

Capítulo 8b

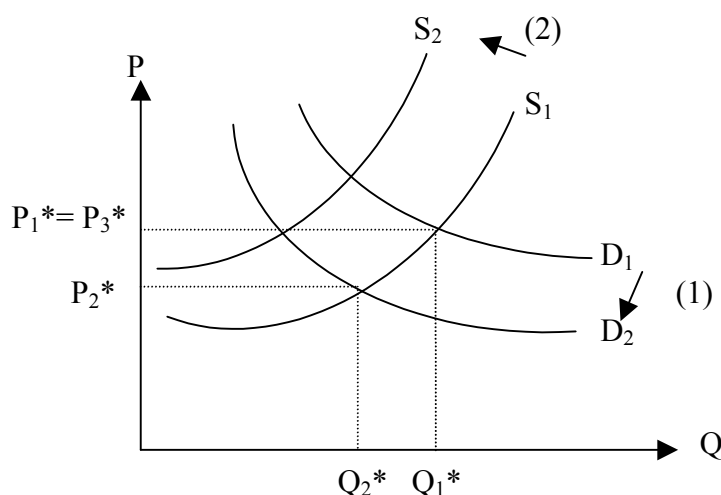
3 Equilíbrio da Indústria com Saída

Nesta seção introduz-se a possibilidade de saída e constroem-se um modelo muito semelhante aquele apresentado no capítulo 7 para decisão de entrada e saída da firma "monopolista". Veremos que os resultados obtidos são semelhantes.

Para que a opção de saída tenha sentido econômico, precisamos de duas condições:

- 1) Para que o fluxo de lucro operacional possa eventualmente ser negativo ($\pi < 0$), assumimos agora a existência de um custo variável C por unidade (e também por empresa, pois cada empresa produz apenas uma unidade por período).
- 2) Introduzimos também um custo de saída para abandonar um projeto, equivalente a um custo fixo igual a E .

A intuição é que a saída de firmas do mercado quando o preço cai estabelece uma barreira inferior no preço \underline{P} , da mesma forma que a entrada de firmas quando o preço sobe determina um teto \bar{P} . Estas são as barreiras refletivas inferior e superior do preço P . Por exemplo, um choque de demanda negativo pode provocar uma queda de preço tão grande que induza firmas concorrentes a abandonar seus investimentos. Neste caso, o deslocamento da curva de oferta para a esquerda vai fazer com que o preço retorne ao nível anterior, estabelecendo-se, então, a barreira inferior. Logo, trabalharemos com um modelo de indústria competitiva com duas barreiras de preços, um \bar{P} superior e um \underline{P} inferior.



As demais premissas são as mesmas de sempre. O processo de preço segue um movimento Browniano geométrico, as firmas têm expectativas racionais¹ e suas decisões de entrada e saída vão determinar as duas barreiras. O preço de equilíbrio de cada firma (P^*) é igual a barreira gerada pelo comportamento de todas as firmas no equilíbrio competitivo da indústria ($P^* = P$).

O cálculo agora é um pouco mais complicado, pois agora o valor da empresa ativa inclui a opção de saída, e assim o valor da empresa ativa e da opção de investimento de uma empresa inativa tem que ser determinados simultaneamente. Como antes, adotaremos a convenção de $v_0(P)$ para indicar o valor da firma inativa (valor da opção de investir) e $v_1(P)$ para o valor da empresa ativa.

O preço P para a firma ativa apresenta o Movimento Geométrico Browniano com barreira equívale da equação (4) apresentada na seção 2:

$$dP = \alpha P dt + \sigma P dz \quad \text{para } P \in [\underline{P}, \bar{P}]$$

Seja $v_1(P)$ o valor da empresa ativa quando o preço se encontra dentro do intervalo das barreiras. $v_1(P)$ é determinado pela seguinte equação diferencial²:

$$\frac{1}{2}\sigma^2 P^2 v_1''(P) + (r - \delta)P v_1'(P) - r v_1(P) + P - C = 0 \quad \text{Equação (12)}$$

e a solução geral tem a seguinte forma:

$$v_1(P) = B_1 P^{\beta_1} + B_2 P^{\beta_2} + \frac{P}{\delta} - \frac{C}{r} \quad \text{Equação 13}$$

onde: $\beta_1 > 1$, $\beta_2 < 0$; $\delta = r - a > 0$. Veremos também que $B_1 < 0$ e $B_2 > 0$.

