Capitulo 8

4 Incerteza Específica da Firma

Veremos agora o caso extremo em que toda a incerteza na curva da demanda deriva apenas da empresa. Neste caso, a incerteza da indústria é setada para $Y = 1$ e o nível de preços que a firma se depara - e, portanto, seu lucro - dependerá do choque específico que esta observa, ou seja:

$$P = XYD(\overline{Q}) \qquad (1)$$

$$P = XD(\overline{Q}) \qquad (25)$$

onde X representa o choque específico da firma. Este choque pode ser resultado de mudanças nos gostos/preferências dos consumidores do produto específico de determinada empresa. Suponha que, assim como o choque agregado X segue movimento geométrico Browniano:

$$dX = \alpha X dt + \sigma X dz \qquad (26)$$

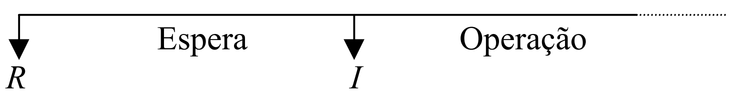
onde X é especifico da firma, ou independente entre as firmas

Agora, diferentemente da incerteza agregada da indústria que vimos anteriormente, um choque positivo para determinada firma fez com que o preço de seu produto suba, sem alterar a média dos preços de seus concorrentes ($\overline{P}$ permanece constante). A firma é a única beneficiária deste choque positivo, que não é compartilhado com as demais firmas do mercado. Assim, a firma não precisa necessariamente que investir logo: se ela esperar ela não perde a oportunidade de investir no futuro, e ela pode então esperar para ver se sua "sorte" foi permanente ou transitória.

Vale notar que a oportunidade de espera é relevante apenas se cada firma é capaz de tomar sua decisão após observar o nível corrente de sua potencial lucratividade. Como resultado, o modelo pode ser dividido em dois estágios: para se qualificar a entrar, a firma precisa passar por um estágio inicial, anterior ao da decisão de investir, no qual paga o custo R onde a empresa ainda desconhece qual o choque específico X que irá sofrer, e o estágio seguinte, onde existe a possibilidade de ocorrer o choque X para as empresas que pagaram R. Em resumo, tem-se:

Estágio 1: A firma paga R e se qualifica a ser concorrente potencial. Com isso, ela passa a observar o comportamento do seu X;

Estágio 2: Dependendo do valor inicial do seu X, e também da sua evolução futura, a firma decide se vai fazer um investimento adicional incorrendo num custo I.



Vejamos o exemplo de uma firma do setor farmacêutico, que pode desenvolver uma nova droga incorrendo em custo de pesquisa *R*, que dará indicações sobre o potencial de eficácia e lucratividade desta nova droga. Se estas estimativas não forem suficientemente altas, a firma não irá incorrer no custo I do investimento necessário para produzir e comercializar a droga, mas poderá adiar esta decisão para um tempo futuro quando estas estimativas melhorarem com novas informações, ou não, se outra empresa lançar outra droga semelhante. Em todo caso, fica claro que a empresa retém a opção de investir, pelo menos durante um certo período.

O equilíbrio competitivo de longo prazo pode ser caracterizado com base nas seguintes hipóteses:

(i) Existe um grande numero de firmas, sujeitas a choques independentes;
(ii) Existe uma expressiva incerteza e volatilidade ao nível da firma e, portanto,
(iii) Ocorre uma grande mortalidade e natalidade das firmas.

Considerando-se a economia como um todo, no entanto, a lei dos grandes números permite garantir que os agregados da indústria são não randômicos e, portanto, o numero total de firmas operando não varia muito. Isto permite incluir no modelo hipótese bastante simplificadora, assumindo-se que a distribuição agregada da população permanece estacionária e que a quantidade produzida pelas firmas é determinística.

No entanto, a incerteza específica da firma deixa marcas no equilíbrio competitivo da indústria: os parâmetros da distribuição das firmas ativas, e portanto, os efetivos valores em que as quantidades e os preços determinísticos se darão, dependerão da extensão da incerteza com que cada firma se depara.

