad (3.15)$$

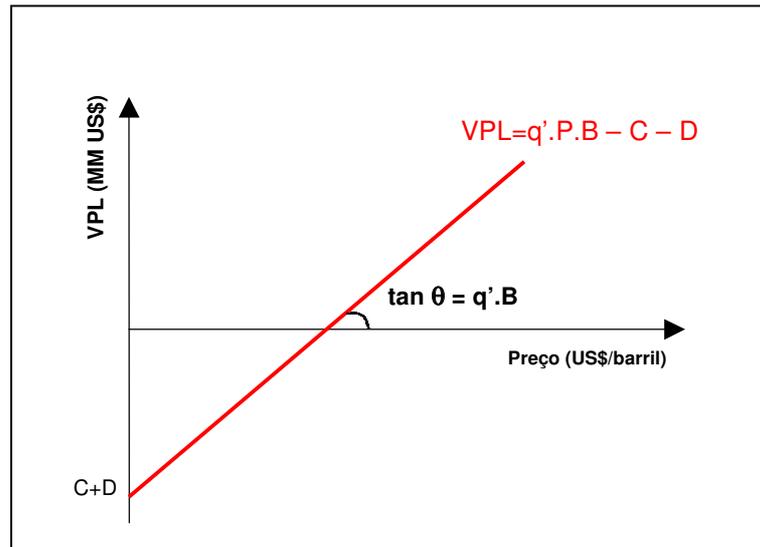


Gráfico 3.3- Visualização equação Fluxo de Caixa Rígido

Observando o gráfico 3.3, percebe-se que para o cálculo de  $C$  em cada alternativa, basta estimar o valor do VPL para o preço igual a zero e igualar ao VPL calculado pelo "Método do Fluxo de Caixa Rígido", ou seja:

$$\begin{aligned} VPL'_k &= V'_k(P=0) - D_k = q'_k \cdot 0 \cdot B - C_k - D_k \\ -C_k &= \sum_{t=t_s}^{t_{\max}} \left[ \frac{\{-365 \cdot Q_i(t) \cdot COV - COF(t)\} \cdot (1 - T_c) / (1 + \rho)^t}{(1 + \rho)^{t_s}} \right] \end{aligned} \quad (3.16)$$

Calculado o valor de  $C$  para cada alternativa, é necessário calcular o valor de  $q'$ , observando-se novamente o gráfico, nota-se que é possível calcular o parâmetro do mesmo modo que anteriormente, obtendo-se a tangente da inclinação da reta e dividindo este valor por  $B$ . Outra observação importante é de que o método do FC Rígido é mais sensível à variação do preço do petróleo, ou seja, para variações iguais do preço do petróleo a abordagem do FC Rígido fornece maiores variações do VPL que o método *Business* como o gráfico 3.4 demonstra.

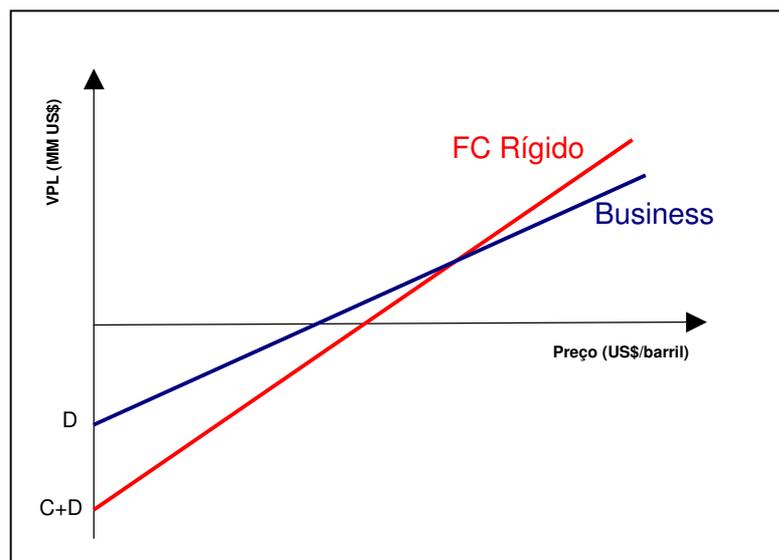


Gráfico 3.4 - Superposição das curvas dos métodos Business e Fluxo de Caixa Rígido

À seguir demonstra-se que o valor do projeto segue o MGB com os mesmos parâmetros que o preço do petróleo, para cada um dos modelos de determinação de  $q$ . Partindo-se da eq.(3.4), da hipótese de não arbitragem e do conceito de *convenience yield*:

$$dP = (r - \delta) \cdot P \cdot dt + \sigma \cdot P \cdot dz \quad (3.17)$$

Considerando a visão *Business*:

$$V = q \cdot P \cdot B$$

Aplicando o Lema de Itô:

$$dV = \frac{\partial V}{\partial t} dt + \frac{\partial V}{\partial P} dP + 0.5 \cdot \frac{\partial^2 V}{\partial P^2} dP^2$$

$$\text{Onde: } \frac{\partial V}{\partial t} = 0; \quad \frac{\partial V}{\partial P} = q \cdot B; \quad \frac{\partial^2 V}{\partial P^2} = 0;$$

Substituindo de volta,

$$dV = q \cdot B \cdot dP = (q \cdot B \cdot P) \cdot (r - \delta) \cdot dt + (q \cdot B \cdot P) \cdot \sigma \cdot dz$$

E como queria-se demonstrar:

$$dV = (r - \delta) \cdot V \cdot dt + \sigma \cdot V \cdot dz$$

Observando o resultado de  $dV$  ao utilizar a visão *Business* prova-se que os parâmetros  $\delta$  e  $\sigma$  para o processo estocástico de  $V$  serão os mesmos do processo do preço do petróleo.

Utilizando agora a modelo do "Fluxo de Caixa Rígido", pode-se chegar ao mesmo resultado se for somado o valor de  $C$  e  $D$ , e logo à conclusão sobre ao fato de que segue um MGB semelhante ao do preço do petróleo. A principal diferença entre os dois métodos se encontra na resolução pelo método de diferenças finitas, onde como será visto as condições de contorno são diferentes para cada um.

$$\begin{aligned} D'_k &= C_k + D_k \\ VPL_k &= q'_k \cdot P \cdot B - D'_k \end{aligned} \quad (3.18)$$

Vale dizer que na realidade a qualidade da reserva deve se situar entre os valores encontrados pelos dois modelos, pois existe uma correlação não perfeita entre os custos operacionais e o preço do petróleo. Porém para que um modelo faça esta consideração terá de assumir o custo operacional como estocástico, o que acarreta em grande aumento de dificuldade na modelação e foge ao escopo desta dissertação.

### **3.2.3.2.**

#### ***Convenience Yield, $\delta$***

A determinação da taxa de convenience yield,  $\delta$ , será baseada no estudo de Pickles e Smith (1993). Neste artigo, assim como em Paddock *et al* (1988) o retorno requerido pelo proprietário das reservas desenvolvidas é decomposto em receitas operacionais, análogas ao dividendo ( $\delta$ ) e ganhos de capital ( $\alpha$ ). Ressaltando que o possuidor de uma opção de desenvolver a reserva não recebe receitas operacionais, apesar de receber a apreciação de preço. Na realidade, até o

início do desenvolvimento da reserva, esta receita operacional não recebida representa o custo de oportunidade de manter a opção viva.

Os autores adotam abordagem baseada nos dados de mercado, alternativa a de Paddock *et al*(1988), para determinar  $\delta$ . Consideram também que o preço de uma reserva desenvolvida de petróleo aprecia a mesma taxa que o preço do petróleo. Logo para gerar a mesma taxa de retorno, ambos os ativos (estoques de petróleo e reservas desenvolvidas) terão de gerar a mesma taxa de receitas.

O retorno esperado do possuidor de um estoque de petróleo difere do retorno esperado pelo possuidor da reserva desenvolvida, sendo a taxa de apreciação do petróleo ( $\alpha$ ) somada a taxa de convenience yield bruto por possuir o estoque ( $\phi$ ) e subtraída da taxa percentual de custo de estocagem,  $c$ .

$$\text{Retorno} = \alpha + \phi - c = \alpha + \delta \Rightarrow \delta = \phi - c \quad (3.19)$$

Prosseguindo a análise, o valor do custo de carregamento<sup>11</sup> ( $h$ ), pode ser definido pela diferença entre os contratos futuros, em um determinado dia, para dois meses diferentes. Vale lembrar que esta análise considera a inexistência de possibilidades de arbitragem nos mercados futuros do mineral. Os componentes deste custo de carregamento incluem a taxa livre de risco,  $r$ , que deixou-se de ganhar, mais custo de estocagem, líquido do convenience yield:

$$h = r + c - \phi = r - \delta \therefore \delta = r - h \quad (3.20)$$

Observando então o mercado de Crude Oil da NYMEX (New York Mercantile Exchange), Pickles *et al* observaram que o mercado esperava um custo líquido de possuir o petróleo próximo de zero. Resultando em  $\delta$  igual à taxa livre de risco. Pickles e Smith (1993) definem este estado como "normal" para a indústria, e sugerem a utilização, inicialmente, em avaliações pelo método das opções.

Nos testes realizados nesta dissertação será considerado o estado "normal" durante todo o tempo. Ou seja, o convenience yield por se possuir uma reserva será igual à taxa de juros livre de risco.

A taxa livre de risco utilizada nos testes será a taxa de captação da Petrobras que, segundo técnicos da empresa, em situações “normais” é um pouco acima dos títulos do tesouro americano. Nesta dissertação será considerada uma situação normal, o que leva a um prêmio de 3 por cento em relação ao *yield* de títulos soberanos americanos. Estes *bonds* deverão ter horizonte similar ao da expiração da opção, ou seja, de dois anos.

### **3.2.3.3.**

#### ***Ex-Ante***

Diferente do VPL, o critério de decisões das Opções Reais será baseado no gráfico das fronteiras ótimas de exercício da opção formado pelas regiões de investimento ótimo em cada alternativa, incluindo a espera e o não investimento entre estas alternativas.

Este gráfico é a solução numérica da equação diferencial parcial obtida, e para a sua determinação será utilizado o método numérico das diferenças finitas em sua versão explícita. Os métodos numéricos não são o objeto principal deste trabalho e existe uma vasta literatura sobre o assunto, mas vale dizer que algumas soluções poderiam ter sido utilizadas, como por exemplo, a simulação por Monte Carlo ou o próprio método de diferenças finitas sob outras formas.