$\frac{P}{\delta} - \frac{C}{r}$ representam o valor presente do fluxo de lucro esperado considerando um processo de preço sem barreira (lembre que as firmas são neutras ao risco, pois adotamos sempre $E(x)$ e não $EU(x)$, pois elas sempre podem diversificar o seu risco).

Não podemos utilizar as condições de contorno de antes para determinar os valores de B_1 e B_2 , pois como a equação (13) é válida apenas no intervalo de preço (\underline{P}, \bar{P}) , descartamos a possibilidade de $P \rightarrow 0$ ou $P \rightarrow \infty$, e desta forma, não se pode eliminar qualquer um dos termos. Assim:

¹ Para uma análise do impacto de expectativas racionais na determinação dos preços de equilíbrio para investir e abandonar veja cap.7 seção 1.B.

² Demonstração similar às da equações (12) e (13) se encontra no capítulo 7, referente à (5).

$B_1 P^{\beta_1}$ representa a redução de valor devido ao limite superior de preço. Quanto maior P , mais próximo se estará da barreira e menor será o ajuste necessário. ($B_1 < 0$ e $\beta_1 > 0$)

$B_2 P^{\beta_2}$ significa o valor da opção de abandono. Quanto menor P , mais próximo se estará da barreira inferior, e maior será o valor da opção de abandono. ($B_2 > 0$ e $\beta_2 < 0$).

No limite superior \bar{P} , pelas mesmas razões apresentadas na seção 2 (é um ponto de máximo, então a derivada tem que ser zero), então temos que necessariamente $v_1'(\bar{P}) = 0$

$$v_1'(\bar{P}) = B_1 \beta_1 \bar{P}^{\beta_1-1} + B_2 \beta_2 \bar{P}^{\beta_2-1} + \frac{1}{\delta} = 0 \quad \text{Equação 14}$$

Seja $v_0(P)$ o valor da firma inativa. Posemos verificar que o seu valor é determinado pela seguinte equação diferencial:³

$$\frac{1}{2} \sigma^2 P^2 v_0''(P) + (r - \delta) P v_0'(P) - r v_0(P) = 0$$

cuja solução geral é dada por:

$$v_0(P) = A_1 P^{\beta_1} + A_2 P^{\beta_2} \quad \text{Equação 15}$$

onde as raízes $\beta_1 > 1$, $\beta_2 < 0$ e as constantes $A_1 > 0$ e $A_2 > 0$.

$A_1 P^{\beta_1}$ representa o valor da opção de investir (ou opção de ativar). Quanto maior o preço P , maior o valor da opção ao de ativar ($A_1 > 0$ e $\beta_1 > 0$),

$A_2 P^{\beta_2}$ corresponde ao valor da correção positiva devido a existência de uma barreira inferior. Quanto menor P e mais próximo do piso de preço (\underline{P}), maior será a correção. ($A_2 > 0$ e $\beta_2 < 0$).

Na barreira inferior tem-se também a condição de $v_0'(\underline{P}) = 0$, pois é um ponto de mínimo. Assim,

$$v_0'(\underline{P}) = A_1 \beta_1 \underline{P}^{\beta_1-1} + A_2 \beta_2 \underline{P}^{\beta_2-1} = 0 \quad \text{equação 16}$$

Suponha que o preço crítico de entrada seja P_H ($P^* = P_H$) e que o preço crítico de saída seja P_L ($P^* = P_L$). Esses preços satisfazem às condições de VMC e SPC:

³ Similar ao modelo desenvolvido nos capítulos 5 a 7. veja demonstração no capítulo 7, equação (3)