Supõe-se entrada livre para a indústria, isto é, qualquer firma pode pagar R e se tornar potencial concorrente. Assim consideramos que N firmas pagam um custo de entrada R e passam a observar o seu *X* inicial. A partir daí, o X de cada uma terá uma evolução estocástica e independente. Um número M de firmas verá o seu X atingir um nível que torna interessante investir assumindo um custo irreversível *I*. O número total de firmas ativas é constante e igual a Q. Como entram em atividade um número M de firmas, para que Q seja constante é necessário que uma fração das empresas ativas encerrem suas atividades. Fazemos isso introduzindo o parâmetro de morte λ para todas as firmas. Em equilíbrio estacionário tem-se:

N = número de firmas que pagam R e tomam conhecimento do seu X inicial

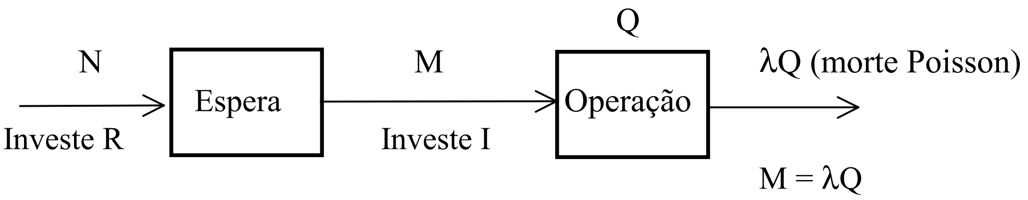
M = fluxo de firmas que atinge ativação (firmas que pagam *I* e se tornam ativas)

Q = número de firmas ativas (constante e grande)

λQ = mortalidade das firmas ativas

$\overline{Q}(cte) \leftrightarrow M = \lambda Q$ M, N são determinísticos;

onde λ = parâmetro de morte do processo de Poisson, que é independente entre as firmas.



4A Decisão de Ativação

Nas condições acima, para cada nova firma entrante o número de firmas Q é um dado do mercado, e o seu fluxo de lucros é $P = XD(\overline{Q})$. Assim, a empresa já incorreu no custo R e está esperando para investir I se as condições forem satisfatórias. A firma observa o seu X continuamente, e decide quando investir pagando I. Antes, quando se considerava apenas a incerteza agregada, havia P^* crítico e o equilíbrio de longo prazo era dado por:

$$P^* = \overline{P} = \frac{\beta_1}{\beta_1 - 1} I\delta,$$

onde: $\delta = r - \alpha$ e $P = Y.D(Q)$

Obs: Prova desta fórmula foi omitida aqui e no livro também. Ela é um pouco complexa porque tem uma distribuição Poisson, descontinua, mas pode ser desenvolvida seguindo roteiro expresso no Capitulo 5, (5A e 5B).

Agora, concentrando a análise na incerteza ao nível da firma, existe um *X** crítico que vai permitir uma discrepância entre o preço de uma determinada firma e aquele da indústria em que essa firma se insere:

$$P = X^* D(Q) = \frac{\beta_1}{\beta_1 - 1} \underbrace{(r + \lambda - \alpha)}_{\delta+\lambda} I \tag{27}$$

onde λ pode ser entendido como um adicional de risco (maior incerteza requer maior taxa de desconto) e $\beta_1 > 1$ é a raiz da equação quadrática abaixo[1]

$$Q \equiv \frac{1}{2}\sigma^2\beta(\beta - 1) + \alpha\beta - (r + \lambda) = 0$$

Para que o lucro esperado seja convergente, supõe-se que $r + \lambda > \alpha$.

Quando a incerteza é específica da firma, aquela que recebe o choque X favorável passa a ter vantagem sobre as demais. Em outras palavras, X é específico da firma, e portanto, suas rivais não podem simplesmente "roubar" X e entrar. Há valor da espera positivo ($V_0 > 0$) e a decisão ótima da firma tem inércia, pois o investimento não será necessariamente efetuado imediatamente após o choque positivo ocorrer. É como se ela tivesse o poder de monopólio, como no Capitulo 5 a 7.

[1] Vide demonstração similar no capítulo 6.

4B A Decisão de Entrar

O valor de uma firma que pagou R e observa agora o seu X numa indústria com Q empresas ativas, cada uma produzindo um único produto por período, é dado por:

$$V(X,Q)=\begin{cases} V_0(X,Q)=A(Q)X^{\beta_1}, & se \quad X\le X^* \quad \Rightarrow Firma \quad Inativa \\ V_1(X,Q)=\dfrac{XD(Q)}{r+\lambda-\alpha}-I, & se \quad X\ge X^* \quad \Rightarrow Firma \quad Ativa \end{cases} \qquad \text{equação 28}$$

A primeira equação representa o valor da opção de espera, enquanto que o segundo é simplesmente o valor presente líquido da oportunidade de investimento no projeto. No ponto crítico X*, temos as condições de VMC e SPC que nos dão o valor do X* e de A(Q).