### **3.2.3.4.**

#### ***Método das Diferenças Finitas***

O método de diferenças finitas consiste em resolver a equação diferencial parcial transformando as derivadas em diferenças finitas. Como o modelo utilizado considera que o preço do petróleo segue um Movimento Geométrico Browniano (MGB), será utilizada eq.(3.11) obtida por *Contingent Claims* para a opção de investir no campo de petróleo não-desenvolvido, que na realidade é a equação diferencial de Black-Scholes-Merton (Hull, 2000, pg 247), ajustada para o pagamento de um *dividend yield*,  $\delta$  (Hull, 2000, pg 305):

---

<sup>11</sup> Também conhecido na literatura como *drift* neutro ao risco.

$$\frac{\partial F}{\partial t} + (r - \delta) \cdot P \cdot \frac{\partial F}{\partial P} + \frac{1}{2} \cdot \sigma^2 \cdot P^2 \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial P^2} = r \cdot F \quad (3.21)$$

Considerando que o tempo até a maturação da opção é  $T$  (no caso deste modelo, igual a 2 anos) e que este tempo será dividido em  $N$  intervalos iguais de duração  $\Delta T$ , obtém-se:

$$N = T / \Delta T \quad (3.22)$$

Do mesmo modo, considerando um preço suficientemente alto para o valor do ativo (preço do petróleo),  $P_{\max}$ , que garanta que a opção de compra seja exercida sem dúvidas, ou seja *deep in the money*. Define-se então analogamente :

$$M = P_{\max} / \Delta P \quad (3.23)$$

Com isto define-se o grid  $(N+1) \times (M+1)$  que pode ser visto na figura 3.1. Sendo o ponto  $(i,j)$  correspondente ao tempo  $(i \cdot \Delta T)$  e preço do ativo  $(j \cdot \Delta S)$ .

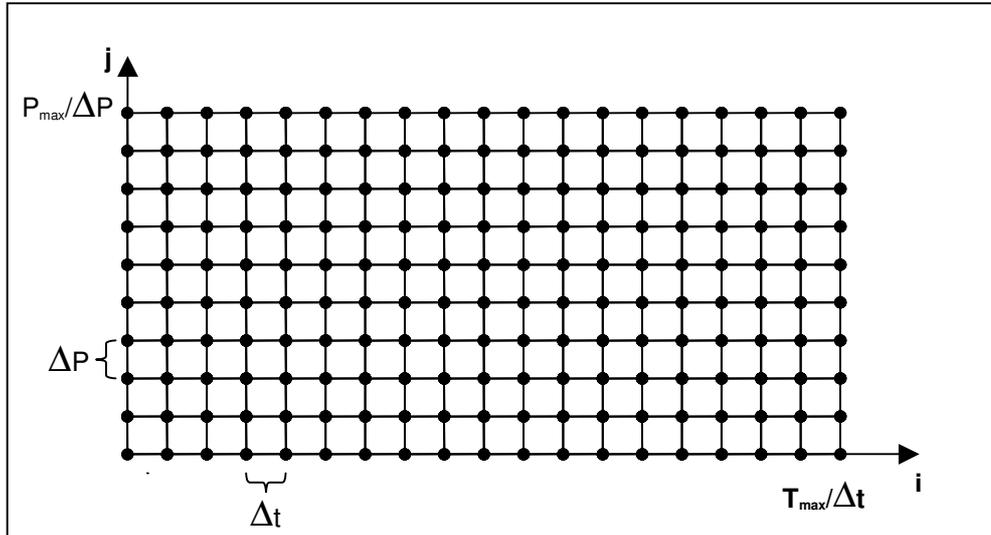


Figura 3.1 - Grade para visualização do método das diferenças finitas

No caso explícito das diferenças finitas, considera-se que o valor de  $\frac{\partial F}{\partial P}$  e

$\frac{\partial^2 F}{\partial P^2}$  são os mesmos nos pontos  $(i+1,j)$  e  $(i,j)$ . Substituindo-se, então, as derivadas

parciais por diferenças finitas, chega-se às equações (Hull, 2000, pg 419):

$$\frac{\partial F}{\partial P} = \frac{F_{i+1,j+1} - F_{i+1,j-1}}{2 \cdot \Delta P} \quad (3.24)$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial P^2} = \frac{F_{i+1,j+1} + F_{i+1,j-1} - 2 \cdot F_{i+1,j}}{\Delta P^2} \quad (3.25)$$

$$\frac{\partial F}{\partial t} = \frac{F_{i+1,j} - F_{i,j}}{\Delta t} \quad (3.26)$$

Substituindo as eq.(3.24) a (3.26) na eq.(3.21) e substituindo P por j.  $\Delta P$ ,  
obtem-se:

$$\frac{\partial F}{\partial t} + (r - \delta) \cdot P \cdot \frac{F_{i+1,j+1} - F_{i+1,j-1}}{2 \cdot \Delta P} +$$

$$\frac{1}{2} \cdot \sigma^2 \cdot P^2 \cdot \frac{F_{i+1,j+1} + F_{i+1,j-1} - 2 \cdot F_{i+1,j}}{\Delta P^2} = r \cdot F_{i,j}$$

$$\frac{F_{i+1,j} - F_{i,j}}{\Delta t} + (r - \delta) \cdot j \cdot \Delta P \cdot \frac{F_{i+1,j+1} - F_{i+1,j-1}}{2 \cdot \Delta P} +$$

$$\frac{1}{2} \cdot \sigma^2 \cdot j^2 \cdot \Delta P^2 \cdot \frac{F_{i+1,j+1} + F_{i+1,j-1} - 2 \cdot F_{i+1,j}}{\Delta P^2} = r \cdot F_{i,j}$$

$$\frac{F_{i+1,j} - F_{i,j}}{\Delta t} + (r - \delta) \cdot j \cdot \frac{F_{i+1,j+1} - F_{i+1,j-1}}{2} +$$

$$\sigma^2 \cdot j^2 \cdot \frac{F_{i+1,j+1} + F_{i+1,j-1} - 2 \cdot F_{i+1,j}}{2} = r \cdot F_{i,j}$$

Multiplicando os dois lados da equação por  $\Delta t$  e rearranjando os termos:

$$F_{i+1,j} \cdot (1 - \sigma^2 j^2 \Delta t) + F_{i+1,j-1} \cdot \frac{-(r - \delta) \cdot j \Delta t + \sigma^2 j^2 \Delta t}{2} + F_{i+1,j+1} \cdot \frac{(r - \delta) \cdot j \cdot \Delta t + \sigma^2 j^2 \Delta t}{2} = (r + \Delta t) \cdot F_{i,j} \quad (3.27)$$

Ou agrupando os termos,

$$F_{i,j} = a^*_j \cdot F_{i+1,j-1} + b^*_j \cdot F_{i+1,j} + c^*_j \cdot F_{i+1,j+1} \quad (3.28)$$

onde,

$$a^*_j = \frac{1}{1 + r \cdot \Delta t} \cdot (-0.5 \cdot (r - \delta) \cdot j \cdot \Delta t + 0.5 \cdot \sigma^2 \cdot j^2 \cdot \Delta t)$$

$$b^*_j = \frac{1}{1 + r \cdot \Delta t} \cdot (1 - \sigma^2 \cdot j^2 \cdot \Delta t)$$

$$c^*_j = \frac{1}{1 + r \cdot \Delta t} \cdot (0.5 \cdot (r - \delta) \cdot j \cdot \Delta t + 0.5 \cdot \sigma^2 \cdot j^2 \cdot \Delta t)$$

Para que o método de diferenças finitas explícito funcione corretamente, os valores de  $a^*$ ,  $b^*$  e  $c^*$  devem ser sempre maiores ou iguais a zero. Caso isto não ocorra deve-se variar os parâmetros, principalmente as discretizações de preço e tempo, para torná-los positivos.

### 3.2.3.5.

#### ***Determinação da Curva de Gatilhos para exercício Ótimo***

Voltando ao procedimento de cálculo, deve-se definir as fronteiras do *grid* exibido na figura 3.1. Iniciando pela fronteira superior ( $S=S_{\max}$ ), deve-se calcular, pela equação *Business* ou FC Rígido, o maior VPL para  $S_{\max}$  em cada uma das alternativas, então a que possuir o maior VPL será a alternativa da fronteira superior e o valor da opção será o valor presente líquido desta alternativa.

Quanto à fronteira inferior, como está se considerando um investimento, ou analogamente uma *Call*, quando  $S$  for igual a zero, não haverá investimento, ou seja, o valor da opção é zero em toda ela.

No caso da fronteira lateral em  $t$  igual a  $T$ , calcula-se para cada ponto discreto do preço do ativo, qual a melhor alternativa (incluindo o não investimento no caso de serem todas negativas) e o valor da opção de compra.

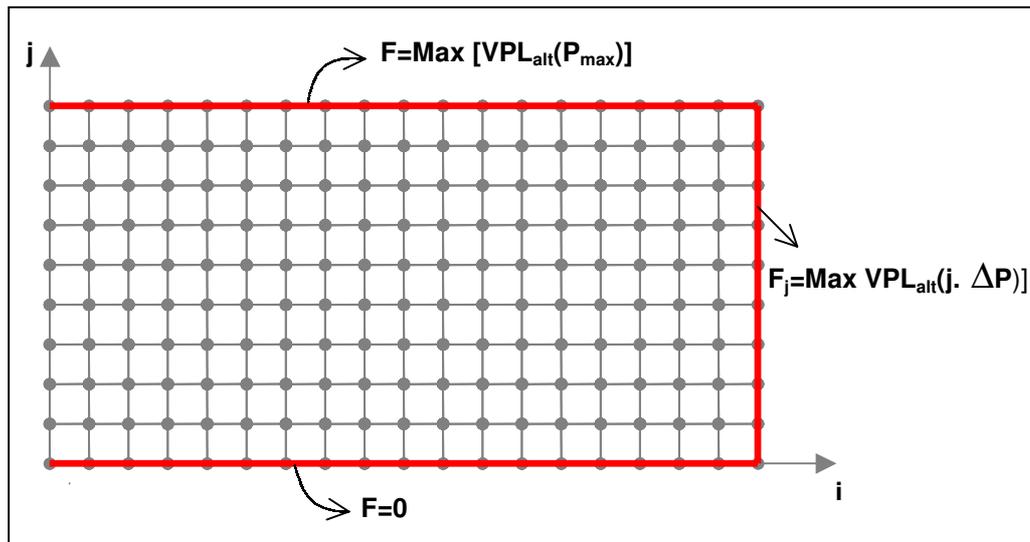


Figura 3.2 - Definição das Condições de Contorno do Grid

Com estas três fronteiras definidas e a eq.(3.28) é possível encontrar o valor da opção e a melhor alternativa (incluindo agora a opção de espera) em cada um dos pontos do *grid*, desde que os valores de  $a^*_j$ ,  $b^*_j$ , e  $c^*_j$  sejam positivos. Este processo de definição é exatamente uma forma de Programação Dinâmica, que no caso decide entre o valor de  $f_{i,j}$  calculado, representando a opção de espera, e o valor do maior VPL, onde cada valor representa uma das alternativas de intensidade. Lembrando que o VPL para cada alternativa pode ser calculado pelo método *Business* ou Fluxo de Caixa Rígido.

$$F_{i,j} = \text{Max}_{\text{alt}} \{f_{i,j}, \text{VPL}_1, \text{VPL}_2, \text{VPL}_3\} \quad (3.29)$$

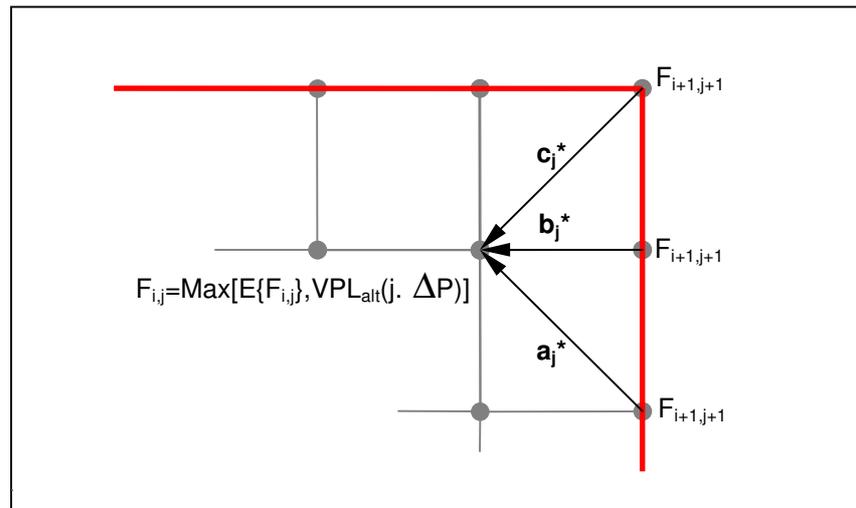


Figura 3.3 - Procedimento para realização da programação dinâmica conjuntamente ao método de diferenças finitas explícito

Após ter estabelecido as alternativas a serem escolhidas em cada ponto do *grid*, é construído o gráfico com as fronteiras de gatilho para escolha da melhor alternativa. Conforme já colocado, este procedimento segue a linha utilizada por Dixit (1993).