Obs: \bar{P} - barreira refletora superior do preço P
 \underline{P} - barreira refletora inferior do preço P
 P_H - threshold de investimento
 P_L - threshold de saída (abandono)

$$v_0(P_H) = v_1(P_H) - I \quad \text{Equação 17}$$

$$v_1(P_L) = v_0(P_H) - E \quad \text{Equação 18}$$

$$v_0'(P_H) = v_1'(P_H) \quad \text{Equação 19}$$

$$v_1'(P_L) = v_0'(P_L) \quad \text{Equação 20}$$

As equações para os valores das empresas ativa ($V_1(P)$) e inativa ($V_0(P)$), respectivamente equações (13) e (15), mais as 2 condições de não-arbitragem em \bar{P} e \underline{P} , respectivamente equações (14) e (16), em conjunto com as condições (17) a (20) acima, permitem montar o seguinte sistema, para determinar os valores P_H e P_L :

a)

de (17): $v_0(P_H) = v_1(P_H) - I$

de (15) e (13):
$$A_1 P_H^{\beta_1} + A_2 P_H^{\beta_2} = B_1 P_H^{\beta_1} + B_2 P_H^{\beta_2} + \frac{P}{\delta} - \frac{C}{r} - I$$

$$(B_1 - A_1) P_H^{\beta_1} + (B_2 - A_2) P_H^{\beta_2} + \frac{P_H}{\delta} - \frac{C}{r} = I \quad \text{Equação 21}$$

b)

de (19): $v_0'(P_H) = v_1'(P_H)$

de (16) e (14):
$$A_1 \beta_1 \bar{P}_H^{\beta_1-1} + A_2 \beta_2 \bar{P}_H^{\beta_2-1} = B_1 \beta_1 \bar{P}_H^{\beta_1-1} + B_2 \beta_2 \bar{P}_H^{\beta_2-1} + \frac{1}{\delta}$$

$$\beta_1 (B_1 - A_1) \bar{P}_H^{\beta_1-1} + \beta_2 (B_2 - A_2) \bar{P}_H^{\beta_2-1} + \frac{1}{\delta} = 0 \quad \text{Equação 22}$$

c)

de (18): $v_1(P_L) = v_0(P_H) - E$

de (13) e (15):
$$B_1 P_L^{\beta_1} + B_2 P_L^{\beta_2} + \frac{P_L}{\delta} - \frac{C}{r} = A_1 P_L^{\beta_1} + A_2 P_L^{\beta_2}$$

$$(B_1 - A_1) P_L^{\beta_1} + (B_2 - A_2) P_L^{\beta_2} + \frac{P_L}{\delta} - \frac{C}{r} = -E \quad \text{Equação 23}$$

d)

de (20): $v_1'(P_L) = v_0'(P_L)$

de (14) e (16):
$$B_1 \beta_1 \bar{P}_L^{\beta_1-1} + B_2 \beta_2 \bar{P}_L^{\beta_2-1} + \frac{1}{\delta} = A_1 \beta_1 \bar{P}_L^{\beta_1-1} + A_2 \beta_2 \bar{P}_L^{\beta_2-1}$$

$$\beta_1 (B_1 - A_1) \bar{P}_L^{\beta_1-1} + \beta_2 (B_2 - A_2) \bar{P}_L^{\beta_2-1} + \frac{1}{\delta} = 0 \quad \text{Equação 24}$$

Resumo:

$$(B_1 - A_1)P_H^{\beta_1} + (B_2 - A_2)P_H^{\beta_2} + \frac{P_H}{\delta} - \frac{C}{r} = I \quad \text{Equação 21}$$

$$\beta_1(B_1 - A_1)P_H^{\beta_1-1} + \beta_2(B_2 - A_2)P_H^{\beta_2-1} + \frac{1}{\delta} = 0 \quad \text{Equação 22}$$

$$(B_1 - A_1)P_L^{\beta_1} + (B_2 - A_2)P_L^{\beta_2} + \frac{P_L}{\delta} - \frac{C}{r} = -E \quad \text{Equação 23}$$

$$\beta_1(B_1 - A_1)P_L^{\beta_1-1} + \beta_2(B_2 - A_2)P_L^{\beta_2-1} + \frac{1}{\delta} = 0 \quad \text{Equação 24}$$