VMC: F(P) = V(P) - I

$V_0(P) = V_1(P)$

$$A(Q)X^{\beta_1}=\frac{XD(Q)}{r+\lambda-\alpha}-I$$

SPC: $V_0'(P) = V_1'(P)$

$$\beta_1 A(Q)X^{\beta_1-1}=\frac{D(Q)}{r+\lambda-\alpha}$$

$$A(Q)=\frac{D(Q)X^{1-\beta_1}}{\beta_1(r+\lambda-\alpha)} \qquad (i)$$

Trabalhando o valor de X* da equação 27:

$$X^*D(Q)=\frac{\beta_1(r+\lambda-\alpha)}{\beta_1-1}I$$

$$X^*=\frac{\beta_1(r+\lambda-\alpha)I}{D(Q)(\beta_1-1)}$$

Substituindo em (*i*):

$$A(Q)=\frac{D(Q)}{\beta_1(r+\lambda-\alpha)}\left[\frac{\beta_1(r+\lambda-\alpha)I}{D(Q)(\beta_1-1)}\right]^{1-\beta_1}$$

$$A(Q)=\frac{D(Q)}{\beta_1(r+\lambda-\alpha)}\frac{\beta_1(r+\lambda-\alpha)I}{D(Q)(\beta_1-1)}\frac{D(Q)^{\beta_1}(\beta_1-1)^{\beta_1}}{\beta_1^{\beta_1}(r+\lambda-\alpha)^{\beta_1}I^{\beta_1}}$$

$$\boxed{A(Q)=\frac{(\beta_1-1)^{\beta_1-1}}{\beta_1^{\beta_1}}\cdot\frac{1}{(r+\lambda-\alpha)^{\beta_1}}D(Q)^{\beta_1}I^{1-\beta_1}}$$ Equação 29

Ou $$\underbrace{P^*}_{Const}=\underbrace{X^*}_{Aumenta}\ \underbrace{D}_{\text{Diminui}}\ \underbrace{(Q)}_{Aumenta}$$

A figura 8.4 mostra como uma função de valor típica varia com Q.

- Um aumento em Q reduz P = D(Q)
- Uma redução em D(Q) reduz A(Q) (equação 29) e aumenta X* (equação 27)

Porque? Se há mais firmas ativas na indústria, então cada novo entrante vê uma perspectiva menor de lucro e por isso requer um threshold maior para entrar, ou seja, um choque positivo maior. Calculando o ponto de interseção da curva na figura 8.4, usando o valor calculado para X* da equação 27:

$$V(X,Q)=\frac{X^*D(Q)}{r+\lambda-\alpha}-I$$

$$V(X,Q)=\frac{\beta_1(r+\lambda-\alpha)I}{D(Q)(\beta_1-1)}\cdot\frac{D(Q)}{r+\lambda-\alpha}-I$$

$$V(X,Q)=I\left[\frac{\beta_1}{(\beta_1-1)}-1\right]$$

$$V(X,Q)=\frac{1}{\beta_1-1}\qquad \text{ponto em que } V_o=V_1$$

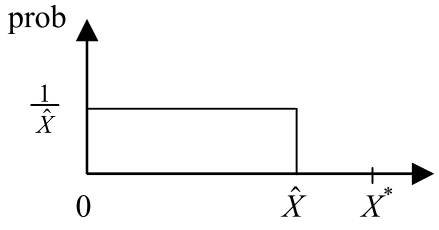
A dinâmica do equilíbrio pode ser resumida da seguinte forma: se aumenta o número de firmas ativas (aumento de *Q*), haverá queda em *D(Q)* e, com base na equação (28), observe-se que haverá queda em A. Assim, ou haverá queda no valor da firma inativa, para dado *X**, ou o investidor passará a requerer *X** maior para se comprometer com ativação (vide figura 8.4).

A potencial entrante em determinada indústria pode calcular seu *payoff* esperado condicionado a seu prévio conhecimento do choque usando a distribuição conhecida do *draw* inicial de *X*. A hipótese de entrada livre na indústria garante que o valor presente líquido da firma seja nulo, ou seja: (Decisão a tomar: Invisto R ou não?)

$$E_x[V(X,Q)]=R \tag{30}$$

onde $E_x\left[V(X,Q)\right]$ = payoff esperado e R = custo inicial de entrada. Se < R, não entrará para esperar, entrando apenas se > R.