Para traçar o gráfico é necessário verificar, em cada tempo discreto no *grid*, quando ocorre a mudança de decisão de investimento, realizando esta procura do preço zero até o preço máximo. Por exemplo, iniciando com a decisão de não investir, ao passar por um ponto da grade onde o investimento deve ser feito na alternativa 2, tem-se um ponto da curva de fronteira inferior da alternativa 2, valendo o mesmo procedimento para as fronteiras da alternativa 1 e 3. Abaixo pode-se observar o resultado de um gráfico gerado para efeitos ilustrativos.

Considerando o gráfico de fronteiras ótimas de exercício da opção, é importante estabelecer que ele poderia ser traçado em termos do VPL no eixo vertical ao invés do preço do petróleo. Mas devido à relação de homogeneidade entre o valor presente líquido das alternativas de projeto e do preço do petróleo e principalmente pela facilidade de tratamento e economia de cálculos, utiliza-se o preço por barril como variável do gráfico.

A intuição por detrás da figura de fronteiras  $P^*$  é semelhante à utilizada na curva de gatilho de uma opção financeira americana. Ou seja, existem preços que tornam o ativo subjacente tão atraente que não vale mais à pena esperar por novas

informações. Porém nesta dissertação existe a complexidade extra da opção de escolha entre três alternativas de intensidade de operação.

Abaixo é apresnetado, para efeitos de visualização, o gráfico de fronteiras de gatilho utilizado no apêndice de Teste do Modelo:

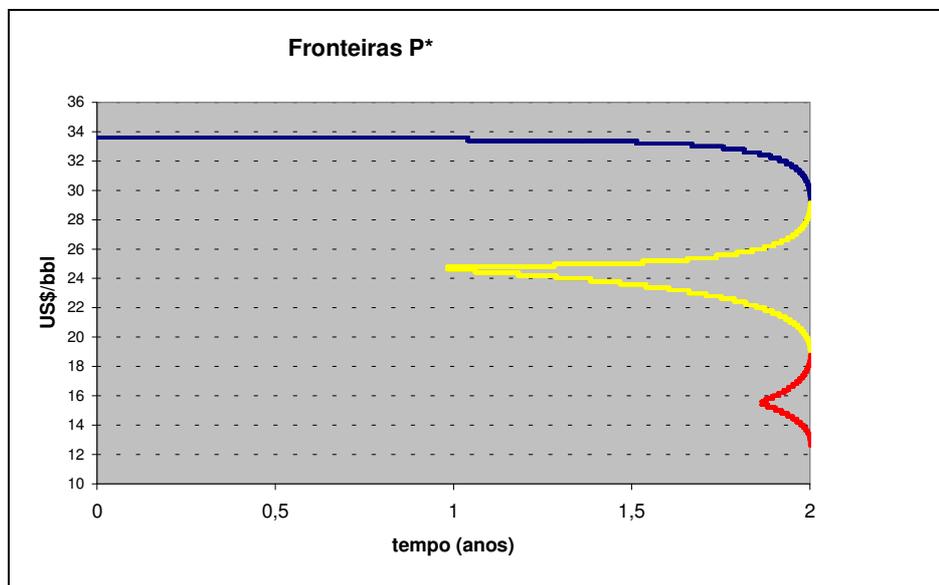


Gráfico 3.5 - Exemplo de curva de gatilho para exercício ótimo.

### 3.2.3.6.

#### **Ex-post**

Depois de construído o gráfico de regiões disponível para verificar o exercício da opção em até 2 anos, compara-se o preço corrente no período de análise com o gráfico das fronteiras ótimas. Caso não seja exercida a opção, nova comparação será realizada no final do primeiro ano com o preço corrente do novo ano, caso opte-se novamente por adiar o investimento, uma terceira verificação ocorrerá ao final do segundo ano, desta vez se a melhor alternativa for o não investimento não haverá possibilidade de adiamento. Como produto deste teste obtém-se a alternativa de investimento pelo método as Opções Reais e o tempo de espera para seu exercício.

### 3.3.

#### **Modalidades de teste**

Como já determinado, o critério de comparação entre os métodos do VPL e Opções Reais será o somatório dos VPLs *ex-post*. Para isto é necessário calcular

estes valores para as alternativas determinadas por cada um dos critérios, utilizando a série histórica de preços reais do petróleo, lembrando que se o projeto ultrapassar o último valor histórico de preço disponível, a última média anual é repetida.

Porém dentro desta concepção duas modalidades de teste serão realizadas. Na primeira, a *moneyness* do projeto será mantida constante, ou seja, será mantido estado de quão *in the money* se encontra o projeto. Lembrando que no caso de projetos reais o VPL representa a *moneyness*. Na segunda modalidade, as características do projeto serão mantidas para todos os períodos de análise. Estas duas possibilidades de teste serão melhor explicadas no capítulo 4.

## 4 Apresentação e Resultados do *Back-testing*

Este capítulo está dividido em duas grandes partes. Na primeira são apresentados os dois casos base do back-testing e outros parâmetros importantes para realização dos testes. Em seguida são expostos e comentados os resultados.

### 4.1. Apresentação do *Back-Testing*

Conforme explicado no capítulo 3, os testes englobam o período de 1970 a 1990 e podem ser divididos basicamente em dois formatos, apresentados nas próximas duas primeiras sub-seções. No primeiro formato, os dados técnicos são mantidos constantes em cada período, permitindo o aparecimento de projetos *deep in-the-money* e *out-of-the-money*. Já a segunda modalidade, se baseia na manutenção da *moneyness* do projeto representativo da indústria, fornecido por técnicos da Petrobras, ao longo dos anos de teste.

Da sub-seção 4.1.3 a 4.1.9, apresentam-se quantitativamente parâmetros dos testes, como as curvas de produção de petróleo do caso fornecido pela Petrobras, os preços reais do petróleo baseados no do tipo Brent negociado na bolsa de Londres, a metodologia de definição da taxa de juros livre de risco, baseada nos yields de títulos do tesouro dos EUA e índices de preços ao produtor norte-americano. Além do cálculo do investimento para desenvolvimento do campo de petróleo, o tratamento quanto à inflação e explicações quanto à definição do preço de referência para exercício da opção.

#### 4.1.1. Caso base 1: características técnicas do projeto e investimento constantes

Este primeiro caso base considera que os dados fornecidos pela Petrobras são definitivos e que o gerente estará analisando o mesmo projeto em cada período. O que parece pouco intuitivo na prática, pois em caso de aumento de preços levaria à projetos muito bons e que, muito provavelmente, já poderiam ter

sido feitos antes. Porém faz sentido em caso de queda do preço do petróleo, que pode levar todos os projetos existentes a inviabilidade econômica financeira.

Pelo fato das condições e parâmetros estarem sendo considerados como constantes, os gráficos de fronteiras ótimas para exercício da opção serão idênticos para todos os anos do período de testes. Vale colocar que isto somente é realmente possível se a qualidade da reserva for determinada pelo método do FC Rígido. Porém será considerada a premissa de que as qualidades da reserva, para cada alternativa, serão mantidas constantes durante estes testes, mesmo quando obtidas pelo método Business. Estas serão calculadas para o preço do petróleo produzido de US\$15/barril, apresentadas abaixo e que de acordo com técnicos da Petrobras era o parâmetro utilizado para o estudo de viabilidade do projeto representativo da indústria fornecido. Além disto, serão geradas análises de sensibilidade para testar se há diferenças relevantes quanto à utilização dos dois modos de considerar a correlação entre custos operacionais e preço do petróleo.

Alternativa 1 (q 1)	0.182784
Alternativa 2 (q 2)	0.196370
Alternativa 3 (q 3)	0.207832

#### 4.1.2.

##### **Caso base 2: *Moneyness* constante a cada ano**

Neste caso base para realização do back-testing, é considerado que o VPL da melhor alternativa do projeto, seja ela qual for, permanece constante ao longo dos anos de análise, ou seja o quanto o projeto está *in-the-money* não varia. Esta modalidade é baseada na intuição de que novos projetos com VPLs próximos de zero surgem quando ocorre uma variação de preço do petróleo. Como por exemplo, em casos em que um aumento do preço viabiliza economicamente um projeto antes inviável.

Inicialmente deve-se dizer que para rodar os testes deste caso base foi determinado um coeficiente, que multiplica o valor do investimento em desenvolvimento do campo, mantendo o valor do VPL constante a cada ano. Este coeficiente varia de acordo com o preço do petróleo utilizado como referência

para análise em cada ano e permite que sempre apareçam projetos *in the money* para o gerente analisar. O processo para sua determinação pode ser melhor verificado na sub-seção 4.1.4.

Conforme já colocado, os dados técnicos fornecidos pela Petrobras fazem uso de um preço do petróleo produzido de US\$15/barril e que gera um VPL próximo a US\$20 milhões. Este valor do VPL servirá então como parâmetro para esta modalidade de teste. O valor do petróleo produzido servirá como parâmetro básico para realizar uma regressão e achar a equação do coeficiente do investimento em desenvolvimento, em função do preço. Vale dizer ainda que para representar o VPL será sempre utilizada a visão Business, isto é uma premissa e parte do fato que a representação através do método do Fluxo de Caixa Rígido não traria grandes diferenças na tomada de decisão.

#### 4.1.3.

#### **Curvas de Produção de Petróleo**

Conforme explicado qualitativamente no capítulo 3, serão utilizadas três curvas de produção de petróleo ao longo do tempo, estas curvas são alternativas de extração de um mesmo campo, e estão mostradas abaixo<sup>12</sup>. O volume total no reservatório do campo, ou a soma de toda a produção ao longo do tempo, é o mesmo para as alternativas.