As 4 equações acima, de (21) a (24), mais as duas condições de não arbitragem (14) e (16) formam um sistema de 6 equações e 8 incógnitas (P_H , P_L , \bar{P} , \underline{P} , B_1 , B_2 , A_1 , A_2). Neste caso o sistema ficaria indeterminado. No entanto, sabe-se que em equilíbrio $P_H = \bar{P}$ e $P_L = \underline{P}$. Porque podemos garantir essa igualdade? Vamos considerar outras hipóteses:

(i) $P_H > \bar{P}$ e $P_L < \underline{P} \rightarrow P_H$ não seria atingido.

Se \bar{P} é o preço de equilíbrio da indústria a partir do qual novas firmas (ou firmas já existentes) investirão expandindo a oferta e obrigando o preço a retornar ao seu ponto de equilíbrio (como mostrado na seção 2), a existência de $P_H > \bar{P}$ não faria sentido, porque P_H não seria atingido, e então P_H seria \bar{P} em equilíbrio.

(ii) $P_H < \bar{P}$ e $P_L > \underline{P} \rightarrow$ As barreiras superior (\bar{P}) e inferior (\underline{P}) não seriam *binding*

Se, em P_H as firmas decidissem investir, a dinâmica de equilíbrio da indústria faria com que o processo descrito na seção 2 se desse em P_H . Isso equivaleria a definir uma nova barreira em $P_H = \bar{P}$. Assim a situação (ii) também não é sustentável em equilíbrio.

Então, se $P_H = \bar{P}$ e $P_L = \underline{P}$ resolve-se o problema de indeterminação do sistema, tendo-se agora 6 equações e 6 incógnitas. A solução é encontrada da seguinte forma:

- 1) com as equações (21) a (24) calcula-se P_H , P_L , $(B_1 - A_1)$, $(B_2 - A_2)$.
- 2) tendo P_H e P_L , combinam-se as duas condições de não-arbitragem nas barreiras, respectivamente equações (14) e (16), com as duas condições de *smooth-pasting* (19) e (20), para encontrar os valores da firma inativa (determinando-se A_1 e A_2) e ativa (calculando-se B_1 e B_2 pela diferença $(B_1 - A_1)$ e $(B_2 - A_2)$)

Demonstração:

Calculando o valor da empresa inativa:

$$\text{de(19)} \quad v_0'(\bar{P}) = v_1'(\bar{P}) \quad \text{por (14)} \quad v_1'(\bar{P}) = 0$$

$$\text{de(20)} \quad v_1'(\underline{P}) = v_0'(\underline{P}) \quad \text{por (16)} \quad v_0'(\underline{P}) = 0$$

$$\text{então} \quad v_0'(\bar{P}) = v_0'(\underline{P}) = 0$$

Pode-se montar sistema de 2 equações e 2 incógnitas para determinar as constantes A_1 e A_2 e a partir delas calcular o valor da empresa inativa.

$$\begin{cases} \beta_1 A_1 \bar{P}^{\beta_1-1} + \beta_2 A_2 \bar{P}^{\beta_2-1} = 0 \\ \beta_1 A_1 \underline{P}^{\beta_1-1} + \beta_2 A_2 \underline{P}^{\beta_2-1} = 0 \end{cases}$$

Solução do sistema homogêneo do tipo $Cx = 0$ (em forma de matricial) é:

$$\begin{pmatrix} \beta_1 \bar{P}^{\beta_1-1} & \beta_2 \bar{P}^{\beta_2-1} \\ \beta_1 \underline{P}^{\beta_1-1} & \beta_2 \underline{P}^{\beta_2-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

A condição para que a matriz C seja não singular, ou seja, determinante diferente de zero, é que $\bar{P} > \underline{P}$.