A título de exemplo, suponha que a distribuição inicial de X seja uniforme ao longo do intervalo $(0,\hat{X})$, ou seja: $f(X)=\dfrac{1}{\hat{X}}$.



Podemos escrever:

$$R = E_x\left[V(X,Q)\right] = \int_{-\infty}^{+\infty} V(X,Q)\cdot f(X)dX$$

$$R = \int_0^{\hat{x}} A(Q)X^{\beta_1} f(X)dX + \underbrace{\int_{\hat{x}}^{\infty}\left[\frac{XD(Q)}{r+\lambda-\alpha} - I\right]f(X)dX}_{0} \qquad (i)$$

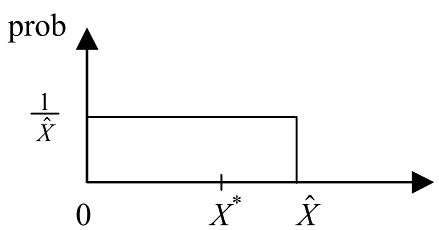
a) Considerando-se $X^* > \hat{X}$, o segundo termo da equação acima é nulo, e a equação (i) pode ser reduzida à seguinte forma:

$$R = \int_0^{\hat{x}} A(Q)X^{\beta_1}\cdot f(X)dX$$

$$R = \int_0^{\hat{x}} A(Q)X^{\beta_1}\cdot\frac{1}{\hat{X}}dX = \frac{A(Q)}{\hat{X}}\left|\frac{X^{\beta_1+1}}{\beta_1+1}\right|_0^{\hat{x}}$$

$$R = \frac{A(Q)}{\hat{X}}\frac{\hat{X}^{\beta_1+1}}{\beta_1+1} = \frac{A(Q)\hat{X}^{\beta_1}}{\beta_1+1}$$

b) Se $X^* < \hat{X}$, ainda considerando o intervalo $(0,\ \hat{X})$



$$E_x\left[V(x,Q)\right] = R = E\left[V_0 | X < X^*\right] + E\left[V_1 | X > X^*\right]$$

$$R = \underbrace{\int_0^{x^*} A(Q) X^{\beta_1} f(X) dX}_{A} + \underbrace{\int_{x^*}^{\hat{x}} \left[\frac{XD(Q)}{r+\lambda-\alpha} - I\right] f(X) dX}_{B}$$

$$A = \int_0^{x^*} A(Q) X^{\beta_1} \frac{1}{\hat{X}} dX \quad = \quad \frac{A(Q)}{\hat{X}} \left|\frac{X^{\beta_1+1}}{\beta_1+1}\right|_0^{x^*} \quad = \quad \frac{A(Q)}{\hat{X}} \cdot \frac{X^{*\beta_1+1}}{\beta_1+1}$$

$$B = \int_{x^*}^{\hat{x}} \left[\frac{XD(Q)}{r+\lambda-\alpha} - I\right] \frac{1}{\hat{X}} dX \; = \; \frac{D(Q)}{r+\lambda-\alpha} \cdot \frac{1}{\hat{X}} \int_{x^*}^{\hat{x}} X dX \quad - \quad \frac{I}{\hat{X}} \int_{x^*}^{\hat{x}} dX$$

$$B = \frac{D(Q)}{r+\lambda-\alpha} \cdot \frac{1}{\hat{X}} \left|\frac{X^2}{2}\right|_{x^*}^{\hat{x}} - \frac{I}{\hat{X}} \left|X\right|_{x^*}^{\hat{x}}$$

$$B = \frac{D(Q)}{r+\lambda-\alpha} \cdot \frac{1}{2\hat{X}} \left[\hat{X}^2 - X^{*2}\right] - \frac{I}{\hat{X}} \left[\hat{X} - X^*\right]$$

Substituindo *A* e *B* em (1):

$$R\hat{X} = \frac{A(Q) X^{*\beta_1+1}}{\beta_1+1} + \frac{D(Q)}{2(r+\lambda-\alpha)} \cdot \left[\hat{X}^2 - X^{*2}\right] - I\left[\hat{X} - X^*\right]$$

Esta equação apenas pode ser resolvida numericamente.

Falta agora mostrar como a interação entre as decisões de entrada, as variações independentes de X e as mortes de Poisson interagem de uma forma consistente para produzir o equilíbrio Q da indústria.