Nos gráficos 4.1 a 4.4, o eixo horizontal representa os anos após a decisão de investimento no projeto, percebe-se que nos três casos a produção só se inicia efetivamente após dois anos de obras. Após o início efetivo da produção o formato da curva é similar para todas as três alternativas, iniciando-se com um aumento linear da produção até um nível máximo, chamado de plateau que é mantido por cerca de três anos e é seguido de um decaimento exponencial que segue até o vigésimo quinto ano contado à partir do início da construção. A principal diferença entre as alternativas é a velocidade de extração realizada.

---

<sup>12</sup> Os dados destas curvas estão em forma de tabela no Apêndice 3.

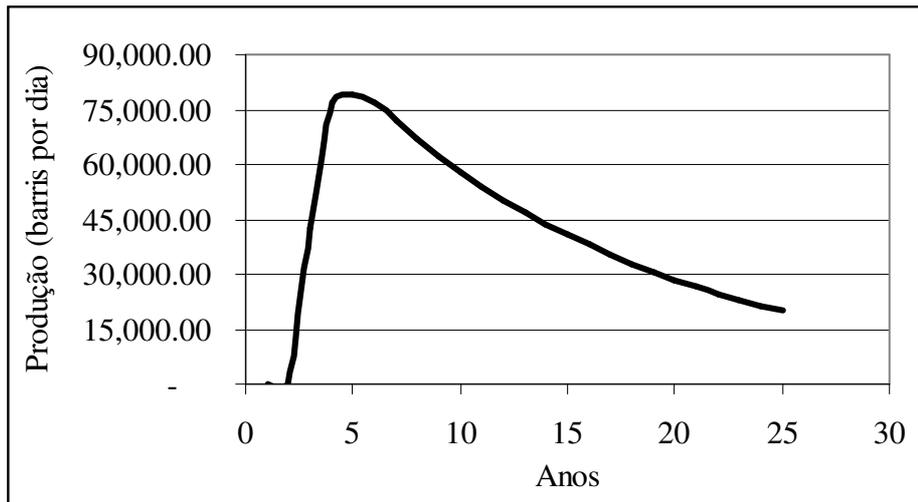


Gráfico 4.1 - Curva de produção da alternativa 1

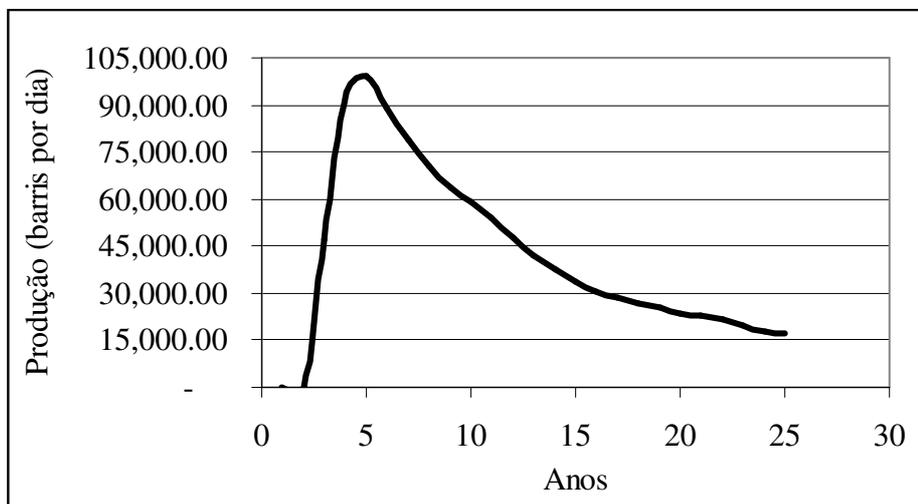


Gráfico 4.2 - Curva de produção da alternativa 2

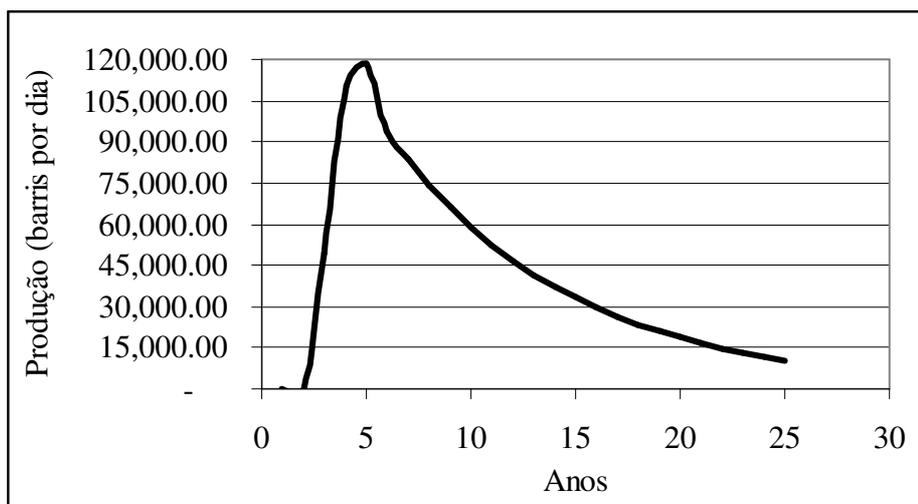


Gráfico 4.3 - Curva de produção da alternativa 3

Para uma melhor visualização da diferença entre as três alternativas, da velocidade de alcance do plateau, do tempo de manutenção no estágio de produção máxima e da velocidade de decaimento, torna-se válido sobrepor as três curvas no gráfico 4.4.

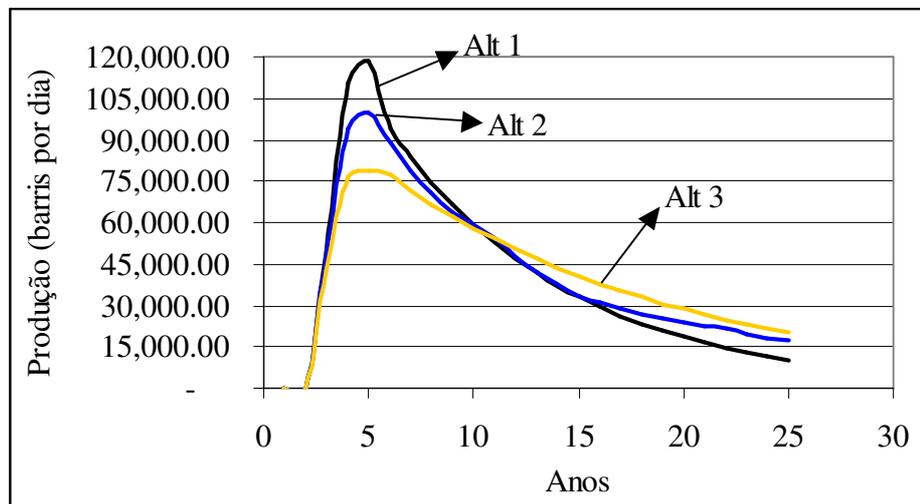


Gráfico 4.4 - As três curvas de produção sobrepostas

Cabe ressaltar que a consideração do formato real da curva de produção do reservatório é um avanço em relação aos trabalhos de Brennan e Schwartz (1985), que considera a taxa de produção constante ao longo do tempo, e de Paddock, Siegel e Smith (1988), que supões a produção como um decaimento exponencial desde o início.

#### 4.1.4.

#### Preços do Petróleo

Nesta seção são apresentadas as evoluções das séries de preços nominais e reais do petróleo do tipo Brent, em dólares americanos, listados em Londres. Ressaltando que a série real se encontra ajustada pelo PPI para dólares ao nível de preços de maio de 2002. A escolha do PPI para deflacionar os preços foi baseada na experiência de técnicos da Petrobras e no trabalho de Pindyck (1999), onde o autor utiliza o mesmo índice para retirar o efeito da inflação nos preços do petróleo de 1970 em diante.

Abaixo são apresentados gráficos da evolução dos preços mensais do UK Brent em termos nominais e ajustados ao nível de preços de 2002. Vale notar que

peço fato dos testes utilizarem valores anuais, ou seja média dos valores mensais, os picos de preço são inferiores aos preços máximos das cotações diárias.



Gráfico 4.5 - Preços nominais do petróleo UK Brent no período de janeiro de 1957 a maio de 2002 em dólares por barril. (Fonte International Monetary Fund Statistics)

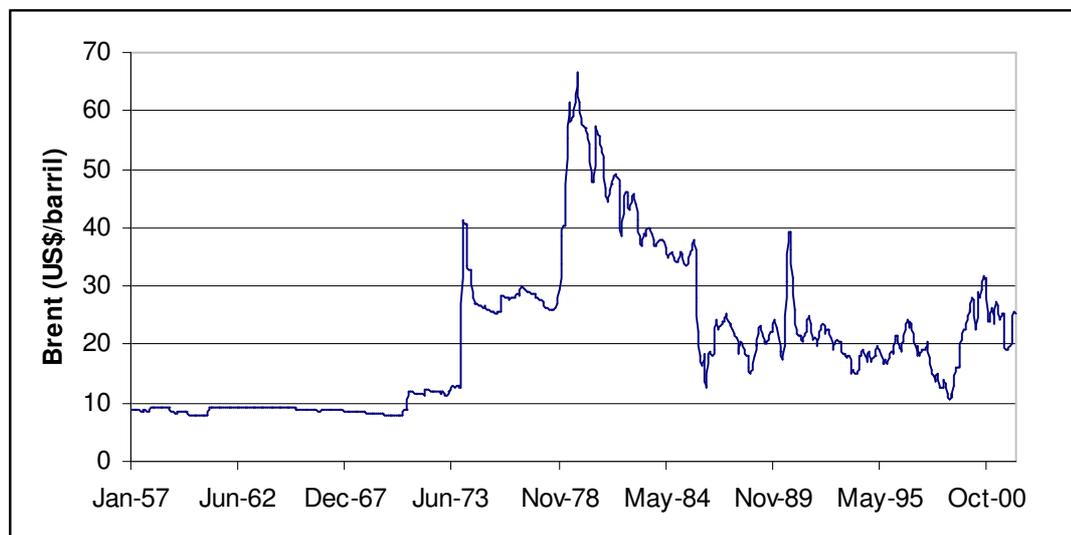


Gráfico 4.6 - Preços reais por barril do petróleo UK Brent no período de janeiro de 1957 a maio de 2002 em dólares ao nível de preços do último mês. (Fonte International Monetary Fund Statistics)

Vale lembrar que as propriedades do petróleo produzido no Brasil difere das do UK Brent listado em Londres. Para ajustar o preço listado ao do petróleo produzido, utilizado nesta dissertação, é considerado um spread, por simplificação constante, igual a dois dólares negativos. Ou seja, considera-se que quando o

preço cotado em Londres para o petróleo do tipo Brent for, por exemplo, US\$10/bbl o petróleo produzido será negociado a US\$8/bbl.

Conforme já adiantado, os testes serão realizados todos em bases anuais e para isto são calculadas as médias dos preços reais em cada ano. Estas médias já descontadas do spread são apresentadas abaixo na tabela 4.2 em dólares, com base em 2002, por barril.