$$\det C = \beta_1 \beta_2 \underline{P}^{\beta_2-1} \bar{P}^{\beta_1-1} - \beta_1 \beta_2 \underline{P}^{\beta_2-1} \bar{P}^{\beta_2-1} \neq 0$$

$$\det C = \beta_1 \beta_2 [\underline{P}^{\beta_2-1} \bar{P}^{\beta_1-1} - \underline{P}^{\beta_2-1} \bar{P}^{\beta_2-1}] \neq 0$$

$$\det C = \beta_1 \beta_2 [\underline{P}^{-1} \bar{P}^{-1} (\underline{P}^{\beta_2} \bar{P}^{\beta_1} - \underline{P}^{\beta_2} \bar{P}^{\beta_2})] \neq 0$$

$$\det C = \beta_1 \beta_2 [X^{-1} Y^{-1} (X^{\beta_2} Y^{\beta_1} - X^{\beta_2} Y^{\beta_2})] \neq 0$$

Como podemos ver, a condição necessária é que $X \neq Y \rightarrow \bar{P} \neq \underline{P}$. Mas como por definição $\bar{P} \geq \underline{P}$, (barreiras superior e inferior) concluimos que $\bar{P} > \underline{P}$.

A única solução para o sistema acima é $\begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Logo, por (15) $\rightarrow v_0(\bar{P}) = v_0(\underline{P}) = A_1 \bar{P}^{\beta_1} + A_2 \bar{P}^{\beta_2} = 0$, o que significa que num mercado competitivo a opção de espera é nula nos pontos de equilíbrio.

3A Entrada, Saída e Preço na indústria de cobre

Retornando-se ao exemplo de entrada e saída na indústria de mineração de cobre do capítulo 7, pode-se interpretar os mesmos números em contexto de equilíbrio da indústria. O modelo básico estudado no capítulo 7, assumia a seguinte hipótese:

- ♦ Custo de capital (mine, fundição e refinaria) = \$ 20 milhões
- ♦ Capacidade de produção = 10 milhões de libras de cobre
- ♦ Custo de reativar após abandono (E) = \$ 2 milhões
- ♦ Custos variáveis (C) = \$ 0,80 por libra
- ♦ Volatilidade do preço (σ) = 0,2
- ♦ Taxa livre de risco (r) = 0,04
- ♦ Retorno δ = 0,04

Com esses dados calculou-se o Preço Marshalliano e o P_H e o P_L .

- (i) Preço Marshalliano para decisão de investimento seria \$0,88 e o preço de abandono seria \$0,782.

Demonstração:

- a) Investe se P determina um $NPV > 0$

$$NPV = \frac{P}{\delta} - \frac{C}{r} - I > 0$$
$$\frac{10P}{0,04} - \frac{8}{0,04} - 20 > 0 \quad \Rightarrow P > 0,88$$

Logo se $\sigma = 0$, (não existe incerteza) $P > 0,88$

- b) Continua operando se Valor Presente (PV) de continuar > Custo de Saída

$$\frac{10P}{0,04} - \frac{8C}{0,04} > 2$$
$$\frac{10P}{0,04} > -2 + \frac{8C}{0,04} \quad \Rightarrow P < 0,79$$

Se $P < 0,79$, abandona-se o projeto.

- (ii) Os preços críticos de entrada ($P^* = P_H$) e de saída, ($P^* = P_L$) calculados a partir do sistema (21) a (24), são $P_H = \$1,35$ e $P_L = \$0,55$.

A Tabela 8.2 apresenta os resultados das simulações de P_H e P_L calculados pelo método Marshalliano e pelo modelo de equilíbrio competitivo da indústria para diferentes valores de custo (C) e de volatilidade (σ). (Ver tabela página 265).