**Tabela 4.2 - Preços reais do petróleo**

<b>Preço real do petróleo produzido</b> (em US\$/barril, líquido de spread)			
1970	5,92	1987	21,49
1971	9,01	1988	16,36
1972	9,90	1989	19,29
1973	10,36	1990	24,57
1974	29,96	1991	20,46
1975	23,80	1992	19,70
1976	26,16	1993	16,73
1977	26,90	1994	15,21
1978	24,71	1995	15,91
1979	51,08	1996	18,98
1980	53,34	1997	17,62
1981	47,05	1998	11,38
1982	41,79	1999	16,40
1983	36,54	2000	25,92
1984	34,33	2001	21,78
1985	33,07	2002	21,10
1986	16,84		

#### 4.1.5.

#### Taxa Livre de Risco

De acordo com a teoria, a taxa livre de risco é suposta como constante ao longo do tempo e descorrelacionada com o mercado de ações, sendo sugerido utilizar taxas de títulos garantidos pelo Tesouro Nacional (Samanez, 2001).

Ao longo deste trabalho será utilizada uma taxa constante e descorrelacionada com o mercado de ações, porém a taxa é determinada de maneira alternativa. Seguindo a orientação de técnicos da Petrobras, a taxa livre de risco para análise de projetos de petróleo possui, em situações “normais” no mercado de capitais, um prêmio de 200 a 300 pontos base sobre os títulos do tesouro americano. E para que esta taxa seja uma taxa real desconta-se a inflação do período.

Então, para calcular a taxa livre de risco real do período é calculada, inicialmente, a média das taxas nominais de yield do T-Bond no período de 1970 a 1990. Porém vale lembrar que em aplicações de opções reais sugere-se o uso de títulos com maturação semelhante ao tempo para expiração da opção, no caso deste teste igual a dois anos. Este critério foi efetivamente seguido para calcular a média de 1977 a 1990, porém os valores utilizados até 1976 são referentes aos T-Bonds de um ano de duração, por causa da falta de liquidez ou inexistência dos títulos de dois anos. Abaixo na tabela 4.3 estão os yields anuais dos títulos do tesouro americano conforme explicado.

**Tabela 4.3** - Dados para determinação da Taxa a que o tesouro americano se financia

<i>Yield Tesouro Americano - a.a.</i>	
1970	6,90%
1971	4,89%
1972	4,95%
1973	7,32%
1974	8,20%
1975	6,78%
1976	6,31%
1977	6,45%
1978	8,33%
1979	10,11%
1980	11,73%
1981	14,57%
1982	12,80%
1983	10,21%
1984	11,67%
1985	9,27%
1986	6,86%
1987	7,42%
1988	8,10%
1989	8,57%
1990	8,16%
média	<b>8,55%</b>

Fonte: Federal Reserve Bank

Acima pode ser vista a tabela com os valores da taxa de yield do tesouro americano com todos os anos do período de testes e a média encontrada. Resta determinar o valor da inflação, neste caso representada pelo PPI americano. Para isto utiliza-se o valor do índice ao final de dezembro do último ano do teste e o valor do início do primeiro ano de teste:

$$\text{Inflação} = \left( \frac{\text{PPI}_{1990}}{\text{PPI}_{1970}} \right)^{\frac{1}{21}} - 1 = \left( \frac{95,0638}{29,2654} \right)^{\frac{1}{21}} - 1 = 5,77\%$$

Com estes dados é possível determinar a taxa livre de risco do projeto utilizado nos testes, que será aproximadamente 5,8% a.a. (ou mais detalhadamente, 8,6%+3%-5,8%).

#### 4.1.7.

#### Investimento para Desenvolvimento do Campo

O valor presente dos custos de investimento em desenvolvimento do campo de petróleo é obtido à partir dos fluxos de caixa depreciáveis e não depreciáveis anuais, líquidos de benefícios fiscais. Estes valores assim como o restante dos dados técnicos foram fornecidos por técnicos da Petrobras e são representativos da indústria brasileira. Devido à correlação entre custos e preços, cabe ressaltar que estes dados vislumbram o preço do petróleo produzido igual a US\$15 dólares ao nível de preços de 2002. A depreciação é considerada linear em dez anos, a depreciação bruta se inicia com a produção e perdura até o décimo ano.

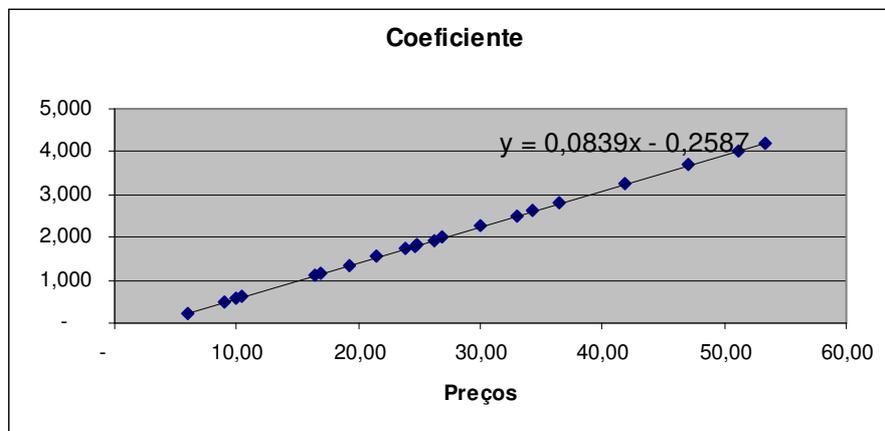
O valor presente dos investimentos para desenvolvimento de cada uma das alternativas são apresentados abaixo na tabela 4.4, os fluxos de caixa depreciáveis, não depreciáveis e os cálculos para chegar a este valor são encontrados no apêndice 4.

**Tabela 4.4 - Investimento em desenvolvimento do campo para cada alternativa com base no preço de US\$15/barril**

Investimento em Desenvolvimento do Campo (em US\$ milhões)	
Alternativa 1	\$1.035
Alternativa 2	\$1.110
Alternativa 3	\$1.185

Conforme explicado anteriormente, no caso base de moneyness constante, o VPL será mantido constante em cada ano de análise e para isto é necessário achar a equação que rege a relação entre investimento em desenvolvimento e preço do petróleo produzido. Então, partindo dos valores apresentados na tabela acima e calculando manualmente alguns dos coeficientes, realiza-se a regressão que segue abaixo:

**Gráfico 4.7 - Regressão da equação para o coeficiente multiplicador do investimento em desenvolvimento, em função do preço de petróleo produzido**



Ou seja, para realizar testes de *moneyness* na ordem de US\$20 milhões, a cada ano de análise é necessário entrar com o preço de referência na equação e encontrar um novo multiplicador do valor presente dos investimentos em desenvolvimento do campo.

#### **4.1.8. Tratamento da Inflação**

O *back-testing* pode ser realizado em termos reais ou nominais, neste trabalho será utilizada a abordagem real. Neste sentido a série de preços de petróleo, de custos operacionais fixos e para desenvolvimento da reserva estarão sempre em dólares americanos em termos reais ao nível de preços de 2002. Esta decisão foi baseada no critério utilizado para validação do critério das opções reais, ou seja, o somatório dos VPLs ex-post. Pois se os dados em cada período de análise fosse em valores nominais teria de haver um ajuste no momento da soma, pois somar valores referentes à níveis de preços distintos geraria um desequilíbrio.

#### **4.1.9. Preço de Referência**

Um dos pontos cruciais para a realização dos testes é a definição do preço de referência do petróleo que é utilizado a cada ano para definir se haverá investimento ou não por cada um dos dois critérios, ou seja, é fundamental para a

fase *ex-ante* do modelo. No caso da teoria das opções servirá para comparação com a curva de gatilho para exercício ótimo, e no caso do método do VPL será considerado como o preço que se manterá constante por toda a vida do projeto.

Porém o preço do petróleo esta sujeito a fatores exógenos como a presença da Opep<sup>13</sup>, que diminui ou aumenta a produção visando a manipulação do preço, e guerras em regiões com grandes reservas do hidrocarboneto. Isto torna a previsão de preços de referência bastante difícil, o que levou a decisão de utilizar o preço de referência igual ao preço real médio anual nesta dissertação.

Cabe ressaltar uma boa *proxy* para o preço de referência seria o preço do contrato futuro que é estimado com base no equilíbrio entre oferta e demanda. Porém este equilíbrio só tem relevância se houver grande liquidez no mercado, o que ocorre à partir de 1985 para os contratos de petróleo do tipo WTI negociados na NYMEX, e 1995 para o petróleo do tipo Brent negociado na IPE de Londres, segundo dados extraídos destas bolsas e fornecidos por técnicos da Petrobras. Ou seja, a utilização do preço futuro do petróleo como referência só é válida para testes com períodos de tempo a partir, pelo menos, do meio da década de 1980.

#### 4.2.

#### **Resultados do Back-testing**

Nesta seção inicia-se a apresentação da real contribuição desta dissertação para a pesquisa no campo das finanças, os resultados do *back-testing*. Porém antes disto, as características técnicas e econômicas em comum mantidas ao longo dos testes, já explicadas neste capítulo e em capítulos passados, são apresentadas na tabela abaixo para efeito de melhor visualização:

---

<sup>13</sup> OPEP: Organização dos países exportadores de petróleo. Organização multinacional com a função de coordenar as políticas de petróleo dos países-membros, além de oferecer-lhes auxílio técnico e econômico. Inclui Irã, Iraque, Kuwait, Catar, Arábia Saudita, Emirados Árabes Unidos, Argélia, Líbia, Nigéria, Indonésia e Venezuela. O Equador integrou a Organização de 1973 a 1992 e o Gabão de 1973 a 1996.

Tabela 4.5 - Características técnicas e econômicas em comum mantidas ao longo dos testes

Parâmetros Comuns					
<b>Gerais:</b>					
$\rho$	12,0%	a.a.	$\delta$	5,8%	a.a.
r	5,8%	a.a.	T	2	anos
ROY	10%		Spread ao Brent	-2,0	\$/bbl
Tc	33%		B	383.855.076	barris
<b>Custos Operacionais:</b>					
COF Alternativa 1	15.000.000	\$/ano	COF Alternativa 3	20.000.000	\$/ano
COF Alternativa 2	17.500.000	\$/ano	COV	1,8	\$/bbl

#### 4.2.1.

#### Resultados do caso base de características técnicas do projeto e custos de investimento constantes

Abaixo seguem os resultados obtidos nesta modalidade de teste, as curvas de gatilho para exercício ótimo se encontram no apêndice 5.

##### 4.2.1.1.

#### Volatilidade dos preços reais do petróleo igual a 25%a.a.

Método Business:

	Soma VPL <b>18.909.374.063,72</b>			Soma OV <b>22.050.551.364,47</b>		
	VPL ex-ante	Alt VPL	VPL ex-post	Alt Op Reais	espera	Op Reais ex-post
1970	USD 0,00	0	USD 0,00	0	0	USD 0,00
1971	USD 0,00	0	USD 0,00	0	0	USD 0,00
1972	USD 0,00	0	USD 0,00	3	2	USD 1.715.307.850,34
1973	USD 0,00	0	USD 0,00	3	1	USD 1.813.938.051,73
1974	USD 1.494.280.883,05	3	USD 1.918.239.489,70	3	0	USD 1.918.239.489,70
1975	USD 883.275.369,63	3	USD 2.163.445.670,58	3	1	USD 2.274.512.769,92
1976	USD 1.117.513.145,39	3	USD 2.405.297.254,19	3	0	USD 2.405.297.254,19
1977	USD 1.190.930.679,88	3	USD 2.367.710.138,76	3	0	USD 2.367.710.138,76
1978	USD 974.291.433,96	3	USD 2.016.482.754,40	3	0	USD 2.016.482.754,40
1979	USD 3.588.858.170,17	3	USD 1.641.621.774,94	3	0	USD 1.641.621.774,94
1980	USD 3.812.548.698,33	3	USD 1.322.026.279,65	3	0	USD 1.322.026.279,65
1981	USD 3.189.454.742,05	3	USD 1.051.665.873,83	3	0	USD 1.051.665.873,83
1982	USD 2.667.233.360,26	3	USD 772.818.471,02	3	0	USD 772.818.471,02
1983	USD 2.146.988.871,76	3	USD 528.156.600,80	3	0	USD 528.156.600,80
1984	USD 1.927.609.753,42	3	USD 421.231.076,09	3	0	USD 421.231.076,09
1985	USD 1.802.497.269,40	3	USD 425.635.316,09	3	0	USD 425.635.316,09
1986	USD 193.751.443,15	3	USD 447.062.411,83	2	2	USD 344.200.113,16
1987	USD 654.813.015,20	3	USD 465.441.605,28	3	2	USD 279.727.748,33
1988	USD 147.403.850,11	2	USD 384.921.137,79	3	2	USD 236.783.903,78
1989	USD 436.869.506,41	3	USD 312.821.289,26	3	1	USD 250.398.978,24
1990	USD 959.677.175,02	3	USD 264.796.919,49	3	0	USD 264.796.919,49

## Método Fluxo de Caixa Rígido:

		Soma VPL		Soma OV		
		18.909.374.063,72		22.058.823.899,23		
	VPL ex-ante	Alt VPL	VPL ex-post	Alt Op Reais	espera	Op Reais ex-post
1970	USD 0,00	0	USD 0,00	0	0	USD 0,00
1971	USD 0,00	0	USD 0,00	0	0	USD 0,00
1972	USD 0,00	0	USD 0,00	3	2	USD 1.715.307.850,34
1973	USD 0,00	0	USD 0,00	3	1	USD 1.813.938.051,73
1974	USD 1.494.280.883,05	3	USD 1.918.239.489,70	3	0	USD 1.918.239.489,70
1975	USD 883.275.369,63	3	USD 2.163.445.670,58	3	1	USD 2.274.512.769,92
1976	USD 1.117.513.145,39	3	USD 2.405.297.254,19	3	0	USD 2.405.297.254,19
1977	USD 1.190.930.679,88	3	USD 2.367.710.138,76	3	0	USD 2.367.710.138,76
1978	USD 974.291.433,96	3	USD 2.016.482.754,40	3	0	USD 2.016.482.754,40
1979	USD 3.588.858.170,17	3	USD 1.641.621.774,94	3	0	USD 1.641.621.774,94
1980	USD 3.812.548.698,33	3	USD 1.322.026.279,65	3	0	USD 1.322.026.279,65
1981	USD 3.189.454.742,05	3	USD 1.051.665.873,83	3	0	USD 1.051.665.873,83
1982	USD 2.667.233.360,26	3	USD 772.818.471,02	3	0	USD 772.818.471,02
1983	USD 2.146.988.871,76	3	USD 528.156.600,80	3	0	USD 528.156.600,80
1984	USD 1.927.609.753,42	3	USD 421.231.076,09	3	0	USD 421.231.076,09
1985	USD 1.802.497.269,40	3	USD 425.635.316,09	3	0	USD 425.635.316,09
1986	USD 193.751.443,15	3	USD 447.062.411,83	2	2	USD 344.200.113,16
1987	USD 654.813.015,20	3	USD 465.441.605,28	3	2	USD 279.727.748,33
1988	USD 147.403.850,11	2	USD 384.921.137,79	3	2	USD 236.783.903,78
1989	USD 436.869.506,41	3	USD 312.821.289,26	3	1	USD 250.398.978,24
1990	USD 959.677.175,02	3	USD 264.796.919,49	3	2	USD 273.069.454,25

## 4.2.1.2.

**Volatilidade dos preços reais do petróleo igual a 15%a.a.**

## Método Business e/ou Fluxo de Caixa Rígido (resultados idênticos):

		Soma VPL		Soma OV		
		18.909.374.063,72		22.280.160.104,71		
	VPL ex-ante	Alt VPL	VPL ex-post	Alt Op Reais	espera	Op Reais ex-post
1970	USD 0,00	0	USD 0,00	0	0	USD 0,00
1971	USD 0,00	0	USD 0,00	0	0	USD 0,00
1972	USD 0,00	0	USD 0,00	3	2	USD 1.715.307.850,34
1973	USD 0,00	0	USD 0,00	3	1	USD 1.813.938.051,73
1974	USD 1.494.280.883,05	3	USD 1.918.239.489,70	3	0	USD 1.918.239.489,70
1975	USD 883.275.369,63	3	USD 2.163.445.670,58	3	0	USD 2.163.445.670,58
1976	USD 1.117.513.145,39	3	USD 2.405.297.254,19	3	0	USD 2.405.297.254,19
1977	USD 1.190.930.679,88	3	USD 2.367.710.138,76	3	0	USD 2.367.710.138,76
1978	USD 974.291.433,96	3	USD 2.016.482.754,40	3	0	USD 2.016.482.754,40
1979	USD 3.588.858.170,17	3	USD 1.641.621.774,94	3	0	USD 1.641.621.774,94
1980	USD 3.812.548.698,33	3	USD 1.322.026.279,65	3	0	USD 1.322.026.279,65
1981	USD 3.189.454.742,05	3	USD 1.051.665.873,83	3	0	USD 1.051.665.873,83
1982	USD 2.667.233.360,26	3	USD 772.818.471,02	3	0	USD 772.818.471,02
1983	USD 2.146.988.871,76	3	USD 528.156.600,80	3	0	USD 528.156.600,80
1984	USD 1.927.609.753,42	3	USD 421.231.076,09	3	0	USD 421.231.076,09
1985	USD 1.802.497.269,40	3	USD 425.635.316,09	3	0	USD 425.635.316,09
1986	USD 193.751.443,15	3	USD 447.062.411,83	3	1	USD 440.133.905,70
1987	USD 654.813.015,20	3	USD 465.441.605,28	3	0	USD 465.441.605,28
1988	USD 147.403.850,11	2	USD 384.921.137,79	3	1	USD 295.812.093,86
1989	USD 436.869.506,41	3	USD 312.821.289,26	3	1	USD 250.398.978,24
1990	USD 959.677.175,02	3	USD 264.796.919,49	3	0	USD 264.796.919,49

### 4.2.1.3.

#### **Volatilidade dos preços reais do petróleo igual a 35%a.a.**

Método Business e/ou Fluxo de Caixa Rígida (resultados idênticos):

	Soma VPL <b>18.909.374.063,72</b>			Soma OV <b>20.351.882.086,89</b>		
	<i>VPL ex-ante</i>	<i>Alt VPL</i>	<i>VPL ex-post</i>	<i>Alt Op Reais</i>	<i>espera</i>	<i>Op Reais ex-post</i>
1970	USD 0,00	0	USD 0,00	0	0	USD 0,00
1971	USD 0,00	0	USD 0,00	0	0	USD 0,00
1972	USD 0,00	0	USD 0,00	3	2	USD 1.715.307.850,34
1973	USD 0,00	0	USD 0,00	3	1	USD 1.813.938.051,73
1974	USD 1.494.280.883,05	3	USD 1.918.239.489,70	3	0	USD 1.918.239.489,70
1975	USD 883.275.369,63	3	USD 2.163.445.670,58	3	2	USD 2.117.228.745,49
1976	USD 1.117.513.145,39	3	USD 2.405.297.254,19	3	1	USD 2.238.969.398,36
1977	USD 1.190.930.679,88	3	USD 2.367.710.138,76	3	2	USD 1.467.953.679,90
1978	USD 974.291.433,96	3	USD 2.016.482.754,40	3	1	USD 1.552.361.016,49
1979	USD 3.588.858.170,17	3	USD 1.641.621.774,94	3	0	USD 1.641.621.774,94
1980	USD 3.812.548.698,33	3	USD 1.322.026.279,65	3	0	USD 1.322.026.279,65
1981	USD 3.189.454.742,05	3	USD 1.051.665.873,83	3	0	USD 1.051.665.873,83
1982	USD 2.667.233.360,26	3	USD 772.818.471,02	3	0	USD 772.818.471,02
1983	USD 2.146.988.871,76	3	USD 528.156.600,80	3	0	USD 528.156.600,80
1984	USD 1.927.609.753,42	3	USD 421.231.076,09	3	0	USD 421.231.076,09
1985	USD 1.802.497.269,40	3	USD 425.635.316,09	3	0	USD 425.635.316,09
1986	USD 193.751.443,15	3	USD 447.062.411,83	2	2	USD 344.200.113,16
1987	USD 654.813.015,20	3	USD 465.441.605,28	3	2	USD 279.727.748,33
1988	USD 147.403.850,11	2	USD 384.921.137,79	3	2	USD 236.783.903,78
1989	USD 436.869.506,41	3	USD 312.821.289,26	3	2	USD 230.947.242,95
1990	USD 959.677.175,02	3	USD 264.796.919,49	3	2	USD 273.069.454,25

### 4.2.1.4.

#### **Resumo**

Na Tabela 4.6 é apresentado resumo com os resultados desta modalidade de teste, como é possível notar o critério das Opções Reais apresenta um maior valor do somatório do VPLs ex-post em todos os testes, o que significaria uma vantagem em relação ao método do VPL. Contudo esta vantagem é constituída basicamente nos primeiros anos e teria uma grande sensibilidade a mudanças no intervalo de tempo escolhido para teste. Ou seja, os resultados apontam para a validação das vantagens teóricas do critério das opções reais, porém não são conclusivos.

Observando-se os resultados é possível concluir a existência de baixa sensibilidade entre a representação do VPL pela equação Business ou pela visão do Fluxo de Caixa Rígido e as decisões de investimento tomadas. Ainda comentando os resultados, verifica-se a inexistência de sensibilidade das decisões de investimento quanto à da volatilidade estimada do preço do petróleo, pelo menos para valores entre 15% e 35% a.a. que normalmente são utilizados na literatura. É interessante notar que apesar destas sensibilidades perto de zero e zero em relação às decisões tomadas, os gráficos de gatilho para exercício ótimo tem suas fronteiras modificadas, em alguns casos significativamente.

**Tabela 4.6** - Resultados do *back-testing* para o caso das características técnicas permanecerem constantes, volatilidade variando de 15% a 35% a.a.