As Figuras 8.2 e 8.3 mostram, para o caso básico de $C=\$0,80$ por libra e $\sigma = 0,2$, *sample paths* dos preços do cobre. Observe que os preços flutuam segundo o movimento Browniano Geométrico entre as barreiras superior e inferior dadas pelos **preços críticos do modelo** $P_H = \bar{P}$ e $P_L = \underline{P}$ (o tempo é medido em anos e cada ano é dividido em 50 incrementos para gerar *sample paths*). A Figura 8.2 apresenta um caso otimista, na qual o preço se mantém, em grande parte do período, na parte superior do intervalo, enquanto a Figura 8.3 mostra uma realização ruim.

É importante saber em que percentual do tempo o preço deve permanecer nas diferentes regiões do intervalo de preços críticos. Para tal deve-se calcular a distribuição estacionária de longo prazo do preço.

P segue Movimento Geométrico Browniano entre as barreiras $P \in (\underline{P}, \bar{P})$. Usando o Lema de Ito, sabemos que $p = \log P$ segue processo Browniano simples com drift $= \alpha' = \alpha - \frac{1}{2}\sigma^2$ e variância σ , entre as barreiras correspondentes $\underline{p} = \log \underline{P}$ e $\bar{p} = \log \bar{P}$.

Demonstração:

$$\text{Seja } dP = \alpha P dt + \sigma P dz \quad \text{e} \quad p = \log P$$

Aplicando-se o Lema de Ito:

$$\begin{aligned} dP &= \left[\frac{\partial p}{\partial P} \alpha P + \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 p}{\partial P^2} \sigma^2 P^2 \right] dt + \frac{\partial p}{\partial P} \sigma P dz \\ dP &= \left[\frac{1}{P} \alpha P + 0 + \frac{1}{2} \left(\frac{-1}{P^2} \right) \sigma^2 P^2 \right] dt + \frac{1}{P} \sigma P dz \\ dP &= \left(\alpha - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) dt + \sigma dz \end{aligned}$$

$$\text{então:} \quad dp \approx N \left[\left(\alpha - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) dt, \sigma \sqrt{dt} \right]$$

Usando os resultados do Capítulo 3, seção 5, achamos a distribuição de longo prazo de p . É uma distribuição exponencial com densidade $\phi(p) = K e^{\gamma p}$ onde $\gamma = \frac{2\alpha'}{\sigma^2}$ e K é determinado de forma que $\int_{\underline{p}}^{\bar{p}} K e^{\gamma p} dp = 1$. Com $\phi(p)$ podemos calcular que proporção do tempo p é mantido nas várias faixas do intervalo $p \in (\underline{p}, \bar{p})$.

Resultados:

Regiões de preços e densidade de probabilidade em cada região:

- a) $\$0,88 < P < \$1,35 \rightarrow 58,5\%$ do tempo o preço ficará entre o limite superior Marshalliano e o preço crítico P_H . Segundo a Teoria Microeconomics tradicional, as firmas estariam recebendo lucros supranormais.
- b) $\$0,79 < P < \$0,88 \rightarrow 11,3\%$ do tempo, o preço estará dentro dos limites neoclássicos. As firmas estão recebendo lucros positivos, mas subnormais.⁴
- c) $\$0,55 < P < \$0,79 \rightarrow 30,2\%$ do tempo, o preço estará entre o preço crítico Marshalliano e o preço de saída do modelo. As firmas estarão incorrendo em perdas.

Os números acima ilustram como a dinâmica competitiva da indústria sob incerteza difere do quadro trágico nos livros-textos de Microeconomia. Por mais de 90% do tempo as firmas da indústria de cobre estariam fora do conceito Marshalliano de equilíbrio: ou o preço estaria acima do custo médio de longo prazo sem atrair novas empresas (região a) ou o preço estaria abaixo do custo médio variável sem induzir saída de firmas (região c).

Embora esse fenômeno possa ser interpretado como anomalia do processo competitivo (barreiras à entrada, no primeiro caso, e competição predatória, no segundo) essa análise diz que esse quadro é perfeitamente compatível com o modelo competitivo, se for compreendido no contexto de um processo estocástico.

⁴ O lucro normal seria aquele associado a $P = \$ 0,88$.