	Sum VPL	Sum OV
BUS $\sigma = 0,15$	18.909 MM USD	<b>22.280 MM USD</b>
BUS $\sigma = 0,25$	18.909 MM USD	<b>22.050 MM USD</b>
BUS $\sigma = 0,35$	18.909 MM USD	<b>20.352 MM USD</b>
FCR $\sigma = 0,15$	18.909 MM USD	<b>22.280 MM USD</b>
FCR $\sigma = 0,25$	18.909 MM USD	<b>22.058 MM USD</b>
FCR $\sigma = 0,35$	18.909 MM USD	<b>20.352 MM USD</b>

## 4.2.2.

### Resultados do caso base com *money* constante

#### 4.2.2.1.

#### **Melhor alternativa dos projetos com VPL ex-ante na ordem de US\$20 milhões e volatilidades do preço do petróleo de 15%, 25% e 35%:**

Para este caso base o gráfico de curvas de gatilho é calculado a cada ano, porém não serão apresentados todos os gráficos e os resultados de cada ano separadamente no corpo da dissertação. O conjunto completo dos gráficos de cada ano para cada um dos três valores de volatilidade está no Apêndice 5. Abaixo são apresentados os gráficos de gatilhos, com relação ao preço do petróleo, que balizam a tomada de decisão *ex-ante*, e os resultados *ex-post* para o ano de 1970 como forma de ilustrar a metodologia empregada.

a) Ano de 1970, volatilidade estimada dos preços do petróleo igual a 15%

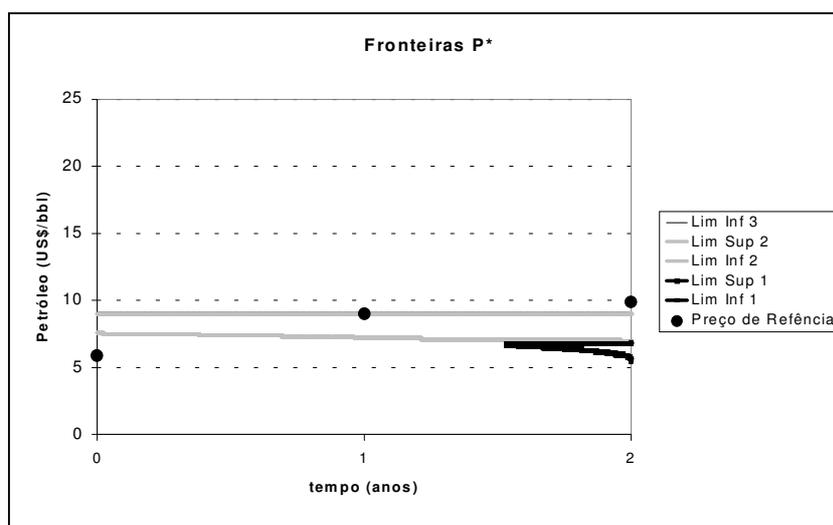


Gráfico 4.8 - Curvas de gatilho para o ano de 1970 e volatilidade de 15%

A decisão neste caso é escolher a alternativa 3 no ano 2, a observação do gráfico 4.8 é difícil já que o preço de referência, representado em cada ano pelo círculo preto, no ano 1 está entre as duas fronteiras como pode ser melhor observado na figura 4.9. Além do fato de que no gráfico acima as fronteiras superior da alternativa 2 está sobreposta à fronteira da alternativa 3.

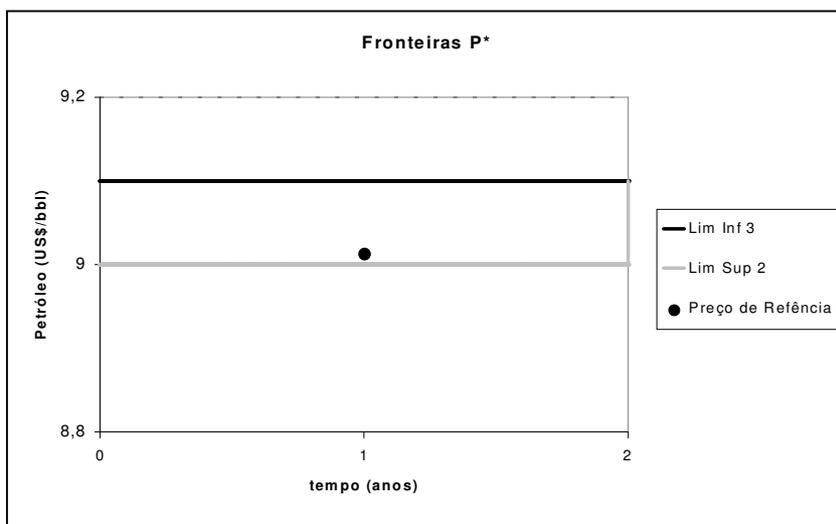


Gráfico 4.9 - *Zoom in* das curvas de gatilho para o ano de 1970 e volatilidade de 15%.

b) Ano de 1970, volatilidade estimada dos preços do petróleo igual a 25%

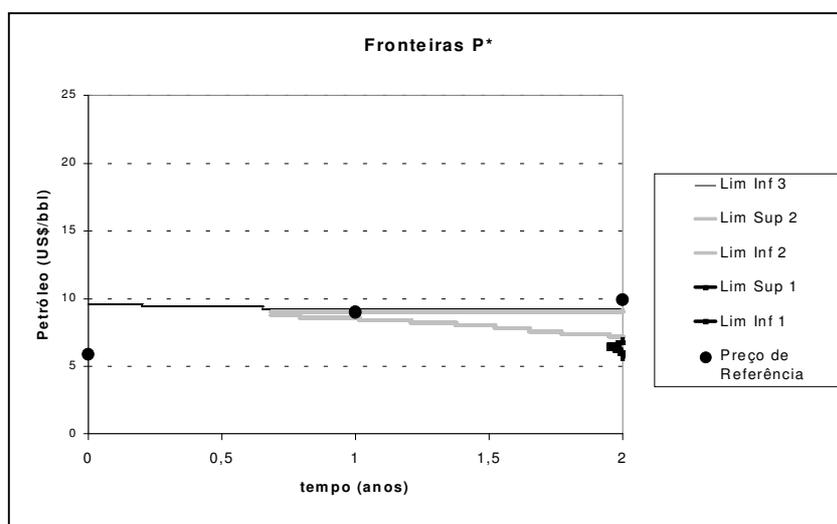


Gráfico 4.10 - Curvas de gatilho para o ano de 1970 e volatilidade de 25%

A decisão neste caso é novamente escolher a alternativa 3 no ano 2. Porém, como antes, a observação nesta figura é difícil e um zoom é apresentado na figura abaixo.

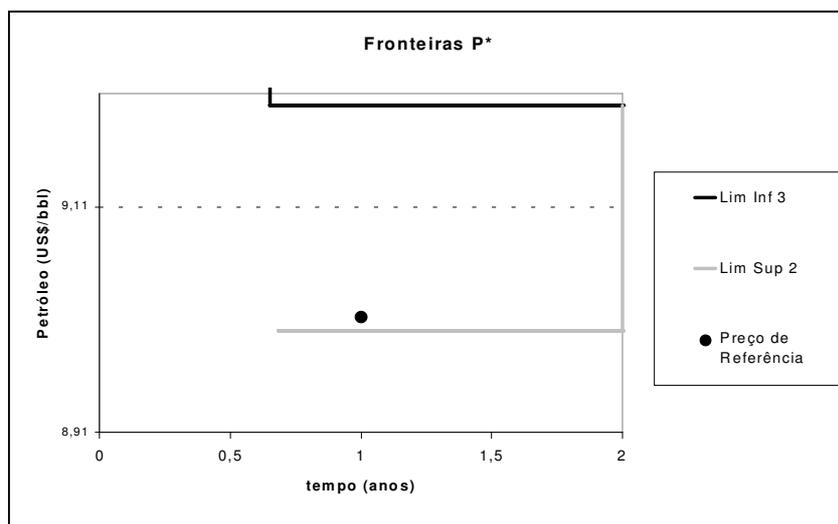


Gráfico 4.11 - *Zoom in* das curvas de gatilho para o ano de 1970 e volatilidade de 25%.

c) Ano de 1970, volatilidade estimada dos preços do petróleo igual a 35%

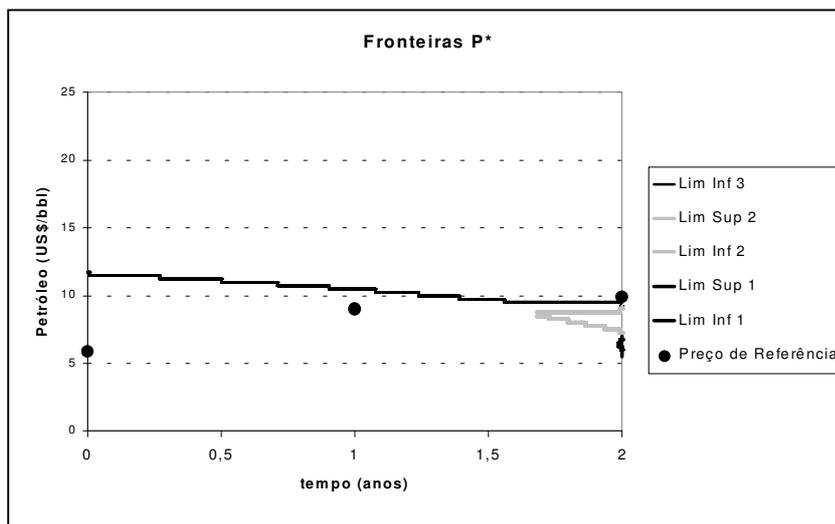


Gráfico 4.10 - Curvas de gatilho para o ano de 1970 e volatilidade de 35%

A decisão como nas anteriores é escolher a alternativa 3 no ano 2. E neste caso a visualização é bem nítida.

d) Resultados *ex-post*

Os resultados do VPL *ex-post* será o mesmo para as três volatilidades estimadas. Isto é uma observação muito importante e torna mais claro o fato de que curvas de gatilho bastante diferentes podem gerar a mesma decisão. No caso específico de escolher exercer a alternativa 3 no ano 2, o valor presente líquido à posteriori é igual a US\$ 2.254 milhões.

**4.2.2.2.****Resumo**

O fato que ocorre em 1970 se repete para todos os anos do teste, ou seja, apesar de as curvas de gatilho para exercício ótimo mudarem, as decisões tomadas nesta modalidade de teste não variam quando se varia o valor da volatilidade do preço do petróleo nos patamares entre 15% e 35%. Ou seja, para este grau de moneyness a sensibilidade das curvas de gatilho em relação à volatilidade não é transmitida para a tomada de decisão, e o resultado abaixo corresponde a qualquer uma das três volatilidades testadas.

		Soma VPL				Soma OV	
		<b>(USD 169.867.795,11)</b>				<b>USD 11.027.583.451,88</b>	
	<i>VPL ex-ante</i>	<i>Alt VPL</i>	<i>VPL ex-post</i>	<i>Alt Op Reais</i>	<i>espera</i>	<i>Op Reais ex-post</i>	
1970	USD 20.897.449	1	USD 1.803.608.049	3	2	USD 2.254.808.009	
1971	USD 20.335.979	1	USD 1.794.327.724	2	2	USD 1.971.430.975	
1972	USD 20.086.763	2	USD 2.022.230.295	3	2	USD 2.168.414.633	
1973	USD 20.617.585	2	USD 2.080.314.058	3	1	USD 2.251.169.135	
1974	USD 20.984.828	2	USD 419.549.140	0	0	USD 0	
1975	USD 20.741.143	2	USD 1.178.106.971	3	2	USD 1.334.840.337	
1976	USD 20.500.825	2	USD 1.134.538.182	0	0	USD 0	
1977	USD 20.110.391	2	USD 1.037.196.526	3	2	USD 408.866.932	
1978	USD 20.791.763	2	USD 928.074.654	3	1	USD 638.660.164	
1979	USD 19.953.441	2	(USD 1.867.208.731)	0	0	USD 0	
1980	USD 20.347.858	2	(USD 2.365.758.128)	0	0	USD 0	
1981	USD 20.955.820	2	(USD 2.030.053.077)	0	0	USD 0	
1982	USD 20.885.613	2	(USD 1.773.318.931)	0	0	USD 0	
1983	USD 20.452.851	2	(USD 1.498.792.706)	0	0	USD 0	
1984	USD 20.779.696	2	(USD 1.394.803.950)	0	0	USD 0	
1985	USD 20.881.400	2	(USD 1.268.898.705)	0	0	USD 0	
1986	USD 21.090.047	2	USD 249.448.725	0	0	USD 0	
1987	USD 20.303.007	2	(USD 167.645.026)	0	0	USD 0	
1988	USD 20.833.801	2	USD 258.351.088	3	2	USD 115.927.158	
1989	USD 20.868.839	2	(USD 90.837.684)	2	2	(USD 116.533.891)	
1990	USD 20.379.800	2	(USD 618.296.273)	0	0	USD 0	

Concluindo, os resultados acima validam de maneira conclusiva as vantagens teóricas da utilização do método das opções reais para tomada de decisão. Vale lembrar que estes resultados condizem com as premissas de que a

*moneyness* é mantida constante ao longo dos anos de teste e que o campo de petróleo em questão possui características representativas da indústria nacional.

A diferença do somatório dos VPL *ex-post* é bastante significativa, sendo o critério das opções reais possuidor de um alto valor positivo, US\$11 bilhões, e o critério do Valor Presente Líquido representado por um valor de somatório negativo de US\$169 milhões. Além desta já significativa mostra de superioridade empírica, o método de Opções Reais ainda se mostrou vencedor em maior número de anos em comparação ao método do VPL, o que representa uma baixa sensibilidade ao intervalo de anos escolhido.

Em uma segunda análise, percebe-se que a flexibilidade que mais influenciou para a melhor performance do critério das opções reais neste *back-testing* foi a opção de espera por novas informações quanto ao preço do petróleo, como ilustram de maneira incontestável os resultados dos anos de 1979 a 1985. A flexibilidade de escolha entre diversas alternativas apesar de menos relevante, possui valor como pode ser observado nos anos de 1970 a 1973.

## 5 Conclusão

A presente dissertação tem por finalidade validar as vantagens sugeridas na utilização da teoria das opções reais, para decisões em orçamentação de capital, utilizando testes empíricos. Conforme se menciona no capítulo 2, diversos autores criticam os métodos de análise de investimentos utilizados correntemente, que têm como principal representante o fluxo de caixa descontado (FCD). Apoiando-se na noção de que os gerentes ao tomarem decisões devem utilizar técnicas que reflitam melhor a realidade. Contudo, a utilização de uma teoria mais complexa, que considere a flexibilidade gerencial e a analogia com as opções financeiras somente é válida para projetos com características específicas, como por exemplo: altas quantias de investimento envolvidas, grande incerteza, irreversibilidade e necessidade de *timing* para investimento. É exatamente neste grupo que se inserem os projetos de *upstream*<sup>14</sup> da indústria do petróleo brasileira.

A forma de validação utilizada foi comparar os resultados gerados pelas alternativas determinadas pelo método do VPL (representante do FCD) e pelo critério das opções reais, em um certo intervalo de tempo. Ou seja, foi realizado um *back-testing*, recriando as condições de decisão passadas para a tomada de decisão por cada um dos critérios, na etapa *ex-ante*, e a verificação do resultado de cada decisão, na etapa *ex-post*. O resultado de cada critério é representado pelo somatório dos VPLs *ex-post* de cada um dos períodos, calculados com base nos preços realmente ocorridos do petróleo. Cabe ressaltar que o objeto é um campo de petróleo com características representativas da indústria nacional, fornecido pela Petrobras, e o período de testes é de 1970 a 1990.

O modelo desenvolvido em Excel e VBA (Visual Basic for Applications) não considera as incertezas técnicas, mas somente a incerteza econômica quanto aos preços do petróleo. Outra premissa relevante foi representar a evolução dos preços reais do petróleo do tipo Brent, a variável estocástica considerada no modelo, como um Movimento Geométrico Browniano. Dentre as diversas opções operacionais passíveis de uso, foram consideradas as opções de esperar até dois

---

<sup>14</sup> Entenda-se por *upstream* exploração, desenvolvimento e produção.

anos por mais e melhores informações, e de escolher entre três alternativas de intensidade de produção.

De posse dos dados técnicos, duas modalidades de teste surgiram como relevantes. A primeira delas considera que os dados fornecidos pela Petrobras são definitivos, e que o gerente estará analisando o mesmo projeto a cada ano. Isto parece pouco intuitivo em caso de aumento de preços, já que levaria à aceitação de projetos muito bons que já poderiam ter sido implementados antes. Porém, faz sentido em caso de queda do preço do petróleo, que pode levar todos os projetos existentes à inviabilidade econômica financeira. A segunda modalidade considera que a *moneyness* do projeto não varia, ou seja, a medida de quanto está *in-the-money* permanece constante ao longo dos anos de análise. Esta modalidade é baseada na intuição de que novos projetos com VPLs próximos de zero surgem a cada variação do preço do petróleo. O que pode ser mais facilmente entendido ao se imaginar um aumento de preço, que traz à condição de viável economicamente um projeto antes inviável considerando-se patamares inferiores de preço.

O passo seguinte à determinação das modalidades de teste, foi a modelagem do problema. Foi escolhido o ambiente Excel agregado a macros em *Visual Basic for Applications*. Os dados são inseridos através de planilhas Excel e os cálculos são todos realizados em VBA. A simplificação do problema multi-estágios em que o investimento em um projeto de E&P (Exploração e Produção) de petróleo se configura, seguiu a linha de Paddock et al(1988). Estes autores representam a decisão de investir no projeto inteiro pela decisão de desenvolver, e em seguida explorar, o campo. A solução da equação parcial diferencial, que representa a evolução do valor da opção de investir no projeto foi numérica. Para isto, conforme observado no capítulo 3, foi implementado o método explícito das diferenças finitas.

Ambas as modalidades de testes foram realizadas variando-se a volatilidade estimada dos preços do petróleo dentro de patamares típicos utilizados em estudos anteriores, vislumbrando uma análise de sensibilidade. Esta análise de sensibilidade terminou por não influir nas decisões tomadas a cada ano e logo no somatório dos VPLs *ex-post*, que é o principal critério de validação. Mesmo com as curvas de gatilho para exercício ótimo terem tido suas fronteiras modificadas. Outra análise de sensibilidade que mostrou pouca efetividade foi a dos dois

modelos lineares de cálculo da qualidade da reserva, que variam quanto ao modo de considerar a correlação entre custos operacionais e o preço do petróleo.

No caso da primeira modalidade de *back-testing*, apesar de verificar-se uma vantagem na utilização das Opções Reais, existe uma grande sensibilidade em relação ao intervalo de anos escolhidos para realização do teste. Isto é, para o caso de todo ano chegarem projetos idênticos, independentemente do preço corrente, chegarem às mãos do analista de investimentos de E&P nacionais, os testes realizados nesta dissertação apontam para melhores resultados gerados pela utilização do critério das Opções Reais na tomada de decisão, porém caso o intervalo de anos fosse outro haveria possibilidade de mudança de direção do resultado.

Quanto aos resultados do *back-testing* para o caso de projetos novos com VPL próximos de zero aparecerem a cada ano, de acordo com o preço corrente do petróleo, a teoria das Opções Reais consegue mostrar vantagens significativas. Em outras palavras, quando confrontados com projetos de VPL próximos de zero, os analistas que tivessem avaliado o investimento baseado nas Opções Reais teria tido resultados bastante superiores aos analistas que utilizaram o critério do Valor Presente Líquido. Estes resultados empíricos concordam plenamente com diversos trabalhos teóricos, e podem ser entendidos como a principal contribuição desta dissertação para a comunidade científica. Cabe ressaltar contudo que a confirmação destes resultados através de relatórios financeiros consolidados da Petrobras encontraria grande dificuldade, pois na mesma época em que estes projetos com VPL próximos de zero ocorreram em prejuízo, projetos com enorme retorno mais que os contrabalançaram estas perdas.

Finalmente, cabe ressaltar que os resultados apesar de conclusivos não são definitivos e que alguns fatores não foram considerados na presente dissertação, suscitando a realização de futuros trabalhos. Por exemplo, o preço real do petróleo foi representado pelo Movimento Geométrico Browniano, seguindo o trabalho de Pindyck (1999), "para decisões de investimento irreversíveis para os quais o preço do petróleo é a variável estocástica principal, pressupor o MGB não deve levar a grandes erros na regra ótima de investimento". Porém neste mesmo trabalho, o autor estabelece que apesar da lenta taxa, o petróleo segue um processo de reversão à média. O que torna válido um estudo similar ao aqui realizado, mas considerando os preços reais do petróleo como uma reversão à média. Ou ainda,

representar estes preços através de modelos que consideram uma reversão à média com *jumps* (Dias & Rocha, 1998) ou reversão à uma média estocástica (Pindyck, 1999).

Uma segunda parte do modelo que merece extensão é a consideração da incerteza técnica, que pode ser à respeito do volume de petróleo contido no reservatório ou da qualidade econômica da reserva. No caso da qualidade econômica, o potencial avanço seria a utilização de um modelo de cálculo da qualidade da reserva mais apurado, considerando uma correlação não perfeita entre os custos operacionais e o preço do petróleo, assumindo o custo operacional como estocástico. O próprio modelo aqui utilizado poderia ser alvo de melhorias computacionais ou ainda ter outras flexibilidades levadas em conta.

Outra contribuição para tornar o teste com *moneyiness* constante mais real seria compreender como se compõem às diferenças entre os projetos em cada ano de análise. De modo a relaxar a aproximação de que os projetos novos que surgem possuem apenas diferenças quanto ao investimento para desenvolvimento do campo.

Como última sugestão para trabalhos posteriores fica a utilização de dados de contratos futuros de petróleo, líquidos, como *proxy* do preço de referência, em lugar do preço corrente utilizado ao longo dos testes. Esta observação somente é válida para análises que se iniciem à partir do meio da década de 80, quando estes mercados passaram a ter liquidez.